1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXVII NUMĂRUL 1 ANUL 1975
IANUARIE – APRILIE

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Academician Prof. *Emilian Bratu*,; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Dăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Prof. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific) Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ștefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing *Mihai Renert*; Conf. dr. ing. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*.

Redactor responsabil

Rector

Academician *Radu Voinea*

Editor: Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10

Sumar

MATEMATICA

Р. П. Воиня, Д. И. Манжерон, Л. Е. Кривошеин
М. Н. Огюзторели

Дйфференциальные системы сложных структур. Начальная задача для нелинеиных ицтерго-дифференциальных уравнении в пределах интегрирования которых содержится интегральныи функционал 7

Г. Х. Сарафова Д. Д. Байнов
Об одном варианте метода усреднения для нелинейных систем интегро — дифференциальных уравнений стандартного вида . . . 13

TEHNOLOGIA CHIMICĂ

Agneta Bâtcă, R. Moroianu, I. Voicu
Metoda semimicrochimică de determinare cantitativă a sodiului şi potasiului din zeoliţii sintetici de tip A şi X 17

Th. Bădescu, L. Papahagi, M. Dumitran
Corelaţii între transformările microstructurale şi proprietăţile aliajelor de linotip cu compoziţie eutectică, la creşterea impurităţilor de cupru şi zinc 23

I. Constantinescu, Irina Constantinescu, Fr. Barca
Posibilităţi de valorificare a aluminiului din cenuşi de cărbune 29

MECANICA

N. Pandrea, M. Munteanu
Asupra mişcării relative a punctului material greu, fără frecare, pe o suprafaţă de revoluţie în mişcare de rotaţie 33

TEORIA MECANISMELOR

N. Manolescu, M. Dranga
La comparaison des chaînes cynematiques et des mecanismes au point de vue structural a l'aide de la theorie des graphes 41

P. Antonescu, Gh. Frăţilă, Elena Antonescu
Analiza şi sinteza mecanismelor pentru acţionarea uşilor de la autobuzele urbane 47

MECANICA FINĂ

O. I. Popescu
Calibration of Ball Diameter with a Laser Interferometer System 57

UTILAJ CHIMIC

R. Iatan, S. Turcu
Asupra optimizării construcţiei rezervoarelor metalice cu lobi cilindrici . . 67

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

B. Grűnwald, N. Apostolescu
Determinarea caracteristicii de degajare a căldurii din motorul cu aprindere prin scînteie pe baza unui model de neomogenitate cu elemente de gaze arse de masa constantă 77

REZISTENȚA MATERIALELOR

M. Blumenfeld, M. Buga, I. Constantinescu, Corina Voicu, H. Grigoriu

Considerații asupra prelucrării și interpretării rezultatelor măsurătorilor tensometrice rezistive 85

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

A. Oprean, Al. Dorin, V. Vodă

Probleme privind siguranța în funcționare a sistemelor de copiere hidraulică 91

ELECTRONICA

A. D. Preda, V. Dinulescu

Perturbări ionosferice de tip SEA și înregistrarea lor în banda undelor kilometrice 99

TRANSPORTURI

I. Sebeșan

Asupra unei metode de analiză a răspunsului sistemului mecanic de antrenare a vehiculului motor, la perturbații aleatoare 109

TEZE DE DOCTORAT SUSȚINUTE ÎN INSTITUTUL POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI ÎN PERIOADA IANUARIE — APRILIE 1975

Valeriu Nistreanu — Contribuții la studiul mișcării uniform variate a apei în albii, cu referire la curenții de densitate.

Albinel Harnaj — Contribuții la studiul coloanelor libere polifazate cu aplicații în industrie

Cosmina Steliu — Contribuții asupra preciziei de prelucrare microgeometrice, a suprafețelor frezate.

Năstase Bichir — Contribuți la studiul zgomotului transformatoarelor.

Alexandru Dorin — Contribuții la studiul siguranței în funcționare a elementelor sistemelor hidraulice de acționare ale mașinilor unelte.

Stelian Constantinescu — Multiplicatoare de frecvență cu varactoare. Calcul și proiectare.

Dan Petre Geană — Influența diverșilor parametrii asupra oxidării anodice,

Badea Popa — Cu privire la coordonarea izolațiilor în rețelele de 200—400 kV.

Florin Vladimir Pilat — Sinteza rețelei de corecție care asigură stabilitatea absolută pe baza criteriului frecvențial, și extinderea criteriului.

Iosif Săndulescu — Contribuții privind optimizarea exploatării locomotivelor la Căile Ferate Române.

Vasile V. Coșofreț — Contribuții la studiul electrozilor ionici — selectivi.

D.C. 531

R. P. Voinea, L. E. Krivoshein, D. J. Mangeron, M. N. Oguztoreli

Mathematical Systems on Mixed Structures. Initial Problem Concerning a New Class of Nonlinear Integro-Differential Equations with Integral Functional Limits of Integration

In times past various scientists did studyd particular cases of the authors' mixed structures differential systems 1—1 —9—. In the framework of this theme of ever increasing importance recently proposed by the Belgian royal Academy of Sciences, Letteres and Arts, the correctness of an initial problem concerning a new class of nonlinear integro-differential equations with integral functional limits of integration is discussed, the existence, the unicity and the effective construction of approximate solutions theorems are given, stability of its solutions towards various perturbations is established, and the valuation of commited errors is computed.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 1/1975

Д. И. 517

Г. Х. Сарафова Д. Д. Байнов

Об одном варианте метода усреднения для нелинейных систем интегро — дифференциальных уравнений стандартного вида

В работе обоснован вариант метода усреднения для систем интегродифференциальных уравнений стандартного вида.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 1/1975

C.D. 631.242

A. Bîtcă, R. Moroianu, I. Voicu

Une méthode semimicrochimique de dosage du natrium, et du kalium contenus dans les zéolithes sinthétiques du type *A* et *X*.

On a elaboré une méthode semimicrochimique de dosage des cations natrium et potassium contenus dans les zéolithes de type *A* et *X*. Pour transférer les cations zéolithiques en solution, la méthode prévoit l'echange ionique en conditions dynamiques, avec des solutions dilluées de nitrate d'argent. L'erreur des determinations ne depasse pas 1%.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 1/1975

C.D. 665.281

Th. Bădescu, L. Papahagi, N. Dumitran

Corrélations entre les transformations microstructurales et les propriétés des alliages de linotype de composition eutectiùue, a l'angumentation des impuretés de cuivre et de zinc.

Il est analysé l'influence des impuretés de cuivre et de zinc sur la température de solidification et la fluidité d'alliage, par les transformations microstructurales, observées au microscope métallographique.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 1/1975

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

C.D. 669.717

I. Constantinescu Irina Constantinescu
Fr. Barca

Possibilités de mise en valeur de l'aluminium des cendres de charbon

Dans cette note l'on a abordé le problème des possibilités de mise en valeur des cendres obtenues par le brûlage du charbon dans des thermocentrales.

On a étudié les paramètres qui réalisent les conditions de l'extraction de l'aluminium dans le cadre des procédés acides, basique et dans la fonderie.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 1/1975

C.D. 531.47

N. Pandrea, M. Munteanu

Sur le mouvement relatif d'un point matériel sans frottement sur une surface de révolution dans un mouvement de rotation.

Dans le présent travail on étudie le mouvement relatif d'un point matériel avec poids propre et liaison bilatérale sans frottement, sur une surface de révolution avec un axe vertical de symétrie dans un mouvement de rotation.

La déduction des équations de mouvement avaient été faite avec l'aide des théorèmes generaux.

Dans la dernière partée de ce travail sont présents quelques exemples.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 1/1975

D.C. 621—23

N. Manolescu, M. Dranga

The Comparing of Kinematic Chains and Mechanisms from the Structural Standpoind by Means of the Graph Theory

The graph theory can be applied to the structural analysis and synthesis of the kinematic chanins and mechanisms, according to the fact that the structure of a kinematic chain can be defined by a graph (kinematic graph), to equivalent structures corresponding isomorphous graphs.

According to results acquired in an earlier work concerning the isomorphism of undirected graphs, we introduce in this work the concept of a „structure table" of a chain and on this basis we suggest algorithms to compare chains and mechanisms, algorithms which are very adequate to compare kinematic chains by means of computers.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 1/1975

C.D. 621—525:629.114.5

P. Antonescu, Gh. Frăţilă, E. Antonescu

La synthèse des mécanisms pour l'entraînement de portes des autobus urbains

Dans cet ouvrage on présente une analyse comparative du point de vue structural et géometro-cynématique des mécanismes pour l'entraînement des principales portes des autobus urbains en exploitation à l'entreprise des transports de Bucarest.

En partant de l'étude comparative des mécanismes articulés existants, on a elaboré une méthode générale de syntèse géometrique de ces mécanismes en utilisant les positions relative-associées de l'élément cynématiques moteurs et conduits.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 1/1975

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

D.C. 621.375.9:535—2

O. I. Popescu

Calibration of Ball Diameter with a Laser Interferometer System.

The aim of the experiments was to study the behaviour of measurement system with laser interferometer using for the calibration of ball diameter and to work out on some schemes of measurement which permit the best waluation of the data.

For the statistical analysis of observations, the author used three schemes of intercomparison : a) the double substitution, b) the single substitution, c) the cycle permutation. Finally, the experimental results obtained are shwon.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 1/1975

D.C. 66.338

R. Iatan, S. Turcu

On the Optimisation of Building Metal Tanks with Cylindrical Lobes.

This work approaches a series of problems regarding the optimisation of building metal tanks with cylindrical lobes, concerning the economy of metal having a considerable influence on the price cost.

Through a comparative technical study with parallelipiped and cylindrical tanks one ilustrates the advantages of utilising tanks with cylindrical lobes particulary for large storing capacities for technological liquides.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 1/1975

D.C. 621.48

B. Grünwald, N. Apostolescu

Computing the Heat Release Characteristics in the S. I. Engine with a Nonhomogeneity Model with Burned Gas Elements

The authors'physical and mathematical model of the thermal nonhomogeneous cylinder charge is presented. Using the pressure history in the cylinder, the heat release characteristics corresponding to the nonhomogeneity models as well as to the classical homogeneons model were calculated and compared. The efficiency of the nonhomogeneity models in comparison with the homogeneons model is analyzed, when the length of the combustion time and the chemical composition of the burned gases at chemical equilibrium are considered.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 1/1975

C.D. 620.1

M. Blumenfeld, M. Buga, I. Constantinescu, Corina Voicu, H. Gheorghiu.

Considération sur l'interprétation des résultats dans les mesures par tensométrie résistive

On relève quelques aspects de l'interprétationfdes résultats des mesures avec des gauges résistives, réalisées sur des structures complèxes, en conditions de fonctionnement. Dans l'hypothèse de la dépendence linéaire, le graphique de la fonction entre les déformations et les sollicitations est une ligne droite. Dans le travail on analyse avec des méthodes statistiques les écartements des valeurs expérimentales vis-a-vis du grafique et on donne une méthodologie pour effectuer cette analyse. Finalement on donne deux exemples sur le traitement des résultats expérimentaux obtenus pour une préchaudière d'une centrale électrothermique et pour le distributeur d'une centrale hydroélectrique.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 1/1975

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

C.D. 621.914

A. Oprean, Al. Dorin, V. Vodă

Problèmes concernant la sûreté de fonctionnement des shstèmes hydrauliques de coupiage.

Dans l'article se présente les formules de calcul pour la détermination des temps moyens de réparation des systèmes hydrauliques de coupiage quand on connaît les temps moyens des fonctionnement sans défections et la loi de repartition des défections.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 1/1975

D.C. 523.7

M. Preda, V. Dinulescu

Ionospheric Disturbance of Type SEA in her Recording in LF Band

The type of a SEA effect (sudden en ancement of atmospherics) is presented as a result of the activity in the solar-flare which is produced by ionisation radiations. A comparison is made between the cause presented by the enhancement of the line H and by the time variation of the X radiation and the development of SEA effect.

The performances of a receiving system for the effect SEA, th skeleton diagram and the recording of a SEA effect produced by the solar-flare of 7th August 1972 are introduced too.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 1/1975

D.C. 629.1

I. Sebeşan

On an Analizing Method of the Answer of a Mechanical System of Actioning of the Driving Vehicle at Random Perturbations.

In the study of the random oscilations of the actioning system, the quantitative estimations of the resulting statistical characteristic made possible the determination of the optium value of the amitizingcoefficient.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 1/1975

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 1
BUCUREȘTI

MATEMATICĂ

C.Z.: 531

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ СЛОЖНЫХ СТРУКТУР НАЧАЛЬНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПРЕДЕЛАХ ИНТЕГРИРОВАНИЯ КОТОРЫХ СОДЕРЖИТСЯ ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ФУНКЦИОНАЛ*

Р.П. ВОИНЯ[1], Д.И. МАНЖЕРОН[2], Л.Е. КРИВОШЕИН[3] и М.Н. ОГЮЗТОРЕЛИ[4]

1. Авторы, продолжая ряд своих исследований посвященных дифференциальным системам комплексной структуры [1]—[6], резонирующихся теперь с одной из тем недавно предложенных миру специалистов Бельгийской Академией Наук, а также с непрестанно растущим полем применения различных частных случаев таких систем в обширнейшей области прикладных наук, начиная с биоматематики [7]—[8] и биомеханики и кончая, скажем, задачами автоматического регулирования, новейшими дифференциальными играми и магнитогидродинамикой [9]—[12], исследуют в настоящей заметке корректность начальной задачи для нового класса нелинейных интегро-дифференциальных уравнений — служивших уже об'ектом многогранных исследований Киргизской Математической Школы — причем новшество рассматриваемых здесь уравнений состоит в том, что в пределах интегрирования которых содержится интегральный функционал.

Даны теоремы существования, единственности и эффективного построения приближенных решений. Исследована затем устойчивость решений по отношению к „пертурбациям „некоторых входящих в систему известных функций, приведены оценки соответствующих погрешностей и даны краткие указания на новейшие понятия устойчивости, частично введенные и использованные некоторыми из авторов настоящей заметки в их работах по теории машин и механизмов [13]—[15].

2. Рассмотрим новый класс нелинейных интегро-дифференциальных уравнений

$$(1) \qquad y'(x) = f[x, y(x), \int_{a(x)}^{\tau[x, y(x)]} M(x, t, y(t))\, dt] \equiv H[y]$$

* The research reported in this paper was supported in part by the National Research Council of Canada under Grant NRC—A 4345 through the University of Alberta.

[1]) Rectorul Institutului politehnic București R.S. România.
[2]) Institutul politehnic din Iași R. S. România. Visiting Professor, Department of Mathematics of the University of Alberta, Edmonton, Alberta, Canada.
[3]) Гос. университет кирг ССР, г. фрунзе, СССР.
[4]) Department of Mathematics. The University of Alberta. Edmonton Alberta Canada.

в пределах интегрирования которых содержится интегральный функционал $r[x, y(x)]$:

$$r[x, y(x)] \equiv \varphi[x, y(x), \int_c^x K(x, t, y(t))\, dt],$$

где неизвестная функция $y = y(x)$ удовлетворяет начальному условию

$$y(c) = y_0, \tag{2}$$

а функции

$$a, (x)\, f(x, v_1, v_2),\ M(x, t, v_1),\ \varphi(x, v_1, v_3)$$

$K(x, t, v_1)$ определены, непрерывны и по переменным V_i, $i = 1, 2, 3$, удовлетворяют условию Липшица с непрерывными коэффициентами соответственно

$$L_{if}(x),\ (i = 1, 2),\ L_M(x, t))\quad L_{i\varphi}(x)\ (i = 1, 2),\ L_K(x, t)$$

в области

$$D = \{c \leqslant x, t, a(x),\ \varphi(x, v_1, v_2) \leqslant b,\ 0 \leqslant |v_i| \leqslant r_i = \text{const},\ i = 1, 2, 3\}.$$

Установим достаточные условия разрешимости задачи (1), (2), сведя её к эквивалентному интегральному уравнению

$$y(x) = y_0 + \int_c^x H[y]\, d\tau \equiv A[y]. \tag{3}$$

Очевидно, что решение уравнения (3) является также решением задачи (1), (2).

Выясним условия существования и единственности решения уравнения (3). Пусть $y_1(x)$ и $y_2(x)$— любые две непрерывные функции из D. После введения нормы определяемой

$$\|\cdot\| = \max_D |\cdot|,$$

имеем

$$\|A[y_2] - A[y_1]\| \leqslant \left\| \int_c^x \left\{ L_{1f}(\tau) + L_{2f}(\tau) \right| \left| \int_{a(\tau)}^{r[\tau, y_2]} L(\tau)\, d\tau + \right.\right.$$

$$\left.\left. + L_{2f}(\tau) \left[L_{1\varphi}(\tau) + L_{2\varphi}(\tau) \left| \int_c^\tau L_K(\tau, t)\, dt \right| \right] \| M(\tau, t, y_i) \| \right\} d\tau \right\| \cdot$$

$$\| y_2 - y_1 \| \equiv \int_c^x g(\tau)\, d\tau \left\| \cdot \| y_2 - y_1 \| \equiv p \| y_2 - y_1 \| \right., \tag{4}$$

где

$$\| M(\tau, z, y_i) \| = \sup \| M(\tau, t, y_i) \| \}.$$

Принимая во внимание (4) имеет место нижеследующая

Теорема I. — *При выполенении вышеуказаных условий, задача (1)—(2) имеет в области D единсственное непрерывное и непрерывно дифференцируемое решение, как только выполняется неравенство* $p < 1$.

3. *Методы построения приближенных решений.* В связи с тематикой настоящего параграфа имеет место нижеследующая.

Теорема 2. — *Приближенные решения единственного непрерывного и непрерывно дифференцируемого решения, существование которого доказано теоремой I можно выразить приближенно с любой стененью точности, пользуясь итерациями*

$$y_n(x) = A[y_{n-1}], \quad n = 1, 2, \ldots \tag{5}$$

причем погрешность $|y(x) - y_n(x)|$ *с точностью* $\varepsilon > 0$, *достигается при*

$$n > \ln[\varepsilon(1-p) : \|r_0(x)\|] : \ln p, \tag{6}$$

где

$$r_0(x) \equiv y_0(x) - A[y_0(x)], \ \forall x \in [c, b].$$

Доказательство этой теоремы основано на том, что, при фиксировании n— го шага, имеем

$$|y(x) - y_n(x)| \leqslant \int_c^x g(\tau)\, d\tau\, p^{n-1} \|r_0(x)\| : (1-p). \tag{7}$$

Другой подход к построению приближенных решений, использованный уже авторами в [16], состоит в аппроксимировании единственного решения задачи (1), (2) последовательностью функций $u_0(x)$, $u_1(x)$, ..., $u_n(x)$, где

$$u_n(x) = u_{n-1}(x) + \lambda r_{n-1}(x), \ n = 1, 2, \ldots \tag{8}$$

λ — параметр, определяемый ниже, а

$$r_{n-1}(x) = u_{n-1}(x) - A[u_{n-1}(x)] \tag{9}$$

-известная невязка.

Выясним условия сходимости последовательности $\{u_n(x)\}_0^\infty$ к решению задачи (1)—(2). Имеем

$$\| u_n(x) - y(x) \| \leqslant \| 1 + \lambda | \cdot | u_{n-1}(x) - y(x) | + \lambda | (A[u_{n-1}] - A[y]) \| \leqslant$$
$$\leqslant [|1 + \lambda| + |\lambda| p]^n \| u_0 - A[u_0] \| : (1-p), \ p < 1. \tag{10}$$

Из (10) следует

Т е о р е м а 3. — *Если* λ *подобрано так, что* $q=|1+\lambda|+|\lambda|p<1$, *то последовательность функций* (8) *сходится абсолютно и равномерно к единственному решению задачи* (1)—(2), *а неравенство* (10), *в этом случае, дает оценку образующейся погрешности на n-ом шаге, причем при достижении точности* $\varepsilon>0$ *берется*

$$n>\ln[\varepsilon(1-p):||r_0(x)||].$$

где $r_0(x)\equiv u_0-A[u_0]$.

4. Рассмотрим вопрос о непрерывной зависимости решения рассматриваемой задачи от функций, входящих в (1). В качестве такой функции возьмём $M(x, t, y)$. Пусть эта функция подвергается в области D таким изменениям, что

$$|M(x, t, y)-N(x, t, z)|\leqslant\delta(x, t)+h(x, t)\,|y(t))-z(t)|,$$

где $\sigma(x, t)$ и $h(x, t)$ — известные непрерывные и неотрицательные функции, $z(x)$ — решение задачи (2) для ,,возмущенного'' нелинейного интегро-дифференциального уравнения

$$z'(x)=f(x, z(x), \int_{a(x)}^{r[x,z(x)]} N(x, t, z(t))\,dt]. \tag{11}$$

Достаточное условие существования и единственности решения задачи (11), (2) устанавливается теоремой аналогичной теореме I для задачи (1), (2). Предполагая, что задача (11), (2) имеет единственное непрерывное и непрерывно-дифференцируемое решение $z=z(x)$ в области D, установим оценку близости функций $y(x)$ и $z(x)$. Так как

$$\|y(x)-z(x)\|\leqslant\int_c^x\Big[L_{1f}(\tau)\,|y(\tau)-z(\tau)|+$$

$$+L_{2f}(\tau)\left|\int_{a(\tau)}^{r[\tau,y]}M(\tau, t, y)\,dt-\int_{a(\tau)}^{r[\tau,z]}N(\tau, t, z)\,dt\right|\Big]\,d\tau\Big\|\leqslant \tag{12}$$

$$\leqslant\left\|\int_c^x L_{2f}(\tau)\int_{a(\tau)}^{r[\tau,y]}\sigma(\tau, t)dt\,d\tau\right\|+\left\|\int_c^x\left\{L_{1f}(\tau)+L_{2f}(\tau)\left|\int_{a(\tau)}^{r[\tau,y]}h(\tau, t)\,dt\right|+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\left[L_{1\varphi}(\tau)+L_{2\varphi}(\tau)\int_c^\tau L_K(\tau, t)\,dt\right]\|N(\tau, t, z)\|\right\}d\tau\right\|\cdot\|y-z\|\equiv$$

$$\equiv\delta+p\,\|y-z\|,$$

то

$$\|y(x)-z(x)\|\leqslant\delta:(1-p)$$

Откуда следует нижеследующая

Теорема 4. — *В предположении, что* $P<1$ *из* (12) *видно, что при достаточно малой возмущающей функции* $\sigma(x, t)$ *и малой области* $[c, b]$ *задача* (1), (2) *будет иметь решение, непрерывно зависящее от функции* $M(x, t, y)$.

Замечания. — 1°. Аналогичным путем устанавливается непрерывная зависимость решения задачи (1), (2) и от остальных функций.

2°. В связи с задачами устойчивости по отношению к различным возмущениям известных функций входящих в дифференциальные системы сложных структур, отметим здесь разновидность подходов к исследованию устойчивости, иллюстрируемых напр., в рамках нелинейных динамических систем, моделированных интегро-дифференциальными уравнениями, работой М. Подовского [17]. Переходя от исходного и.д.-у. к операторному в банаховом пространстве и используя для последнего ранее доказанные им теоремы о существовании и единственности решений, этот авторсформулирует критерии равномерной и глобальной асимптотической устойчивости нулевого решения рассматриваемой системы, в то время как другое, нашедшее себе применение понятие устойчивости, а именно глобальная устойчивость, введенное в докторской диссертации С. Т. Кириаческу (S. T. Chiriacescu) [18], плодотворно используется в [13]—[14].

ЛИТЕРАТУРА

1. *L. E. Krivochéine, D. Mangeron, M. N. Oguztoreli, R. P. Voinea*, Etudes des systèmes mathématiques possédant la structure complexe. II. Sur l'extension du problème de Goursat pour certains systèmes intégrals- fonctionnels concernant une classe d'équations intégrodifférentielles non linéaires aux opérateurs polyvibrants. Bull. Cl. Sci. Acad. roy. Belgique, (5) LX, 1974.
2. *L. L. E. Krivochéine, D. J. Mangeron, M. N. Oguztoreli, R. P. Voinea*, Etudes de certaines extensions des équations intégro-différentielles de Volterra. III. Extension du problème de valeurs initiales. Bull. Soc. Sci. Liège vol. 43, No 1—2, 1974, pp. 9—13.
3. *L. E. Krivohein, D. Mangeron, M.N. Oguztoreli, G. Silaș*, Studii concernenti sistemi differenziali di struttura composita II. Problema di valori iniziali-integrali per un sistema misto di equazioni integro-differenziali non lineari a derivate parziali. Atti Accad. Sci. Torino (sous presse).
4. *M. N. Oguztoreli, D. J. Mangeron, S. Easwaran, Systèmes différentiels* aux structures entremêlées. Problèmes aux limites pour certains systèmes différentiels aux différences, ordinaires ou aux dérivées totales au sens de M. M. Picone. Archivum Mathematicum, Scripta Facultatis scientiarum naturalium Universitatis Purkynianae Brunensis, VIII : 131—136, 1972.
5. *D. Mangeron, M. N. Oguztoreli*, Mathematical Systems of Mixed Structures. On the Solutions of Some Linear and Nonlinear Functionalintegral and Integro-differential-functional Equations. Doklady Akad.NaukSSSR, 196, 293—295 ; 523—526, 1971. English translation in the „Soviet Math., Doklady", 12, 118—120, 187—191, 1971.
6. *D. Mangeron, L. E. Krivoshein*, Problemi concernenti vari equazioni integro-differenziali con derivate totali di Picone. Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, 33 (1963), 226—266 ; 34(1964), 344 — 368 ; 35 (1965), 341—363.
7. K. V. *Leung, D. Mangeron M. N. Oguztoreli, R. B. Stein*, Analysis of Neuronal Models in the Time and Frequency Domains. (in press).
8. *K. V. Leung, D. Mangeron, M. N. Oguztoreli, R. B. Stein*, On the Stability and Numerical Solutions of two Neural Models. Utilitas Mathematica, 1974, 5, pp. 167—212
9. * * * *Mauro Picone*". Duodecim Doctorum Virorum Vitae et Operum Notitia". Pontificia Academia Scientiarum, A. D. MCMLXX, 118 147.
10. * * * *La Magnétohydrodynamique classique et relativiste*. Colloques internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique, N°. 184, Lille, 16—20 juin 1969. CNRS, Paris—VII, 1970.

11. * * * *Proc. Equadiff* . III. Czechosl. Conf. Different. Eq. and applicat. Brno, 1972, J. E. Purkynĕ Univ., 1973.
12. * * * *Conference on the Medical and Biological Applications of Statistics*. Dec. 17—18, 1973, The Institution of Electrical Eng. London. The Inst. of Math. and its Appl., Southend-on-Sea, Essex, 1974.
13. *S. T. Chiriacesco, D. J. Mangeron, M. N. Oguztoreli*, Sur la stabilité «asymptotique des pièces à usiner lors du tournoiement. Proc. Fourth Canadian Congress of Appl. Mechanics, May 28-June 1st, 1973, 457—458 Montreal, P. Q.
14. *S. T. Chiriacescu, D. J. Mangeron, M. N. Oguztoreli*, Beitrag zum Studium der Ermittlung der Instabilität des dynamischen Arbeitssystems spanabhebender Werkzeugmaschinen. Mechanism and Machine Theory, 1974, Vol. 9 pp. 37—48.
15 *S. T. Chiriacescu, D. Mangeron, M. N. Oguztoreli*, Der Einfluss des Drehbankherzens auf die asymptotische Stabilität des Werkstücksystems beim Drehen. Utilitas Mathematica, vol. 3, 1973, pp. 251—284.
16 *L. E. Krivochéine, A. Kutanov, K. V. Leung. M. N. Oguztoreli*, Systèmes différentiels possédant la structure complexe. IV. Problème à la frontière aux conditions intégrales fonctionnelles pour une classe d'équations intégro-différentielles de Mangeron aux intégrales d'Urysohn. Bull. Soc. roy. Sci. Liège (sous presse).
17 *M. Podowski*, An Analysis of Stability of a Certain Type of Nonlinear Dynamic Systems. Bull. Acad. pol. sci. Sér. sci. techn., 1973, 21, nº 9, 665—670.
18. *S. T. Chiriacescu*, Contribuţii la studiul stabilităţii dinamice a proceselor de lucru la maşini unelte aşchietoare. Teză de doctorat— Institutul politehnic Iaşi, 1971.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 1
BUCUREŞTI

C.Z.: 517

ОБ ОДНОМ ВАРИАНТЕ МЕТОДА УСРЕДНЕНИЯ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ИНТЕГРО — ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ СТАНДАРТНГО ВИДА

Г. ХР. САРАФОВА Д. Д. БАЙНОВ
Пловдивский Университет имени П. Хилендарского

Рассмотрим систему

$$\dot{x} = \varepsilon X/t, x, \int_0^t \varphi(t, s, x(s))\, ds) \tag{1}$$

с начальным условием

$$x(0) = x_0 \tag{2}$$

Пусть существует предел

$$\lim_{T\to\infty} \int_0^T X(t, x, \int_0^t \varphi(t, s, x)\, ds)\, dt = X_0(x) \tag{3}$$

Усредненной системой для системы (I), (2) назовем систему

$$\dot{\xi} = \varepsilon X_0(\xi) \tag{4}$$

с начальным условием

$$\xi(0) = x_0 \tag{5}$$

Справедлива следующая.

ТЕОРЕМА. Пусть функции $X(t, x, y)$ и $\varphi(t, s, x)$ определены и непрерывны соответственно в областях $Q_1 = \Delta_1 \times \Omega(x) \times \Omega(y)$ и $Q_2 = \Delta_1 \times \Delta_2 \times \Omega(x)$, где $\Delta_1, \Delta_2 = [0, \infty)$, а $\Omega(x) c R^n$, $\Omega(y) c R^0 V$, — открытые ограниченные области. В соответствующих проекциях области $\Omega(t, s, x, y) = \Delta_1 \times \Delta_2 \times \Omega(x) \times \Omega(y)$, выполнены неравенства

1. $\|X(t, x, y)\| \leqslant M, \quad M = \text{const.}$
2. $\|X(t, x', y') - X(t, x'', y'')\| \leqslant \lambda\} \|x' - x''\| + \|y' - y''\|\},$ $\lambda = \text{const.}$
3. $\|\varphi(t, s, x') - \varphi(t, s, x'')\| \leqslant \eta(t, s) \|x' - x''\|$

4. $\lim\limits_{t\to\infty}\frac{1}{t}\int_0^t \mathrm{d}\tau\int_0^\tau \mu(\tau, s)ds = 0$

5. В каждой точке $x\in\Omega(x)$ существует предел (3).

6. $\left\|\int_0^t \overline{X}(\tau, x)d\tau\right\| \leqslant P, \quad P = \text{const.}$

7. Функция $\psi(t, x) = \int_0^t \overline{X}\,\tau, x)\,\mathrm{d}\tau$ непрерывна.

8. $\left\|\frac{\partial}{\partial x}\int_0^t \overline{X}(\tau, x)\,\mathrm{d}\tau\right\| \leqslant Q, \quad Q = \text{const.}$

Здесь

$$\overline{X}(\tau, x) = X(\tau, x)(\tau), \int_0^\tau \varphi(\tau, s, x(\tau)ds) - X_0(x(\tau)$$

9. Решение $\xi = \xi(t)$, $\xi(0) = x_0\in\Omega(x)$ определено для всех $t\geqslant 0$ и лежит в $\Omega(x)$ с некоторой ρ-окрестностью.

Тогда для любого $L > 0$ существует $\varepsilon_0 > 0$ такое, что при $0 < \varepsilon \leqslant \varepsilon_0$ на отрезке $\left[0, \frac{L}{\varepsilon}\right]$ выпалнено перавенство

$$\|x(t) - \xi(t)\| \leqslant [\lambda ML\delta(\varepsilon) + \varepsilon(P + MQL)]\, e^{\lambda[L+\delta(\varepsilon)]} \tag{6}$$

где

$$\delta(\varepsilon) = \sup_{0\leqslant\tau\leqslant L} \tau\,\bar{\eta}_0\left(\frac{\tau}{\varepsilon}\right)$$

$$\bar{\eta}_0(t) = \frac{1}{t}\int_0^t d\tau\int_0^\tau \eta(\tau, s)\,ds$$

Доказательство. Оценим разность $x(t) - \xi(t)$. Имеем

$$x(t) - \xi(t) = \varepsilon\int_0^t X(\tau, x(\tau), \int_0^\tau \varphi(\tau, s, x(s)ds)\mathrm{d}\tau -$$

$$- \varepsilon\int_0^\tau X_0(\xi(\tau))d\tau = \varepsilon\int_0^t \left[X\left(\tau, x(\tau)\right), \int_0^\tau \varphi(\tau, s, x(s))\,ds\right) -$$

$$- X\left(\tau, \xi(\tau), \int_0^\tau \varphi(\tau, s, \xi(s))\,ds\right)\Big]d\tau + \varepsilon\int_0^t \left[X\left(\tau, \xi(\tau), \int_0^\tau \varphi(\tau, s, \xi(s))ds\right) - \right. \tag{7}$$

$$- X(\tau, \xi(\tau), \int_0^\tau \varphi(\tau, s, \xi(\tau))\, ds)\Big] d\tau + \varepsilon \int_0^t \Big[X\Big(\tau, \xi(\tau),$$

$$\int_0^\tau \varphi(\tau, s, \xi(\tau))\, ds\Big) - X_0(\xi(\tau))\Big] d\tau$$

Из (7) следует

$$\| x(t) - \xi(t) \| \leqslant \varepsilon\lambda \int_0^t \Big[\| x(\tau) - \xi(\tau) \| + \int_0^\tau \eta(\tau, s) \| x(s) -$$

$$- \xi(s) \| ds \Big] d\tau + \varepsilon\lambda \int_0^t d\tau \int_0^\tau \eta(\tau, s) \| \xi(s) - \xi(\tau) \| ds +$$

$$+ \varepsilon \| \int_0^t \overline{X}(\tau, \xi(\tau) d\tau \| \leqslant \varepsilon\lambda \int_0^t \Big[\| x(\tau) - \xi(\tau) \| + \int_0^\tau \eta(\tau, s) \| x(s) -$$

$$- \xi(s) \| ds \Big] d\tau + \lambda ML\delta(\varepsilon) + \| \varepsilon \int_0^t \overline{X}(\tau, \xi(\tau) d\tau \|$$

Имея ввиду, что

$$\int_0^t \overline{X}(\tau, \xi(\beta\tau))\, d\tau = \int_0^t \overline{X}(\tau, \xi(\tau))\, d\tau -$$

$$- \int_0^t \Big[\frac{d\xi(\tau)}{d\tau} \int_0^\tau \frac{\partial \overline{X}(\theta, \xi(\tau))}{\partial \xi(\tau)}\, d\theta \Big] d\tau$$

получаем

$$\| x(t) - \xi(t) \| \leqslant \varepsilon\lambda \int_0^t \Big[\| x(\tau) - \xi(\tau) \| + \int_0^\tau \eta(\tau, s) \| x(s) - \xi(s) \| ds \Big] d\tau +$$

$$+ \lambda ML\delta(\varepsilon) + \varepsilon \| \int_0^t \overline{X}(\tau, \xi(t)) d\tau \| + \varepsilon \int_0^t \Big[\| \varepsilon X_0(\xi(\tau)) \| \times$$

$$\times \int_0^\tau \Big\| \frac{\partial \overline{X}(\theta, \xi(\tau))}{\partial \xi(\tau)} \Big\| d\theta \Big] d\tau \leqslant \varepsilon\lambda \int_0^t \Big[\| x(\tau) - \xi(\tau) \| +$$

$$+ \int_0^\tau \eta(\tau, s) \| x(s) - \xi(s) \| ds \Big] d\tau + \lambda ML\delta(\varepsilon) + \varepsilon (P + \varepsilon MQt)$$

или

$$||x(t) - \xi(t)|| \leqslant [\lambda ML\delta(\varepsilon) + \varepsilon(P + MQL)]e^{\lambda[L-\delta(\varepsilon)]}$$

Так как функция $\xi(t)$ принадлежит области $\Omega(x)$ при $0 \leqslant t < \infty$ со своей ρ — окрестностью, то можно указать такое ε_0, чтобы при $0 < \varepsilon \leqslant \varepsilon_0$ выполнялось неравенство

$$[\lambda ML\delta(\varepsilon) + \varepsilon(P + MQL)]\, e^{\lambda[L+\delta(\varepsilon)]} < \rho$$

Тогда решение $x(t)$ не выдет из области $\Omega(x)$ при $0 \leqslant t \leqslant L\varepsilon\dfrac{L}{\varepsilon}$ и выражение (6) справедливо на отрезке $0 \leqslant t \leqslant \dfrac{L}{\varepsilon}$.

Замечание. Метод усреднения для систем интегро —дифференциальных уравнений был впервые обоснован А. Н. Филатовым. Обширная библиография по этой тематике имеется в его монографии [I].

ЛИТЕРАТУРА

I. Филатов А. Н. Методы усреднения в дифференциальных и интегродифференциальных уравнениях. Изд-во „ФАН", Ташкент, 1971.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 1
BUCUREȘTI

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z.: 631.242

METODA SEMIMICROCHIMICĂ DE DETERMINARE CANTITATIVĂ A SODIULUI ȘI POTASIULUI DIN ZEOLIȚII SINTETICI DE TIP A ȘI X

AGNETA BÂTCĂ, R. MOROIANU, I. VOICU

Zeoliții cristalini de tip *A* și *X* se obțin de cele mai multe ori prin sinteză hidrotermală în formă sodică, respectiv de zeolit Na*A* și Na*X*.

Cei doi zeoliți prezintă o afinitate foarte mare pentru ionul de argint, care poate deplasa total sodiul din cavități, procesul de schimb ionic decurgînd cu viteză mare /1,2/. Bazat pe această proprietate a celor doi zeoliți s-a elaborat o metodă de determinare a cationilor zeolitici, în care aducerea lor în soluție se face prin schimb ionic în condiții dinamice, folosind soluții diluate de azotat de argint în exces (excesul fiind necesar pentru asigurarea deplasării totale a cationilor din zeolit) și retitrarea excesului, concentrația cationilor determinîndu-se îndirect, prin diferență.

Metoda prezintă, între altele, avantajul de a înlocui operația greoaie și laborioasă de dezagregare a rețelei de aluminosilicat pentru aducerea cationilor în soluție, cu cea de schimb ionic în condiții dinamice, care este mai simplă, mai rapidă și nu este afectată de erori sistematice, așa cum este în unele cazuri dezagregarea.

Aparatura și ustensilele de laborator (fig. 1):

— Coloană de sticlă, pentru determinări semimicrochimice, prevăzută cu placă de sticlă fritată sau vată de sticlă, avînd diametrul interior de aproximativ 5 mm și înălțimea de 6—8 cm (1);
— tub de cauciuc prevăzut cu robinet sau clemă (2);
— balon conic prevăzut cu dop de cauciuc (3);
— racord prevăzut cu robinet (4);
— biuretă de 50 ml; (5);
— biuretă de 10 sau 25 ml (6);
— agitator magnetic (7);
— instalație pentru producerea vidului (pompă sau trompă de vid);
— balanță analitică.

* Lucrarea a fost comunicată la sesiunea cercurilor științifice studențești ale Institutul politehnic București — aprilie 1972.

Reactivii utilizați pentru determinarea sodiului.

— soluții etalon dialuate de azotat de argint, 0,02—0,05 *n* ;
— soluție de tiocianat de amoniu 10^{-2} *n* de titru cunoscut ;
— soluție indicator 10% de alaun feric în acid azotic.

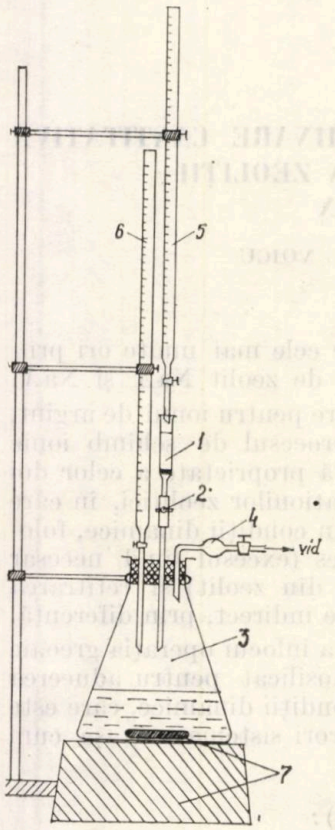


Fig. 1

Condițiile de lucru.

Înălțimea stratului de zeolit în coloană, viteza de trecere a lichidului prin stratul de zeolit și concentrația soluției de azotat de argint se determină în modul descris într-o lucrare anterioară /3/.

Adoptarea concentrației soluției de azotat de argint este un factor important în mersul determinării, de ea depinzînd în mare măsură viteza de trecere a lichidului prin stratul de zeolit, volumul efluentului, deci și durata determinării precum și precizia titrării.

S-a lucrat cu concentrații ale soluției de azotat de argint, de 0,02 *n* ; se recomandă să se lucreze cu soluții de concentrație cuprinsă între 0,01 și 0,05 *n*.

Volumul de soluție necesar deplasării totale a cationilor din zeolit se calculează pornind de la egalitatea dintre cantitatea de cationi conținuți în proba de zeolit, n_C (în mechiv-*g*) și cea de argint, din soluția de azotat, stoechiometric necesară pentru deplasarea totală a cationilor zeolitici, n_{Ag} (în mechiv-*g*), astfel încît $n_C = n_{Ag}$. Pentru asigurarea deplasării totale a cationilor din proba de zeolit este necesar, și suficient, un exces de 25% de ioni de argint, așa cum a rezultat din determinări preliminare. Cantitatea totală de argint necesară este astfel de 5/4 n_C.

Pentru fiecare probă, volumul soluției de azotat de argint (V_s) pentru o anumită normalitate a soluției n_s se calculează din relația :

$$V_s = 5/4 \times 10^{-3} \frac{n_C}{n_s} = 1{,}25 \times 10^{-3} \frac{n_C}{n_s} \quad \ldots \qquad (1)$$

Valoarea lui n_C se cunoaște fie din determinări anterioare (în cazul analizelor în serie) sau determinări preliminare, aproximative, fie se apreciază pe baza formulei ideale a zeolitului.

Modul de lucru pentru determinarea sodiului.

Zeolitul granulat se majorează pînă la finețea sitei de 4900 ochiuri/cm, iar pulberea negranulată se analizează ca atare.

În coloniţa de sticlă (1), se cîntăresc aproximativ 0,1—0,15 g pulbere de zeolit, cu precizia de 0,1 mg. Se fixează coloniţa prin intermediul unui tub de cauciuc prevăzut cu robinet sau clemă (2) de dopul balonului conic (3). Biureta (5) se umple cu soluţie de azotat de argint şi biureta (6) cu soluţie 0,01 *n* de tiocianat de amoniu de titru cunoscut.

În balonul conic (3) se introduc 50 ml apă deionizată şi o soluţie indicator (soluţia acidulată cu acid azotic, de alaun feric). Se fixează dopul de cauciuc la balonul conic (3), în care se introduc din biureta (6), aproximativ 2 ml soluţie de tiocianat. Se deschide robinetul de la racordul (4) care face legătura cu instalaţia de producere a vidului. Se deschide robinetul (sau clema) (2).

Se umectează stratul de zeolit din coloană cu apă deionizată, se fixează deasupra coloniţei (1) biureta (5) şi se picură peste stratul de zeolit, soluţie de azotat de argint, cu viteza determinată /3/, astfel încît la început argintul să fie total reţinut de către stratul de zeolit. În cazul unor eventuale scăpări de argint în efluent la începutul determinării (sesizate prin dispariţia colorauţiei roşii date de complexul fierului trivalent cu anionii tiocianat), se reduce viteza de picurare a soluţiei de azotat de argint şi concomitent se reglează viteza efluentului cu ajutorul robinetului sau clemei (2), astfel încît stratul de zeolit să fie continuu acoperit cu un strat de soluţie de azotat de argint. În caz contrar apar fisuri în stratul de pulbere, care creează direcţii preferenţiale de scurgere a soluţiei de azotat de argint, care nu mai umectează în mod uniform întregul strat. În cazul apariţiei unor asemenea fisuri, se agită stratul de zeolit cu ajutorul unui fir subţire de metal inoxidabil (de ex. rezistenţă de nichelină) care apoi se spală, apa de spălare trecîndu-se deasemenea în efluent.

Se recomandă ca viteza de trecere a soluţiei de azotat de argint prin stratul de zeolit să fie cu 25% sau chiar 50% mai mică decît viteza de străpungere a stratului.

Astfel, încît ionii de argint să fie reţinuţi integral în stratul de zeolit.

Se procedează la reţinerea integrală a ionilor de argint în stratul de zeolit la începutul determinării, pentru ca spre sfîrşitul acesteia să existe un exces de argint, care să asigure deplasarea totală a cationilor din zeolit.

După trecerea soluţiei de azotat de argint, stratul de zeolit se spală cu apă deionizată. Se porneşte apoi agitatorul magnetic (7) şi se titrează excesul de argint cu soluţia de tiocianat de amoniu din biureta 6. Se notează cantitatea totală de soluţie consumată şi se efectuează calculele.

Dacă se consideră necesar, se poate verifica deplasarea totală a cationilor din zeolit. Pentru aceasta prin stratul de zeolit din coloniţă, (menţinut în tot acest timp sub un strat de apă) se trece o cantitate măsurată de soluţie de azotat de argint din biureta 5. Efluentul se adaugă probei titrate. Excesul de argint se retitrează din nou cu soluţie de tiocianat de amoniu. În cazul în care nu se constată un consum suplimentar de argint, determinarea se consideră terminată. În caz contrar se mai trece o cantitate măsurată de azotat de argint prin stratul de zeolit. Efluentul se colectează în vasul conic 3, adăugîndu-se probei titrate şi apoi se retitrează ca mai înainte excesul de argint. Se calculează cantitatea de cationi conţinuţi în probă din volumul total de soluţie de azotat de argint şi de tiocianat de amoniu folosiţi.

Modul de lucru pentru determinarea sodiului în prezența altor cationi.

Dacă în compoziția zeolitului mai sînt prezenți și alți cationi decît sodiul, proba în care s-a retitrat excesul de argint se trece cantitativ în balon cotat, prin filtrare și se determină fiecare cation într-o cotă parte de soluție.

Calciul: se titrează complexonometric conform descrierii din literatură /4/.

Reactivii necesari:

— soluție milimolară (sau centimolară) de complexon III de titru cunoscut;
— soluție 2—4 *n* de hidroxid de sodiu;
— amestec (solid) de murexid și verde naftol *B* cu clorură de sodiu în proporție de masă de 2 : 5 : 50 sau 2 : 5 : 100.

Potasiul: se determină argentometric, indirect, conform descrierii din literatură /5/.

Reactivii necesari:

— Soluție apoasă, 2% de tetrafenilborat de sodiu (kalignost);
— acetonă;
— soluție 1% de acid acetic;
— soluție centinormală de azotat de argint;
— soluție centinormală de tiocianat de amoniu;
— soluție indicator de alaun feric în mediu de acid azotic, de concentrație 10%.

Calculul rezultatelor determinărilor.

În cazul în care sodiul este singurul cation conținut în probe, rezultatul determinărilor se calculează din relația:

$$\% \text{ Na} = \frac{10(V_1 n_1 - V_2 n_2 f_2)}{G_z} \times E_{\text{Na}} \ldots \qquad (2)$$

în care, V_1 și n_1 sînt respectiv volumul și normalitatea soluției etalon de azotat de argint folosită la deplasarea sodiului și V_2, n_2 și f_2 — respectiv volumul, normalitatea și factorul de normalitate a soluției de tiocianat de amoniu folosită la retitrarea excesului de azotat de argint; E_{Na} — greutatea echivalentă a sodiului. G_z este greutatea probei de zeolit.

În cazul în care probele de zeolit conțin în exclusivitate potasiu (de exemplu în cazul zeolitului KA, obținut din sinteză hidrotermală), conținutul de cation se determină identic ca în cazul sodiului iar în formula de calcul 3 se înlocuiește greutatea echivalentă a sodiului cu cea a potasiului (E_{K}).

În cazul prezenței calciului alături de sodiu (sau potasiu), formulele de calcul utilizate sînt:

$$\% \text{ Na(K)} = \frac{\left[V_1 n_1 - \left(V_2 n_2 f_2 + \frac{V_{bc}}{V_p} V_c m_c f_c \right) \right]}{G_z} E_{\text{Na(K)}} \ldots \qquad (3)$$

în care V_c, m_c și f_c sînt respectiv volumul, molaritatea și factorul soluției de complexon; V_{bc} — volumul balonului cotat și V_p volumul probei supuse titrării.

Pentru probele care conțin sodiu și potasiu, formulele de calcul sînt:

$$\% \text{ K} = \frac{10 \times V_{bc}}{V_p \times G_z} (V_1' n_1' - V_2' n_2' f_2') E_{\text{K}} \ldots \quad (4)$$

în care semnificațiile sînt aceleași ca și pentru relațiile anterioare, normalitățile soluțiilor de azotat de argint (n_1') și de tiocianat de amoniu (n_2') fiind diferite, dar putîndu-se lucra și cu aceleași soluții, în care caz $n_1' = n_1$ și $n = n_2'$. Pentru sodiu:

$$\%\text{Na} = \frac{10}{G_z} \left[V_1 n_1 - V_2 n_2 f_2 - \frac{V_{bc}}{V_p} (V_1' n_1' - V_2' n_2' f_2') \right] E_{\text{Na}} \ldots \quad (5).$$

În cazul în care $n_1' = n_1$ și $n_2' f_2' = n_2 f_2$, adică se folosesc la titrarea potasiului aceleași soluții ca și la deplasarea cationilor din zeolit și retitrarea excesului de ioni de argint, relația de mai sus devine:

$$\%\text{Na} = \frac{10\, E_{\text{Na}}}{G_z} \left(1 - \frac{V_{bc}}{V_p} \right) (V_1 n_1 - V_2 n_2 f_2) \ldots \quad (6).$$

Cum rezultă din tabelul nr. 1, determinarea sodiului din zeoliții de ambele tipuri se face cu o exactitate satisfăcătoare, eroarea relativă a tuturor determinărilor fiind sub 1%, majoritatea chiar sub 0,70%. Această exactitate depășește pe cele menționate de literatură, în cazul metodelor aplicate în mod curent, prin fotometria în flacără /3,6/, cînd eroarea de determinare este în majoritatea cazurilor mai mare de 1%.

O exactitate asemănătoare, la aceeași precizie a determinărilor rezultă și în cazul determinării potasiului (tabelul 2) și în aceste cazuri, eroarea de determinare fiind sub 1%.

Durata unei determinări prin metoda elaborată este de 1,5—2 ore, timp mai scurt decît cel menționat de literatură pentru metodele care prevăd dezagregarea. Consumul de azotat de argint pentru deplasarea cationilor este mic, în medie 0,17g pentru o probă; argintul din zeoliți poate fi recuperat.

Catedra de chimie și tehnologie anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *F. Wolf și H. Fürtig*, Kolloid Z. Z. Polymere, *206*, nr. 1, 1965, p. 48—55;
2. *F. Wolf și U. Hädike, Tonind.* Z. u. Keram. Rundschau, *91*, nr. 2, 1967, p. 41—5;
3. *Agneta Bâtcă-Cerbu*, Rev. Chim. Anal., *2*, nr. 3, 1972, p. 214—18;
4. *R. Pribl*, Complexonii în chimia analitică, București, Ed. Tehnică, 1961;
5. *C. Liteanu*, Chimie analitică cantitativă, Volumetrie, București, Ed. Didactică și Pedagogică, 1969;
6. *C. Manoliu, B. Tomi, I. Panovici, Ov. Popescu-* Chim. Anal (france), *52*, nr. 11, 1970, p. 1270—75.

Determinarea sodiului în zeoliți

Tabelul 1

Felul zeolitului	G_z (g)	Cantitatea de Na în zeolit (%)	Cantitatea de K sau Ca, (%)	Valoarea medie a determinărilor Na : X (%)	Eroarea medie patratică a determinărilor : E (%)	Eroarea relativă ; $E/X \times 100$ (%)
NaA-pulbere	0,1250	11,39	0,12(K)			
negranulată	0,1251	11,47	,,			
	0,1250	11,55	,,	11,47	$4,60 \times 10^{-2}$	0,40
NaA-pulbere	0,1250	11,72	—			
negranulată	0,1252	11,58		11,65	$7,00 \times 10^{-2}$	0,60
NaA-granulat	0,1500	9,25	—			
	0,1502	9,32				
	0,1501	9,41				
	0,1502	9,53		9,38	$6,04 \times 10^{-2}$	0,64
NaA-granulat	0,1502	10,12	0,68(Ca)			
	0,1500	9,98	,,	10,05	$7,00 \times 10^{-2}$	0,69
NaX-pulbere						
negranulată	0,1300	11,63				
	0,1300	11,54				
	0,1301	11,50	—	11,56	$3,87 \times 10^{-2}$	0,33
NaX-granulat	0,1500	0,74	0,88			
	0,1500	9,66	,,			
	0,1500	9,58	,,			
	0,1503	9,51	,,	9,62	$4,97 \times 10^{-2}$	0,51

Determinarea potasiului în zeoliți

Tabelul 2

Felul zeolitului	% calciu (valoarea medie)	% sodiu (valoare medie)	% potasiu	Valoarea medie a determinăriilor potasiului (%)	Eroarea medie patratică : E	Eroarea relativă : $E/X \cdot 100$ (%)
Ka-pulbere	—	1,50	16,51			
negranulată		,,	16,63			
		,,	16,80	16,65	$8,41 \times 10^{-2}$	0,50
NaKA-pulbere	—	5,28	12,85			
negranulată		,,	12,65			
		,,	12,42	12,64	0,101	0,79
KA-granulat	0,12	0,82	13,52			
	,,	,,	13,63			
	,,	,,	13,72			
	,,	,,	13,79			
	,,	,,	13,96	13,72	$7,43 \times 10^{-2}$	0,53
NaKA-granulat	0,98	3,68	11,36			
	,,	,,	11,22			
	,,	,,	11,05			
	,,	,,	10,98	11,15	$8,56 \times 10^{-2}$	0,76
NaKA-granulat	1,12	6,48	8,73			
	,,	,,	8,59	8,66	$7,00 \times 10^{-2}$	0,81

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 1
BUCUREȘTI

C.Z. : 665.281

CORELAȚII ÎNTRE TRANSFORMĂRILE MICROSTRUCTURALE ȘI PROPRIETĂȚILE ALIAJELOR DE LINOTIP CU COMPOZIȚIE EUTECTICĂ, LA CREȘTEREA IMPURITĂȚILOR DE CUPRU ȘI ZINC

TH. BĂDESCU, L. PAPAHAGI, M. DUMITRAN

Introducere

Pentru mașinile de cules linotip este necesar un aliaj care să se topească la o temperatură cît mai scăzută și să se solidifice rapid în partea de metal care rămîne la gura de turnare, astfel încît să se evite arderea matrițelor și dimensiunile neprecise ale rîndurilor, iar impuritățile de cupru și zinc să nu crească în mod exagerat, datorită dizolvării parțiale în aliaj a detaliilor fine din matrițele de alamă. Aliajul trebuie să aibă o bună fluiditate la această temperatură, pentru ca alimentarea cu aliaj topit să se facă în bune condițiuni, fără astuparea orificiilor de turnare.

În majoritatea tipografiilor moderne care lucrează în ciclu închis, forma de tipar din aliaj linotip este retopită. În urma utilizării repetate a unei șarje de aliaj are loc o acumulare de impurități, în special dintre cele menționate, provenite din clișeele de zinc, sau, în procesul turnării, din matrițele de alamă.

Deoarece aliajul cu compoziție eutectică (83% Pb, 12% Sb, 5% Sn) este cel care corespunde în condiții optime exigențelor arătate, modificarea constituenților metalografici ai acestui aliaj produce consecințe dintre cele mai neplăcute asupra proprietăților, microstructura aliajelor de linotip influențîndu-le în mod direct, atît pe cele care interesează tehnologia elaborării rîndurilor de litere — proprietăți de care se ocupă studiul de față — cît și pe cele mecanice, ale materialului elaborat. Datorită dizolvării impurităților de cupru și zinc în masa de aliaj, precum și formării unor compuși chimici intermetalici, proprietățile lui tehnologice apar modificate [1], perturbîndu-se condițiile, foarte pretențioase, de elaborare a aliajului. Astfel încît, va fi necesar să nu se depășească valorile maxime admise, care rezultă în urma studiului corelativ de care ne ocupăm.

Rezultate experimentale — concluzii

Pentru efectuarea studiului s-au elaborat o serie de șarje de aliaj, după metoda dizolvării componenților greu fuzibili în plumb [2, 3], mărindu-se treptat conținutul în cupru și zinc, între limitele mai frecvente de

Manuscris predat redacției la data de 28 martie 1972.

apariție, datorită cauzelor arătate mai sus, a acestor impurități în aliajul eutectic.

Rezultatele analizei șarjelor respective sînt trecute în tabelele 1 și 2.

Tabel 1

Șarja	Impurități			Adaos	Componenți de bază		
	% Zn	% As	% Bi	% Cu	% Sn	% Sb	% P b
C_1	0,0070	0,022	0,015	0,12	5,26	12,60	restul
C_2	0,0006	0,017	0,024	0,25	5,26	12,40	”
C_3	0,0008	0,023	0,077	0,32	5,14	12,40	”
C_4	0,0009	0,022	0,025	0,57	5,16	12,52	”
C_5	0,0009	0,022	0,030	0,63	5,16	12,64	”
C_6	0,0009	0,019	0,038	0,75	5,26	12,40	”

Tabel 2

Șarja	Impurități			Adaos	Componenți de bază		
	% Cu	% As	% Bi	% Zn	% Sn	% Sb	% Pb
Z_1	0,0085	0,025	0,037	0,035	5,25	12,30	restul
Z_2	0,0085	0,028	0,031	0,07	5,28	12,41	”
Z_3	0,0080	0,023	0,031	0,13	5,25	12,60	”
Z_4	0,0055	0,023	0,026	0,25	5,30	12,58	”
Z_5	0,0060	0,015	0,023	0,40	5,32	12,32	”
Z_6	0,0065	0,160	0,026	0,56	5,36	12,28	”
Z_7	0,0050	0,140	0,023	0,65	5,24	12,40	”

Curbele de răcire obținute în urma analizei termice a șarjelor specificate sînt reprezentate în fig. 1 și fig. 2.

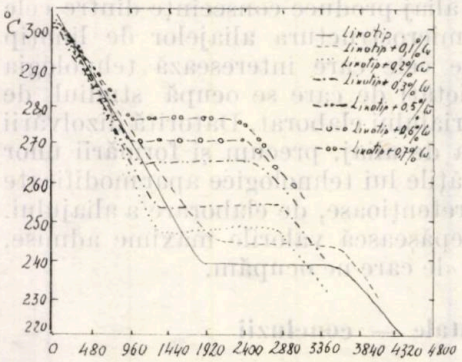


Fig. 1

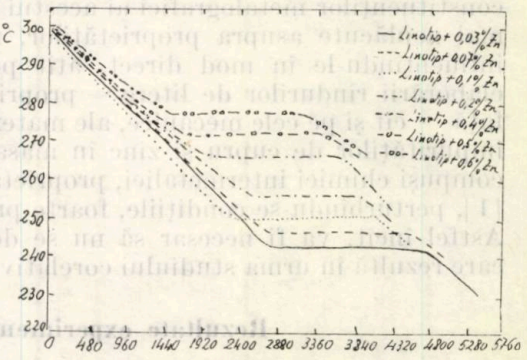


Fig. 2

Din studierea diagramelor prezentate se constată că impuritățile de cupru și zinc măresc temperatura de solidificare a aliajului eutectic, fapt observat din poziția punctelor critice ale curbelor de răcire. La fiecare

creștere cu aproximativ 0,1% în conținutul de cupru și zinc se observă o creștere destul de regulată (cu cca. 6°C) a temperaturii de solidificare a aliajului. Se mai observă, că aliajele sînt mai sensibile la creșterea impurităților de zinc, cantități foarte mici din acest metal (0,03%, 0,07%) conducînd la variații însemnate în curbele de răcire respective. Constituenții metalografici care determină modificarea curbelor de răcire sînt prezentați mai departe.

În cursul determinărilor, răcirea aliajelor cu conținut de cupru a fost întru-cîtva forțată, pentru a se împiedica fenomenul de segregare.

Deși, aparent, creșterea punctelor de topire a aliajului impurificat nu are valori însemnate, dată fiind exigența respectării stricte a parametrilor tehnologici, necesitată de finețea și continuitatea procesului, această creștere conduce la perturbarea procesului tehnologic de elaborare a rîndurilor de litere.

Acelorași considerații se supune și dezideratul menținerii unei fluidități constante de-a-lungul elaborării materialului tipografic. Folosind un viscozimetru rotativ, s-au trasat curbele de variație a fluidității aliajului tipografic, în funcție de adaosurile de cupru (fig. 3) și zinc (fig. 4).

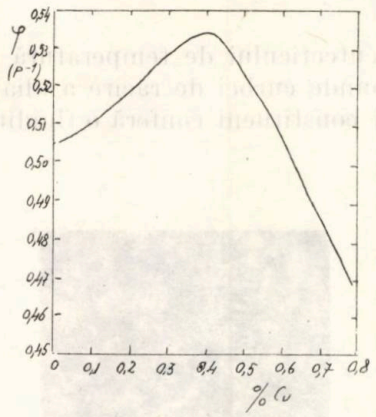


Fig. 3

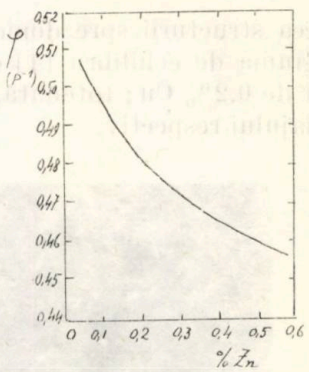


Fig. 4

Din diagrame se observă că fluiditatea aliajului eutectic de linotip (0,506 P^{-1}) este influențată în mod pozitiv pînă la un adaos de 0,6% Cu, valoare la care se atinge fluiditatea aliajului pur. Cantitatea cea mai indicată se află la valoarea de 0,4% Cu. Prin adaos de zinc fluiditatea scade însă continuu, mai brusc pînă la adaosul de 0,1% Zn, apoi mai puțin pronunțat, menținîndu-se totuși mult sub limita admisibilă.

Modificarea proprietăților fizice de mai sus ale aliajelor se explică prin modificările microstructurale ale aliajului cu compoziție eutectică, ilustrate de microfotografiile din fig. 5—14, obținute cu ajutorul microscopului metalografic, pentru unele probe tipice de aliaj.

În fig. 5, care prezintă microstructura aliajului eutectic, fără impuritățile incriminate, se observă că ea este alcătuită din cristale de Sb—Sn (în microfotografii, acestea apar sub forma unor patrate albe), eutectic

ternar Pb—Sb—Sn (sub aspectul unor regiuni albe), înconjurat de soluție solidă de Pb—Sb—Sn (regiunile negre) [4].

La creșterea impurităților de cupru pînă la 0,2% (fig. 6) nu se produc transformări structurale însemnate. Se remarcă, totuși, o cantitate mai mare de eutectic de temperatură mai înaltă (alături de cristale de Sb—Sn);

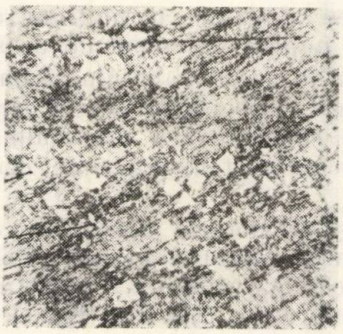


Fig. 5

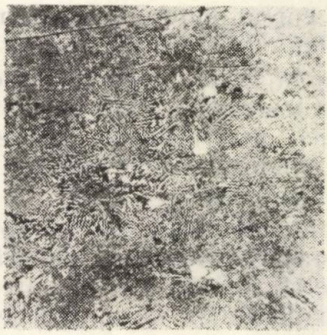


Fig. 6

deplasarea structurii spre domeniul eutecticului de temperatură ridicată din diagrama de echilibru [4] corespunde curbei de răcire a aliajului cu conținut de 0,2% Cu; totodată, acest constituent conferă o fluiditate mai mare aliajului respectiv.

Fig. 7

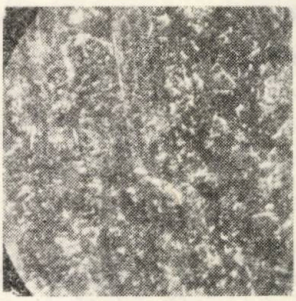


Fig. 8

La cantități mai ridicate de cupru, respectiv, la 0,4% Cu în aliaj (fig. 7) și 0,6% Cu (fig. 8), microstructura aliajului se modifică puternic prin formarea unor constituenți aciculari duri, într-o masă predominantă de soluție solidă ternară Pb—Sb—Sn, odată cu scăderea pînă aproape de dispariție a cantității de cristale Sb—Sn, înrăutățind substanțial proprietățile tehnologice ale aliajului; soluția solidă ternară corespunde unei faze mai vîscoase și conferă temperaturi de topire mai înalte aliajului, datorită cantităților crescînde de compus intermetalic format.

În ceea ce privește influența adaosurilor de zinc, din studiul metalografic se constată că pe măsură ce aceste adaosuri cresc, cantitatea de eutectic ternar de 239°C se micșorează și crește cantitatea de soluție solidă ternară Pb—Sb—Sn, care dizolvă cantitatea de zinc. Din acest motiv, palierul de solidificare se află la valori mai ridicate iar fluiditatea aliajului scade față de valorile inițiale. Modificările se produc începînd chiar cu adaosuri foarte mici de zinc (0,03% Zn — fig. 9) și continuă în mod sensibil la aceste adaosuri (0,07% Zn—fig. 10 și 0,1% Zn— fig. 11), ceeace se reflectă, după cum s-a văzut, în modificarea vizibilă a curbelor de răcire și de fluiditate.

Atacarea aliajului cu acid azotic permite evidențierea mai bună a microstructurii, ca de exemplu în fig. 12, în care se reprezintă aliajul de linotip cu un conținut de 0,1% Zn, atacat cu HNO_3.

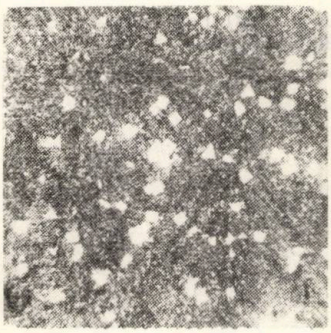


Fig. 9

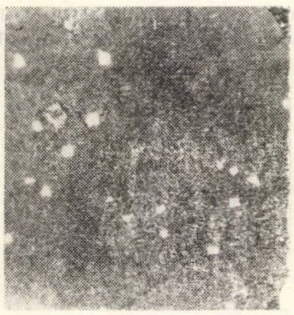


Fig. 10

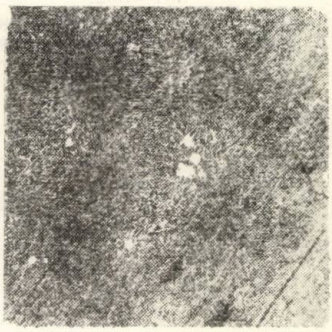


Fig. 11

La valori mai ridicate, de exemplu, la 0,2% Zn în masa aliajului (fig. 13) și în special la 0,5% Zn (fig. 14) se remarcă apariția unui compus filiform cu conținut de zinc. Dispariția cristalelor Sb—Sn și apariția compusului acicular diseminat în masa eutecticului de temperatură ridicată sau în soluția solidă continuă să producă creșterea temperaturii de topire și scăderea fluidității aliajului.

Fig. 12

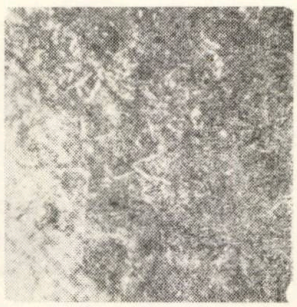


Fig. 13

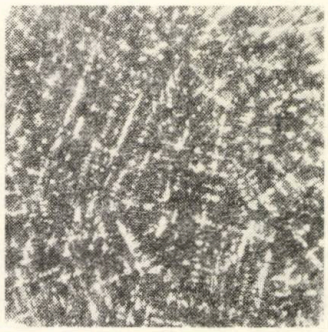


Fig. 14

În toate cazurile în care în șarjele de aliaj apar diseminați constituenți aciculari scade și rezistența la tiraj a materialului tipografic, datorită durității conferite de compușii intermetalici de cupru și zinc respectivi.

Dacă, din diferite motive, nu se poate împiedica acumularea impurităților de mai sus, va fi necesar ca la elaborarea unor noi șarje de aliaj să se folosească clorura de amoniu ca mijloc de afinare pentru îndepărtarea zincului, iar pentru îndepărtarea cuprului, metoda segregării sau utilizarea de sulf în exces [5].

Catedra de tehnologie chimică anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Gâdea, S., Protopopescu, M.* Aliaje neferoase. Ed. tehnică, 1965, pag. 423—429.
2. *Milițin, K. N., Lovcicov, V. S., Suvorov, A. M.* Topirea și turnarea metalelor și aliajelor
3. *Gárny, Z., Lech, Z., ș.a.* Turnarea metalelor și aliajelor loroase. Ed. tehnică, 1969 351—352.
4. *Berezin, B. I.* Materiale poligrafice (trad. din limba rusă). I.D.T., 1961, pag. 121.
5. *Bădescu, Th.* Materiale poligrafice. Ed. did. și pedag., Buc. 1967, pag. 642.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 1
BUCUREȘTI

NOTĂ

C.Z.: 669.717

POSIBILITĂȚI DE VALORIFICARE A ALUMINIULUI DIN CENUȘI DE CĂRBUNE*

I. Gh. CONSTANTINESCU, IRINA CONSTANTINESCU, Fr. BARCA

În balanța energetică a fiecărei țări, combustibilii calorici și printre aceștia cărbunii au un rol deosebit de important. Deși sîntem într-o etapă în care energia atomică a pătruns și pătrunde din ce în ce mai mult în energetica modernă, creșterea deosebită a necesităților de energie vor face ca, încă multe decenii cărbunele să se situeze în rîndul principalelor surse de energie.

Extracția cărbunelui în România a crescut în perioada 1960—1970 cu peste 100%, depășindu-se la ora actuală 20 mil. tone/an.

Creșterea consumului de cărbune în scopuri energetice a avut ca rezultat obținerea unor importante cantități de material anorganic. Și dacă avem în vedere că la ora actuală peste 25% din energia termoelectrică produsă se bazează pe cărbuni inferiori, ceea ce conduce la consumarea a peste 10 mil. tone/an ligniți inferiori, a căror conținut în substanțe anorganice reprezintă cca 40% din masa cărbunelui, rezultă că după arderea acestora în termocentrale, cantitățile de cenușe se cifrează la cca. 4 mil. tone/an.

Valorificarea eficientă a cărbunilor noștri inferiori arată că trebuie să existe preocupări deosebite de utilizare complexă energo-chimică a acestora, prin care să poată fi folosită nu numai masa organică ci și cea anorganică.

Cenușile rezultate din termocentrale reprezintă o sursă importantă de substanță minerală utilă care încă nu este valorificată corespunzător.

În afara pierderilor în produse valorificabile conținute în cenușe, acestea creează și mari inconveniente în sensul că spații importante din jurul termocentralelor sînt ocupate cu halde de cenușă, care cresc impresionant de la an la an, răpind sute de hectare prețioase agriculturii și contribuind la poluarea zonelor respective.

Valorificarea masei anorganice ar putea da circuitului economic un material considerat astăzi rezidiu, care ar aduce deosebite avantaje și care ar contribui la realizarea unui aspect plăcut al peisajului urban și industrial, lucruri care pot avea importante efecte economice și sociale.

Compoziția cenușilor rezultate din procesele de ardere a cărbunilor este conferită de :substanțele minerale din plantele care au contribuit la

* Manuscris predat redacției la data de 15 iulie 1973

formarea cărbunilor, de tipul sărurilor de litiu, sodiu, calciu, stronțiu, fier, bariu, aluminiu, siliciu, potasiu, magneziu, de tipul compușilor organometalici, de tipul compușilor cu sulf, fosfor și clor; substanțele minerale sedimentate concomitent cu formarea zăcămîntului; substanțele minerale introduse în cărbune de acțiunile geologice ulterioare.

Cunoașterea compoziției masei anorganice din cărbuni, prezintă un interes deosebit, pe baza acesteia putînd face aprecieri asupra compoziției cenușii rezultate în procesele de ardere a cărbunelui și implicit asupra diverselor posibilități de a o valorifica.

Compoziția chimică a cenușilor rezultate din arderea diferiților cărbuni românești (ligniți) în cadrul termocentralelor este redată în tabelul nr. 1

Tabelul nr. 1

Nr. crt.	Termocentrala	%				
		SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	CaO	TiO_2
1	Paroșani	50,5	28,9	11,4	5,96	0,99
2	Doicești	41,5	31,6	7,4	5,75	0,85
3	Ovidiu II	40,7	31,4	10,4	5,60	0,81

În condițiile în care se consideră în medie un conținut de 40 % cenușe raportată la cărbunele anhidru rezultă pentru cele trei tipuri de cenușe următoarele conținuturi de componenți anorganici valorificabili:

Tabelul nr. 2

Nr. crt.	Termocentrala	%				
		SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	CaO	TiO_2
1	Paroșani	20,5	11,8	4,68	2,44	0,405
2	Doicești	16,9	12,9	3,04	2,32	0,348
3	Ovidiu II	16,7	12,8	4,23	2,20	0,328

Cercetările întreprinse pînă în prezent au reliefat multiplele posibilități de valorificare a cenușilor provenite de la arderea cărbunilor.

S-au făcut încercări de utilizare a acestora în agricultură ca fertilizanți. Sau utilizat în industria materialelor de construcții. Deasemeni, s-au făcut cercetări pentru obținerea unor coagulanți utilizați în tratarea apelor.

O problemă studiată de mai multă vreme se referă la posibilitățile de valorificare a sulfului existent în cărbuni.

În diverse lucrări s-au propus diferite tehnologii privind valorificarea complexă, urmărindu-se obținerea fierului și titanului.

În lucrarea de față vom prezenta rezultatele obținute la studierea posibilităților de valorificare a aluminiului din cenușile de termocentrale.

Tema este de deosebită actualitate, datorită deficitului pe plan mondial existent în acest metal, procedeele utilizate: electrotermice,

electrolitice sau chimice în multiplele variante care folosesc ca materie primă bauxitele ne mai putînd asigura necesarul solicitat de industrie.

S-au făcut încercări de extragere a aluminiului în cadrul unor procedee alcaline, acide sau în topitură.

Lucrările au fost realizate cu o cenuşe de compoziţie : SiO_2 — 52 %; Al_2O_3 — 29 %; Fe_2O_3 — 11 %; CaO — 6 %; TiO_2 — 1 %.

Tehnologia valorificării aluminiului prin procedeul alcalin.

Parametrii tehnologici abordaţi se referă la : influenţa concentraţiei soluţiei de hidroxid de sodiu, influenţa raportului între reactanţi, influenţa temperaturii, influenţa timpului de contact.

Studiind influenţa concentraţiei soluţiei de hidroxid de sodiu asupra randamentului de extracţie a aluminiului din cenuşă, s-a lucrat cu soluţii de concentraţie 30 %; 40 %; 50 % şi 60 %; la o temperatură de 50°C; un timp de reacţie de 2 ore ; raportul între reactanţi folosit fiind de Al_2O_3 : NaOH 1 : 10, şi s-a obţinut un randament de extracţie maxim de 42 % pt. concentraţia soluţiei de hidroxid de sodiu de 60 %.

Studiind influenţa raportului între reactanţi s-a lucrat cu un raport de 1 : 1 ; 1 : 5 ; 1 : 10 ; 1 : 20 şi 1 : 30 ; la o temperatură de 50°C, timp de reacţie 2 ore ,concentraţie a soluţiei de hidroxid de sodiu 60 % şi s-a obţinut un randament maxim la un raport de 1 : 10. Creşterile pe care le asigură mărirea raportului la 1 : 20, 1 : 30, de pînă la 44 % nu justifică adoptarea măririi raportului între Al_2O_3 : NaOH.

Studiind influenţa temperaturii, s-a lucrat la temperaturi de 20°, 40°, 50° şi 70°C, pentru o concentraţie de 60 %, timp de 2 ore, raport molar 1 : 10 şi s-a constat că, temperatura de 50°C permite obţinerea unui randament maxim.

Studiind influenţa timpului de reacţie, s-a constatat că, pentru parametrii optimi stabiliţi la punctele anterioare, timpul optim de contact este de 2 ore.

Determinările parametrilor în cadrul acestei tehnologii au indicat că, randamentul maxim care se poate obţine este de 42 %, pentru concentraţia de 60 % NaOH, raport molar, Al_2O_3 : NaOH 1 : 10, temperatură 50°C, timp de reacţie de 2 ore.

Considerăm că acest randament este satisfăcător, avînd în vedere că soluţia de NaOH cu care s-a realizat extracţia aluminiului din cenuşă poate fi reintrodusă într-un nou ciclu, după corectarea concentraţiei.

Tehnologia valorificării aluminiului prin procedeul acid.

S-au făcut încercări cu soluţii de : acid clorhidric de concentraţie 30 % (concentraţia soluţiilor reziduale de acizi din industria organică), acid sulfuric de concentraţie 75 % şi acid azotic de concentraţie 67 %.

În cazul utilizării acidului clorhidric 30 %, randamentul maxim de extracţie de 40 % s-a obţinut la 70°C, pentru un timp de reacţie 1 oră, la un raport Al_2O_3 : HCl de 1 : 10.

Utilizînd acid sulfuric 75 %, randamentul maxim obţinut este de 35 %, pentru un timp de reacţie de 1 oră, raport Al_2O_3 : H_2SO_4 1 : 10, temperatură de 70°C.

Considerăm că utilizarea acidului sulfuric în asemenea cazuri nu este economică.

În privința utilizării acidului azotic, randamentul maxim a fost de 34% pentru următorii parametrii: raport $Al_2O_3 : HNO_3$ 1 : 10, timp de reacție 1 oră temperatură 50°C.

Tehnologia valorificării aluminiului prin procedeul în topitură.

S-a stabilit în determinările experimentale că, pentru un raport molar $Na_2O : Al_2O_3 = 40$, la o concentrație de 600 g/l de hidroxid de sodiu, la o temperatură de 250°C, timp de reacție 15 min., s-a obținut un randament de 87%. Considerăm că, această tehnologie este cea mai adecvată, dar datorită regimului termic deosebit prezintă unele inconveniente la realizarea practică.

Din determinările experimentale se poate trage concluzia că, valorificarea aluminiului din cenuși se poate face prin procedeul extracției cu hidroxid de sodiu, în condiții tehnologice avantajoase față de celelalte procedee experimentate.

Catedra tehnologie anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București

BIBLIOGRAFIE

1. *Adrianand A. B., Cullach Jh. W. Mc.*,— Pressure Leaching of Ores with Particular Reference to the Upgrading of Aluminate Solutions; II. Alkaline Presure e Leaching of Sasol Fiy ash. — Jov. Met. Lab. (Rep. Sud Africană) — 1966
2. *Brown R. L., Cald well R. L., Foreday F*, Fuel 31—1952
3. *Deul M.*, Econ. Geol. 50, — 1955
4. *Dobrescu L.*, Prepararea cărbunilor, Ed. tehnică 1959.
5. *Endell J., Endell F.*, Fuee — 19+4.
6. *Fedorovskaya I., Khoskin I. M., Surina M. L.*, Direct Determination of Aluminium in the Ash of Solid Fucls.
7. *Fereday F., Flint D.*, Fuel 32—1953.
8. *Francis W.*, Coal — Its Formation and Composition, London 1954.
9. *Hawley J. E.*, Con Mining Met, Bull 48—1956.
10. *King J. G., Maries M. B., Crossley M. E.*, Sve Chem Ind. 55 (1936).
11. *Krewelen von D. W.*, Coal Elsenin Publishing Company Amsterdam 1961.
12. *Liss Wer A.* Sitzber. deut Akad. Wiss Berlin—K Ceol. U. Biol. 1936.
13. *Lowry H. H.*, Chemistry of Coal Utilisation, New-York, London 1964.
14. *Meadlee A. J. W., Hunter R. G.*, Ind. Eng. Chem. 45, 1953.
15. *Millot J.O.N.*, Fuel 37, 1958.
16. *Nayda Bednarezyk K.* Bodania rozkladu ilmeniton stezonyn chemizruy kwosen solnyn, Premysl chemizxy Nr. 47/2—1968.
17. *Nelson J. B.*, Bucura Bull, 17, 43—1953.
18. *Nelson J. B.*, Bucura Bull, 17, 46—1956.
19. *Pringle W. J. S., Brand barn E.*, Fuel 37—195=.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 1
BUCUREȘTI

MECANICĂ

C.Z.: 531.47

ASUPRA MIȘCĂRII RELATIVE A PUNCTULUI MATERIAL GREU, FĂRĂ FRECARE, PE O SUPRAFAȚĂ DE REVOLUȚIE ÎN MIȘCARE DE ROTAȚIE *

N. PANDREA, M. MUNTEANU

1. Introducere

În lucrarea [1] a fost studiată mișcarea punctului material fără frecare pe o suprafață de revoluție fixă, supus acțiunii unei forțe conservative, a cărei suport întîlnește axa de simetrie a suprafeței.

Mișcarea punctului material greu pe o astfel de suprafață, rezultă ca un caz particular, forța de greutate fiind conservativă și concurentă în punctul de la infinit cu axa de simetrie a suprafeței.

În această lucrare se va studia mișcarea punctului material greu pe o suprafață de revoluție, antrenată într-o mișcare de rotație în jurul axei de simetrie, ce are o poziție verticală. Se consideră că legătura directă punct și suprafață este bilaterală, iar suprafața este lucie.

2. Considerații generale

Să considerăm o suprafață de revoluție (S) care se rotește în jurul axei sale de simetrie și un punct material P de masă m, în mișcare relativă pe această suprafață, legătura punct-suprafață fiind bilaterală și lucie.

Suprafața (S) se raportează la un sistem de referință mobil de coordonate cilindrice ρ, θ, z. Acest sistem este raportat la rîndul său la un sistem fix, parametrul fiind φ (fig. 1).

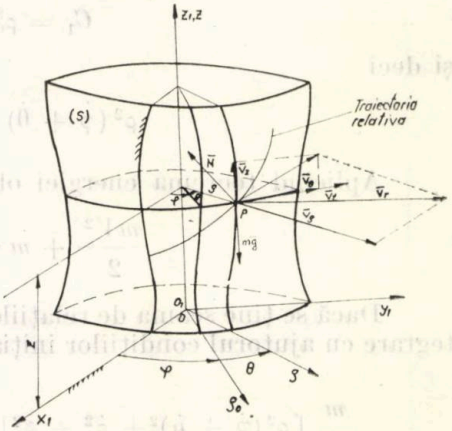


Fig. 1

* Manuscris predat redacției la data de 22 martie 1973

Fie $$\rho = \rho(z) \tag{1}$$

ecuaţia suprafeţei (S) faţă de sistemul mobil. Se admite că funcţia $\rho = \rho(z)$ este continuă împreună cu derivata ei.

Expresia vitezei absolute a punctului P este : $\overline{V} = \overline{V}_r + \overline{V}_t$ (2)
unde $\overline{V}_r$ este viteza relativă şi este definită prin relaţia

$$\overline{V}_r = \overline{V}_\rho + \overline{V}_\theta + \overline{V}_z \tag{3}$$

iar $\overline{V}_t$ este viteza de transport.

Ţinînd seama de sistemele de coordonate considerate şi de notaţiile din fig. 1, rezultă :

$$V_t = \rho\,\dot{\varphi} \quad V_\rho = \dot{\rho} \quad V_\theta = \rho\,\dot{\theta} \quad V_z = \dot{z} \tag{4}$$

Pentru cazul general se presupun următoarele condiţii iniţiale ($t = 0$)

$$\varphi = \theta = 0,\ z = z_0,\ \rho = \rho_0,\ \dot{\varphi} = \Omega_0,\ \dot{\theta} = \omega_0,\ V_\rho = V_{\rho_0},\ V_z = V_{z_0} \tag{5}$$

3. Ecuaţiile de mişcare

Deoarece atît greutatea punctului $m\bar{g}$ cît şi reacţiunea normală $\bar{N}$ sînt situate într-un plan meridian, mişcarea punctului P se poate studia cu ajutorul teoremelor generale.

Din teorema momentului cinetic faţă de axa oz, obţinem :

$$\rho^2(\dot{\varphi} + \dot{\theta}) = C_1 \tag{6}$$

Ţinînd seama de condiţiile iniţiale (5) rezultă :

$$C_1 = \rho_0^2(\Omega_0 + \omega_0) \tag{7}$$

şi deci

$$\rho^2(\dot{\varphi} + \dot{\theta}) = \rho_0^2(\Omega_0 + \omega_0) \tag{8}$$

Aplicînd teorema energiei obţinem :

$$\frac{mV^2}{2} + m \cdot g \cdot z = C_2 \tag{9}$$

Dacă se ţine seama de relaţiile (3, 4) şi se determină constanta de integrare cu ajutorul condiţiilor iniţiale (5), relaţia (8) devine :

$$\frac{m}{2}\left[\rho^2(\dot{\varphi} + \dot{\theta})^2 + \dot{\rho}^2 + \dot{z}^2\right] + m\,g\,z = \frac{m}{2}\left[\rho_0^2(\Omega_0 + \omega_0)^2 + V_{\rho_0}^2 + V_{z_0}^2\right] + m\,g\,z_0 \tag{10}$$

adică :

$$\rho^2 (\dot{\varphi} + \dot{\theta})^2 + \dot{\rho}^2 + \dot{z}^2 = C_3 - 2 g z \tag{11}$$

unde

$$C_3 = \rho_0^2 (\Omega_0 + \omega_0)^2 + V_{\rho_0}^2 + V_{z_0}^2 + 2 g z_0 \tag{12}$$

Introducînd relaţia (6) în (11) rezultă :

$$\dot{\rho}^2 + \dot{z}^2 + \frac{C_1^2}{\rho^2} = C_3 - 2 g z \tag{13}$$

Presupunînd în relaţia (1) pe ρ ca funcţie de z, deducem :

$$\dot{z}^2 = \frac{(C_3 - 2 g z)\ \rho^2 - C_1^2}{\rho^2 \left[1 + \left(\frac{d\rho}{dz}\right)^2\right]} \tag{14}$$

În situaţia în care presupunem pe z ca funcţie de ρ avem :

$$\dot{\rho}^2 = \frac{(C_3 - 2 g z)\ \rho^2 - C_1^2}{\rho^2 \left[1 + \left(\frac{dz}{d\rho}\right)^2\right]} \tag{15}$$

Dacă notăm :

$$(C_3 - 2 g z)\rho^2 - C_1^2 = F(\rho, z) \tag{16}$$

din relaţia (14) rezultă :

$$t = \int_{z_0}^{z} \sqrt{\frac{\rho^2 \left[1 + \left(\frac{d\rho}{dz}\right)^2\right]}{F(\rho, z)}}\, dz \tag{17}$$

iar din relaţia (15)

$$t = \int_{\rho_0}^{\rho} \sqrt{\frac{\rho^2 \left[1 + \left(\frac{dz}{d\rho}\right)^2\right]}{F(\rho, z)}}\, d\rho \tag{18}$$

De aici se poate obţine $z = z(t)$ sau $\rho = \rho(t)$, iar din relaţia (6)

$$\varphi + \theta = C_1 \int_0^t \frac{dt}{\rho^2} \tag{19}$$

adică

$$\theta = C_1 \int_0^t \frac{dt}{\rho^2} - \varphi \tag{20}$$

Mişcarea de transport fiind cunoscută (dată), rezultă că funcţia $\varphi(t)$ este dată şi deci relaţia (20) defineşte modul de variaţie a unghiului θ în timp. Din relaţiile (17) şi (18) putem deduce în acelaşi mod funcţiile $z(t)$ şi $\rho(t)$, deci problema mişcării relative a punctului material pe suprafaţa mobilă (S) este complet rezolvată.

4. Proprietăţile generale ale mişcării

4.1. *Cazul* $C_1 = 0$

După cum rezultă din relaţia (6) acest caz poate avea loc dacă $\rho_0 = 0$ şi $\Omega_0 + \omega_0 \neq 0$ sau dacă $\Omega_0 + \omega_0 = 0$ şi $\rho_0 \neq 0$.

Cînd $\rho_0 = 0$, ceea ce înseamnă că poziţia iniţială coincide cu punctul de intersecţie al axei de simetrie, cu suprafaţa în cazul în care suprafaţa are un asemenea punct, nu avem mişcare relativă.

Pentru situaţia $\Omega_0 + \omega_0 = 0$, $\rho_0 \neq 0$, din relaţia (6) se obţine:

$$\dot{\varphi} + \dot{\theta} = 0 \qquad \varphi + \theta = \varphi_0 + \theta_0 = 0$$

adică

$$\theta = -\varphi \tag{21}$$

Şi deci punctul material se va mişca pe suprafaţa de rotaţie mobilă în sens opus sensului de rotaţie al suprafeţei şi după aceeaşi lege.

Mişcarea absolută este definită de unghiul $\varphi + \theta$. Cum acest unghi are valoarea egală cu zero, rezultă că punctul material va avea traiectoria absolută situată într-un plan meridian vertical fix.

4.2. *Cazul* $C_1 = 0$

Din relaţia (6) se observă, în primul rînd, că unghiul absolut $\theta + \varphi$ are acelaşi semn de variaţie, adică mişcarea absolută se produce mereu în acelaşi sens.

Acest lucru se putea deduce şi direct din lucrarea [1], observînd că punctul material în mişcarea sa poate fi considerat în contact permanent cu suprafaţa (S) considerată fixă şi rezultă:

— planul ce conţine axa de rotaţie a suprafeţei şi punctul material se roteşte mereu în acelaşi sens;

— mişcarea nu poate avea loc decît în punctele suprafeţei pentru care $F(\rho, z) \geqslant 0$;

— mişcarea punctului material se produce în general între două paralele ale suprafeţei (S).

Ultima proprietate ne permite să concludem că şi mişcarea relativă are loc tot între două paralele. Sensul mişcării relative este dat de semnul expresiei $\theta = \frac{C_1}{2} - \varphi$ care poate fi şi pozitiv şi negativ, adică în general sensul mişcării relative nu este mereu acelaşi.

5. Cazuri particulare

5.1. *Disc în mișcare de rotație*

Pe un disc orizontal care se rotește în jurul axei sale verticale cu viteza unghiulară constanta Ω se află un punct material greu de masă m situat în momentul inițial la distanța ρ_0 de centrul discului și având viteza relativă inițială egală cu zero.

Ne propunem să studiem mișcarea relativă a punctului în ipoteza legăturii fără frecare.

Acest caz include studiul mișcării într-o primă aproximație a granulelor de îngrășăminte cu frecare foarte mică pe discul distribuitor, la mașina agricolă de împrăștiat îngrășăminte.

Din enunț rezultă :

— ecuația suprafeței

$$z = 0 \tag{22}$$

— condițiile inițiale ($t = 0$)

$$\varphi = \theta = 0\,; \quad z_0 = 0\,; \quad \rho = \rho_0 \quad \dot{\varphi} = \Omega\,; \quad \dot{\theta} = 0 \tag{23}$$

$$V_\rho = 0,\ V_z = 0\,;\ V_{0_0} = 0\,;\ V_t = \rho_0 \Omega$$

Ținînd seama de (16), din relația (17) avem :

$$t = \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{\rho\, d\,\rho}{\sqrt{C_3 \rho^2 - C_1^2}} = \frac{1}{C_3} \left[\sqrt{C_3 \rho^2 - C_1^2} - \sqrt{C_3\, \rho_0^2 - C_1^2}\right] \tag{24}$$

Expresiile constantelor C_1 și C_3 sînt :

$$C_1 = \rho_0^2\, \Omega \qquad C_3 = \rho_0^2\, \Omega^2 \tag{25}$$

Relația (27) devine astfel :

$$\rho^2 = \rho_0^2\, (1 + \Omega^2\, t^2) \tag{26}$$

Deoarece $\Omega = \text{const.}$ și deci $\Omega\, t = \varphi$ din relația (23) rezultă :

$$\theta + \varphi = \Omega \int_0^t \frac{dt}{1 + \Omega^2\, t^2} \tag{27}$$

sau

$$\operatorname{tg}\,(\theta + \varphi) = \varphi \tag{28}$$

Din ultima relație se deduce că unghiul θ este negativ, adică mișcarea relativă se produce în sens contrar sensului de rotație al discului.

Relațiile (26) și (28) arată că traiectoria relativă este o evolventă a cercului (fig. 2).

Într-adevăr, dacă sensul pozitiv este dat de variația unghiului φ, iar cel negativ de variația unghiului θ avem (fig. 2) :

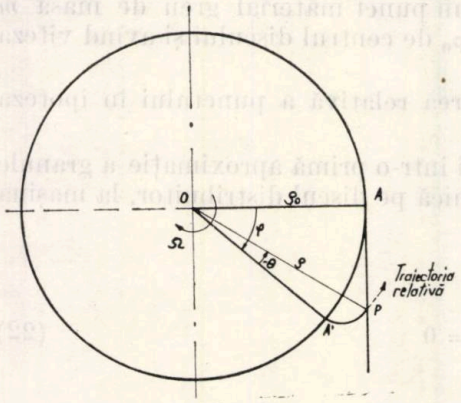


Fig. 2

$$\widehat{AA'} = \overline{AP}$$

$$\rho_0 \varphi = \rho_0 \operatorname{tg}(\varphi + \theta)$$

adică tocmai relația (28).

Mai rezultă :

$$\rho = OP$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{\cos(\varphi + \theta)} = \rho_0 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\varphi + \theta)}$$

deci

$$\rho = \rho_0 \sqrt{1 + \varphi^2} \tag{29}$$

În ceea ce privește traiectoria absolută, aceasta este tocmai dreapta $AP \perp OA$

5.2. *Con în mișcare de rotație*

Punctul material de masă m se află pe o suprafață conică, care se rotește în jurul axei sale de simetrie dispusă vertical, cu o viteză unghiulară Ω (fig. 3).

Mișcarea relativă a granulelor materiale pe suprafețe conice se depărtează în mișcare de rotație poate fi întîlnnită la diverse mașini, de exemplu : uscătoare conice rotative cu sau fără mișcări vibratoare, separatoare rotative, etc.

Datele problemei sînt :

— ecuația suprafeței

$z = \rho \operatorname{tg} \alpha$ (30)

— condițiile inițiale ($t = 0$)

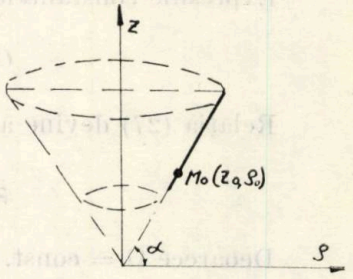


Fig. 3

$$\varphi = \theta = 0 ; \; z = z_0 ; \; \rho = \rho_0 \quad \dot{\varphi} = \Omega ; \; \dot{\theta} = 0 \tag{31}$$

$$V_\rho = 0 ; \; V_z = 0 ; \; V_{\theta_0} = 0 ; \; V_t = \rho_0 \Omega$$

Expresiile constantelor de integrare C_1 și C_2 date de relațiile (7) și (12) sînt :

$$C_1 = \rho_0^2 \Omega \qquad C_3 = \rho_0^2 \Omega^2 + 2 g z_0 \tag{32}$$

Expresia funcției $F(\rho, z)$ (16) devine:

$$F(\rho, z) = -2g \operatorname{tg} \alpha \, \rho^3 + C_3 \rho^2 - C_1^2 \tag{33}$$

sau

$$F(\rho, z) = -2g \operatorname{tg} \alpha \, \rho^3 + (\rho_0^2 \Omega^2 + 2g z_0) \rho^2 - \rho_0^2 \Omega \tag{34}$$

Ținînd seama de (30) și (33), expresia (17) devine pentru acest caz:

$$t = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{\rho \, d\rho}{\sqrt{-\rho^3 2g \operatorname{tg} \alpha + \rho^2 C_3 - C_1}} \tag{35}$$

Ultima integrală este în general o integrală eliptică de speța a 2-a. Forma soluției depinde de natura soluțiilor ecuației $F(\rho) = 0$, unde $F(\rho)$ este polinomul de sub radical.

Studiul integralei (35) ne poate dezvălui unele aspecte calitative ale mișcării relative.

Ecuația $F(\rho, z) = 0$, adică

$$2g \operatorname{tg} \alpha \, \rho^3 - (\rho_0^2 \Omega^2 + 2g \rho_0 \operatorname{tg} \alpha) \rho^2 + \rho_0^4 \Omega = 0 \tag{36}$$

are trei rădăcini reale distincte ρ_1, ρ_2, ρ_3.

Se observă în primul rînd că $\rho_1 = \rho_0$ este o soluție a ecuației (36). Prin împărțire rezultă:

$$2 \rho^2 g \operatorname{tg} \alpha - \rho_0^2 \Omega^2 \rho - \rho_0^3 \Omega^2 = 0$$

cu soluțiile:

$$\rho_{2,3} = \frac{\rho_0^2 \Omega^2 \pm \rho_0 \Omega \sqrt{\rho_0^2 \Omega^2 + 8g \rho_0 \operatorname{tg} \alpha}}{4g \operatorname{tg} \alpha} \tag{37}$$

unde

$$\rho_2 > 0 \text{ și } \rho_3 < 0$$

În funcție de datele problemei putem avea următoarele trei cazuri:

1. $\rho_0 \Omega^2 > g \operatorname{tg} \alpha$ pentru care $\rho_2 > \rho_1 = \rho_0$

2. $\rho_0 \Omega^2 = g \operatorname{tg} \alpha$ " " $\rho_2 = \rho_1 = \rho_0$ (38)

3. $\rho_0 \Omega^2 < g \operatorname{tg} \alpha$ " " $\rho_2 < \rho_1 = \rho_0$

Dacă se îndeplinește primul caz, atunci timpul t_2 necesar pentru deplasarea sistemului din poziția $\rho = \rho_0$ în poziția $\rho = \rho_2$ are o valoare finită și se calculează cu formula

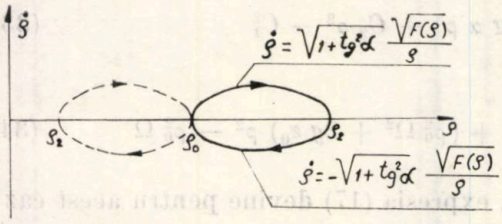


Fig. 4

$$t_2 = \sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}\int_{\rho_0}^{\rho_2}\frac{\rho\, d\,\rho}{\sqrt{F(\rho)}} \qquad (39)$$

cum ρ_2 este o rădăcină simplă, funcția $F(\rho)$ devine negativă pentru $\rho > \rho_2$ astfel că sensul mișcării relative se va schimba, deci punctul material se va reîntoarce spre poziția ρ_0 unde componenta vitezei relative $\dot{\rho}$ se va anula din nou. Traiectoria relativă a punctului în planul fazelor este curba plină din fig. 4.

Mișcarea relativă a punctului va fi oscilatorie între paralele ρ_0 și ρ_2, iar traiectoria va fi tangentă la acestea în punctele de contact deoarece în acele puncte sînt îndeplinite condițiile $\dot{\rho} = 0, \dot{\rho}\,\dot{\theta} \neq 0$. Perioada mișcării este dată de expresia

$$T = 2\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}\int_{\rho_0}^{\rho_2}\frac{\rho\, d\,\rho}{\sqrt{F(\rho)}} \qquad (40)$$

Pentru cazul al treilea mișcarea relativă a punctului este de același tip numai că planul paralel superior va fi ρ_0 iar cel inferior ρ_1, traiectoria în planul fazelor fiind curba punctată din fig. 4.

Semnificația faptului că ρ_0 este o rădăcină a ecuației $F(\rho) = 0$ constă în aceea că poziția inițială a punctului determină una din paralelele ce limitează mișcarea într-o direcție sau alta, după cum sînt îndeplinite condițiile (1) sau (3). Din relațiile (37) rezultă că valoarea lui ρ_2 este o funcție de poziția inițială ρ_0. De exemplu, la îndeplinirea condițiilor (1), ρ_2 crește cu patratul lui ρ_0. Cînd se îndeplinește condiția (2) mișcarea relativă a punctului se efectuează de-a lungul paralelei ρ_0 și are un caracter continuu fără variații de viteză.

Cazul rădăcinii negative ρ_3 și intervalul $\rho < 0$, nu are semnificație fizică, deoarece nu se mai păstrează legătura bilaterală între punct și plan.

Catedra de mecanică și teoria mecanismelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *R. Voinea, P. Baranay* Asupra mișcării unui punct material pe o suprafață de rotație. Buletinul Institutului politehnic București Tom XIX – 1957, nr. 3–4.
2. *V. Vilcovici, St. Bălan, R. Voinea* Mecanică teoretică. Editura tehnică. București, 1968.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 1
BUCUREȘTI

TEORIA MECANISMELOR

C.Z.: 621—23

LA COMPARAISON DES CHAINES CYNEMATIQUES ET DES MECANISMES AU POINT DE VUE STRUCTURAL A L'AIDE DE LA THEORIE DES GRAPHES

N. MANOLESCU, M. DRANGA

1. Avant-propos

1.1. Dans la synthèse structurale des chaînes cynématiques (*CC*), le problème de la comparaison d'une structure à l'autre et de la détermination de l'identité structurale possible parmi les *CC* d'un ensemble donnée de chaînes sont d'une éxtrême importance.

Pour la comparaison ainsi que pour la synthèse des *CC* on peut faire usage de la thèorie des graphes, s'appuyant sur le fait que la structure d'une *CC* peut être representée par un graphe non orienté dont les points (les sommets) correspondent aux éléments de la *CC* et les arêtes aux couples (aux joints cynématiques) entre les éléments. Supposant que dans la *CC* il y a des couples de types différents les arêtes sont marquées par un symbole conforme au type du joint.

Un graphe qui décrit la structure d'une chaîne cynématique s'appelle „graphe cynématique". Si deux *CC* sont équipollentes au point de vue structural leurs graphes cynématiques sont „isomorphes", c'est à dire que leurs diagrammes peuvent être amené à coïncider.

1.2. Dans /1/ on indique quelques algorithmes pour la verification de l'algorithme des graphes cynématiques et dans /2/ on donne un support théorique de la notion de l'isomorphisme des graphes non orientés et conformément à celle-ci on suggère un algorithme très expéditif pour comparer les chaînes cynématiques planes articulées (CCpa) à l'aide du calculateur.

Dans cet ouvrage on étudie la possibilité de comparer les *CC* en général et les mécanismes en dévelloppant quelques résultats de /2/.

2. Eléments de la théorie des graphes employés pour la comparaison structurale des CC et des mécanismes.

2.1. Au point de vue algébrique un graphe représente une application multivoque d'un ensemble (ensemblesupport) dans ceux-ci même. Si X est un ensemble fini, les éléments de cet ensemble sont representés

* Ouvrage reçu à la rédaction le 26 Avril 1972.

par des points dans un plan. Quel qu'il soit deux points x et y, de sorte que $y \in \Gamma x$, on peut les joindre par une ligne partant de x vers y. Un élément de l'ensemble X s'appelle „point" ou „sommet" ; une paire (x, y), de sorte que $y \in \Gamma x$ s'appelle „arc" du graphe.

On nomme „arête" du graphe une paire de sommets (x, y) de la sorte que $y \in \Gamma x$ et $x \in \Gamma y$, $x = y$. Les points x et y s'appellent extrémités des arêtes. A l'encontre de l'arc, l'arête n'implique aucune orientation. Un graphe avec seulement des arêtes est un „graphe non orienté".

Nous nous rapporteront seulement aux graphes non orientés. Un tel graphe G est noté par la paire (X, Γ) ou (X, U), où U représente l'ensemble des arêtes.

Le degré d'un sommet x, $g(x)$ est défini comme le nombre des arêtes qui ont une extrémité en x, l'autre extrémité étant différente de x.

Deux sommets x et y sont „adjacents" s'ils sont distincts et s'il existe une arête $u = (x, y)$.

Une „chaîne" est une rangée d'arêtes $(u_1, u_2, \ldots)$, chaque arête u_k étant liée à u_{k-1} par une de ses extrémités et à u_{k+1} par l'autre extrémité.

On appelle „cycle" une chaîne limitée qui part d'un sommet pour y en arriver.

On appelle un graphe „connexe" si $\forall x$ et $\forall y$ $(x \neq y)$ il y a une chaîne partant de x vers y.

Un graphe est „linéaire" si deux points sont joints par tout au plus une arête.

Des graphes cynématiques sont des graphes non orientés, connexes et linéaires ; ils peuvent être plans (les arêtes se coupent seulement dans les sommets du graphe) ou non, en accord avec le théorème de Kuratovski (5).

2.2. Pour l'isomorphisme des graphes non orientés on peut donner la définition algébrique suivante :

Deux graphes $G_1 = (X, \Gamma) = (X, U)$ et $G_2 = (Y, \Delta) = (Y, V)$ sont isomorphes $(G_1 - G_2)$ s'il y a deux applications biunivoques, φ entre des points $(\varphi : X \to Y)$ et ψ entre des arêtes, entre lesquelles il y a la relation suivante :

$$\text{Pour A } (x, y) \in U,\ \psi(x, y) = (\varphi\, x, \varphi\, y) \in V.$$

Concernant la notion d'isomorphisme, en /2/ les théorèmes suivantes ont été établis :

Théorème 1. Deux graphes $G_1 = (X, \Gamma)$ et $G_2 = (Y, \Delta)$ sont isomorphes si seulement il y a une application biunivoque $\varphi : X \to Y$ ayant la propriété que quel qu'il soit $x \in X$ et $y \in Y$ de sorte que $y = \varphi x$

$$\varphi(x, \Gamma x) = (y, \Delta y).$$

D'ici résulte $\varphi\, \Gamma = \Delta \varphi$, c'est à dire qu'il a lieu la commutativité de la diagramme :

$$\begin{array}{ccc} X & \xrightarrow{\Gamma} & \mathfrak{P}(X) \\ {\scriptstyle\varphi}\downarrow & & \uparrow{\scriptstyle\varphi^*} \\ Y & \xrightarrow{\Delta} & \mathfrak{P}(Y) \end{array}$$

dans laquelle φ^* est l'application induit par φ, de $P(x)$, l'ensemble des parties de X, à $P(Y)$, l'ensemble des parties de Y.

Théorème 2. Si deux graphes $G_1 = (X, U)$ et $G_2 = (Y, V)$ sont isomorphes, l'application correspondante entre les arêtes $\psi : U \to V$ conserve le degré des extrémités, c'est à dire si $(x_i, x_k) \in U$ et $(y_i, y_k) = \psi(x_i, x_k) \in V$ alors $g(x_i) = g(y_i)$ et $g(x_k) = g(y_k)$ et réciproquement.

Ces théorèmes * représentent la justification de la méthode de comparaison des graphes cynématiques, respectivement de la *CC* que nous décrivons dans ce qui suivent.

2.3. Nous associons à un graphe non orienté un tableau dans lequel pour chaque sommet, on écrit horizontalement dans un ordre arbitraire les degrés des points adjacents au sommet respectif. Le nombre des lignes horizontales est donc égale au celui des sommets et le nombre des colonnes du tableau est égale au degré maximum des points.

Appelons un tel tableau associé à un graphe „Tableau points-degrés".

Nous dirons que deux tableaux points-degrés sont „égaux" („$\approx$") si on peut les faire coïncider en permutant les lignes et/ou en permutant les éléments sur les lignes (éventuellement des permutations à répétition).

S'appuyant sur les théorèmes 1 et 2 on peut affirmer que si deux graphes G_1 et G_2 sont isomorphes ($G_1 \sim G_2$), alors leurs „tableaux pointsdegrés" sont égaux et réciproquement. Ainsi la comparaison de deux graphes en est réduite à l'operation très simple de comparer leurs tableaux „points-degrés", operation qui peut être exécuté au calculateur.

3. Des algorithmes pour la comparaison structurale des chaînes cynématiques et des mécanismes.

3.1. Pour la comparaison des deux *CC* à joints du même type on trace leurs graphes cynématiques et ensuite on construit pour ceux-ci les tableaux „points-dégrés". Les chaînes cynématiques sont isomorphes ou non, selon que leurs tableaux sont égaux ou différents.

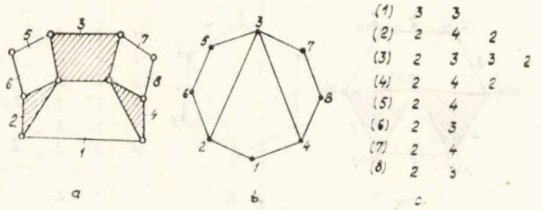


Fig. 1

Le dessin représente une *CC*pa (fig. 1 a) à 4 degrés de liberté, 8 éléments et 10 articulations, le graphe respectif (fig. 1 b) et le tableau „points-degrés" correspondant.

* Les théorèmes exposés peuvent servir aussi à la justification d'autres algorithmes pour comparer des graphes /1/, par exemple l'algorithme dans lequel on considère des bases des cycles indépendants, ou les algorithmes dans lesquels on compare des graphes partiels, des sous-graphes etc.

3.2. Si les CC qu'on compare ont des jointes de types différentes, on fait usage des graphes aux arêtes „en couleurs" ou marquées chacune par un symbole correspondant au type du joint. Le tableau „points-degrés" d'un graphe pareil sera construit en écrivant dans les lignes à côté du degré du point aussi le symbole de l'arête (du joint) respective. Pour l'illustration, dans la fig. 2 a on montré une CCp à 7 éléments, 7 couples de rotation, 1 couple de translation et 1 couple supérieur ; dans le graphe cynématique

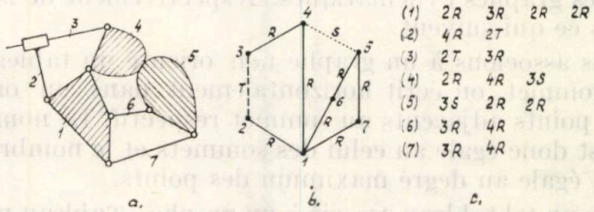


Fig. 2

(fig. 2 b) les lignes continues correspondent aux couples de rotation, la ligne interrompue au couple de translation et la ligne ponctuée au couple supérieur. Dans le tableau annexé du graphe le symbole T indique le couple de translation et S le couple supérieur.

Note 1 : La première colonne avec des chiffres entre paranthèses a seulement le rôle de faciliter la construction du tableau.

Note 2 : Pour le couple qui forme la majorité on peut négliger le symbole ; dans l'éxemple donné (fig. 2) le symbole R.

Un autre éxemple est donné dans la fig. 3 où est représenté le schéma d'une CC spatiale à joints de classes divers(la classe de chaque joint est indiqué entre paranthèses par des chiffres romains), le graphe et le tableau respectif. Dans ce tableau la lettre T indique le couple de la III-ème classe et U le couple de la I-ère classe. Les couples de la V-ème classe n'ont pas été marqués par un symbole. (Ils sont des joints proprement dit).

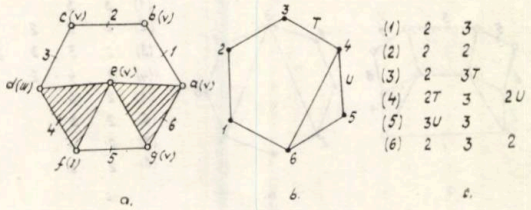


Fig. 3

3.3. On peut faire la comparaison des mécanismes (des chaînes cynématiques avec un élément fix) et des mécanismes-moteures (des mécanismes avec les éléments moteurs bien précisés) en comparant les tableaux „points-degrés" des chaînes ayant marqué par des symboles les lignes correspondants à l'élément fix, respectivement aux éléments moteurs. Pour ça nous suggérons l'adjonction d'une colonne suplémentaire devant la première colonne (une colonne des symboles).

Pour l'illustration on représente dans la fig. 4 un mécanisme-moteur provenant du *CCpa* indiqué dans la fig. la ; dans son graphe cynématique (fig. 4 b) et dans le tableau l'élément fix est marqué par le symbole *B* (base) et l'élément moteur par la lettre *M*.

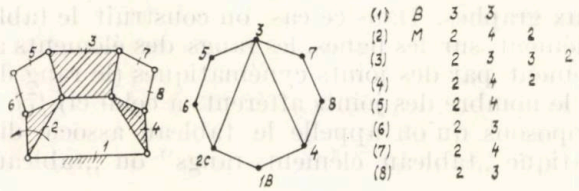


Fig. 4

4. Conclusions

Le tableau „points-degrés" d'un graphe non orienté définit et caractérise la classe de graphes isomorphes à laquelle le graphe appartient. Par conséquent on peut faire la vérification des deux graphes cynématiques en comparant les tableaux „points-degrés" correspondants.

Puisque la structure d'une *CC* est représentée uniquement par son graphe cynématique, il résulte que la comparaison des *CC* est réduite à la comparaison des tableaux „points-degrés" associés à leurs graphes, opération qui peut très bien être executée avec le calculateur.

Nous ferons la rémarque que l'isomorphisme de deux graphes peut être établi en principe aussi en comparant leurs matrices d'incidence /1/, étant connu que les matrices d'incidence des deux graphes isomorphes différent tout au plus par une permutation de ses lignes et colonnes ; mais pratiquement le problème de l'isomorphisme n'est pas abordable par cette voie ni même avec un calculateur moderne /1/ à cause d'un très grand nombre d'operations. Ainsi, la vérification de l'isomorphisme des graphes cynématiques des deux chaînes à L degrés de liberté et e éléments suppose $e!\ (\frac{1}{2}\ (3e - L))!$ permutations de lignes et colonnes dans la matrice d'incidence.

Par rapport à la matrice d'incidence, le tableau „points-degrés" d'un graphe non orienté a l'avantage qu'il permet la permutation des éléments sur les lignes et le nombre maximum des éléments sur une ligne, égale au degré maximum des points, est beaucoup plus petit que le nombre des colonnes de la matrice d'incidence (épargne de mémoire au calculateur).

Au sujet de l'élaboration du programme de comparaison des deux chaînes au calculateur nous signalons que bien que c'est dépourvu de sens de comparer des *CC* différant par le nombre des éléments, ou/et par le nombre des éléments du même rang, ou/et par le nombre des joints du même type, il est indiqué de faire ces vérifications au préalable. Pour ça, observons que le nombre des lignes dans le tableau est égal à celui des éléments de la chaîne, le nombre des éléments sur la ligne est égal au rang de l'élément respectif et le nombre des joints du même type est égal à la moitié du nombre des éléments égaux du tableau, à l'exception des éventuels éléments de la colonne des symboles.

Pour établir ensuite la correspondence entre les lignes il est aussi indiqué d'ordonner tout d'abord les éléments sur les lignes.

En /2/ il est donné un tel programme pour la comparaison des *CCpa*.

Enfin, nous faisons la rémarque que les tableaux définis dans cet ouvrage peuvent être associés directement aux *CC* qu'on compare, sans en appeler plus aux graphes. Dans ce cas on construit le tableau en écrivant pour chaque élément, sur les lignes, les rangs des éléments avec qui celui-ci se joint directement par des joints cynématiques (le rang d'un élément est représenté par le nombre des joints afférents à celui-ci) /7/.

Nous proposons qu'on appelle le tableau associé directement à la chaîne cynématique „tableau éléments-rangs" ou „tableau de structure" de la chaîne.

Pour conclure, on peut faire très simplement la comparaison structurale des chaînes cynématiques, en utilisant „les tableaux de structure" définis comme on l'a montré. D'après l'oppinion des auteurs de cet ouvrage, cet algorithme est de nature à stimuler la recherche concernant l'analyse et la synthèse structurales des systèmes mécaniques à l'aide des calculateurs.

BIBLIOGRAPHIE

1. *Dobrjanskyj, L., Freudenstein, F.* Some Applications of Graph Theory to Structural Analysis of Mechanisms, J. Engng. for Industry, 89, 1967.
2. *Manolescu, N. I., Dranga, M.* Compararea structurală a lanţurilor cinematice plane articulate (LCp) cu ajutorul teoriei grafelor. Studii şi cercetări de mecanică aplicată, 5, 31, 1134—1143 (1972).
3. *Woo, L. S.* Type Synthesis of Plane Linkages. ASME Trans. 89 B, J. Egng. Ind., Feb. 1967, 159—172.
4. *Ore, O.* Graphs and Their Uses. Random House (1963).
5. *Berge, C.* Theorie des graphes et ses applications, Dunod, Paris, 1967.
6. *Manolescu, N. I. Tempea, I.* Sinteza structurală a lanţurilor cinematice plane articulate cu $e = 10$ elemente, $c_5 = 13$ articulaţii şi grad de mobilitate $L_3 = 4$. Bul. Inst. politehnic, Bucureşti, XXXII, 1 (1970).
7. *Manolescu, N. I.* Criteria of Forming the Plane Jointed Mechanisms with Multiple Joints and Simple Links with $e = 11$ links and $M_3 = 2$ Degrees of Mobilities „Partial", „Partial-total" and „Fractional", Proc. of the thirs World Congress of Mach. and Mech. Kupari Yugoslavia, Sept. 1971, Volume D. Paper. D-11, pp. 161—176.
8. *Manolescu, N. I., Tempea, I.* Structural Synthesis of Plane Kinematic Chains with Multiple Joints and Five Degrees of Freedom $L_3 = 5$ „Total", $L_3 = 5$ „Partial" and $L_3 = 5$ „Fractional", Rev. Roum. Sci. Techn. Série Méc. Appliquée, 12, 5 (1967).
9. *Pelecudi, Chr.* Bazele analizei mecanismelor, Editura Academiei R. S. R., Bucureşti, (1967).
10. *Pelecudi, Chr.* Teoria mecanismelor spaţiale. Editura Academiei Republicii Socialiste România 1972.
11. *Tempea, I.* Contribuţii la sinteza numerică şi structurală a lanţurilor plane cu ajutorul teoriei grafelor. Teză de doctorat, Institutul politehnic Bucureşti, iunie 1971.
12. *Crossley, F.R.E.* The Permutation of Kinematik Chains of Eight Membres or Less from the Graph Theoretic Viewpoint, Developments in Theoretical and Applied Mechanics Vol. 2, Pegrmanon Press, Oxford, 1965, pp. 567—486.
13. *Haas, S. L., Crossley, F.R.E.* Structural Synthesis of a Four-Bit Binary Adding. Mechanism, Trans. of the ASME. Journal of Eng. for Industry, Mech. Conf. Atlanta, 6—9 Oct., 1968 Paper No. 68-Mech-25.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 1
BUCUREȘTI

C.Z. 621—525 : 629.114.5

ANALIZA ȘI SINTEZA MECANISMELOR PENTRU ACȚIONAREA UȘILOR DE LA AUTOBUZELE URBANE

P. ANTONESCU, GH. FRĂȚILĂ, ELENA ANTONESCU

1. Introducere

Lucrarea cuprinde studiul structural și geometro-cinematic al unor mecanisme plane articulate, cu comandă pneumatică, utilizate la acționarea ușilor autobuzelor urbane și a troleibuzelor de producție indigenă și din import.

În prima parte se face analiza comparativă a mecanismelor de acționare a ușilor de la autobuzele urbane TV—20, Skoda, Ikarus—180 și de la troleibuzul TV [1].

Pornind de la constatările făcute în urma analizei structurale și cinematice s-a elaborat, în partea a doua, metoda generală de sinteză geometrică a acestor mecanisme plane cu bare articulate, pe baza pozițiilor relativ-asociate [2,3].

2. Aspectele structurale și cinematice ale mecanismelor studiate

a) *Mecanismul de la autobuzul TV—20* (fig. 1) este compus din două mecanisme legate în serie [5]: mecanismul „de comandă" — $MC(1, 2, 3, \bar{1}, \bar{2}, 3)$ și mecanismul „de execuție" — ME (3, 4, 5, 6, 7).

Observînd că articulația din A este dublă, gradul de mobilitate al mecanismului rezultă [8]:

$$M_3 = 3\,n - 2\,C_5 - C_4 = 3 \cdot 9 - 2 \cdot 13 = 1 \qquad (2.1)$$

Schema structurală (fig. 1, a) verifică gradul de mobilitate determinat analitic (2.1) și indică faptul că mecanismul este simplu (clasa a II-a), indiferent care dintre elementele 1, $\bar{1}$ este conducător.

Mecanismul-motor, cu 1 sau $\bar{1}$ element conducător, are aceeași clasă structurală, lanțul cinematic din care provine (fig. 1, b) fiind simetric [6].

Comanda mecanismului se realizează cu aer sub presiune, acționînd alternativ asupra pistoanelor 1, $\bar{1}$.

În realitate, datorită deplasărilor mici ale pistoanelor, se utilizează, în locul cilindrilor cu piston, camere pneumatice cu diafragme elastice de care sînt fixate bielele 2, $\bar{2}$.

* Manuscris predat redacției la data de 7 decembrie 1972.

ME (3, 4, 5, 6, 7) transmite mișcarea de oscilație a balansierului central (3) la cele laterale (5, 7) legate în paralel; acestea fac corp comun cu ușile simple sau cu foile principale ale ușilor pliante, uși ce sînt realizate

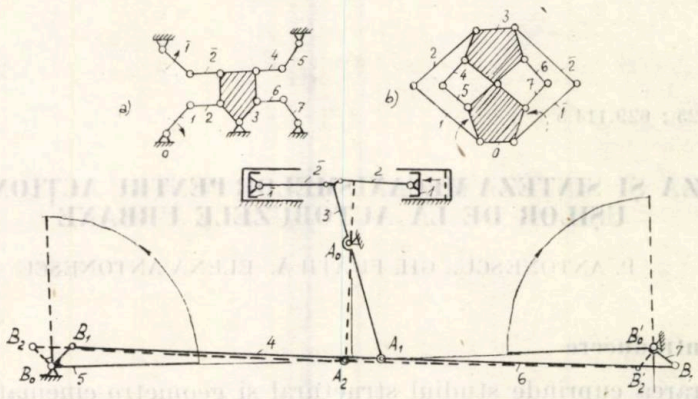


Fig. 1

ca mecanisme manivelă-bielă cu ghidaj curb în apropierea articulație fixe B_0 (fig. 2).

Ambele mecanisme (3, 4, 5), (3, 6, 7), legate în paralel, funcționează ca dublu balansier [7], deoarece rotația elementelor 5, 7 este limitată la 90° (fig. 1).

Funcțiile de transmitere de ordinul zero [9] realizate de cele două mecanisme sînt egale și de semne contrare:

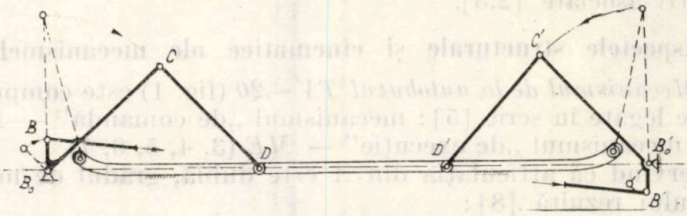


Fig. 2

$$i_{35} = -i_{37} = \frac{\varphi_{12}}{\Psi_{12}} \cong \frac{1}{4} \tag{2.2}$$

unde:

$$\varphi_{12} = 23°; \quad \psi_{12} = \psi'_{12} = 90°.$$

b). *Mecanismul de la troleibuzul TV* (fig. 3) se compune din trei mecanisme legate în serie: *MC* (1, 2, 3) și *ME* (3, 4, 5, 6, 7); (6, 8, 9), avînd același număr de elemente cinematice ca și cel de la TV—20.

Cu relația (2.1) se verifică gradul de mobilitate ($M_3 = 1$), ceea ce se poate urmări și pe schema structurală (fig. 3, a) care arată, în plus, că mecanismul-motor (fig. 3) este complex (clasa III-a).

Schema structurală este asimetrică, așa cum rezultă mai clar observînd lanțul cinematic (fig. 3, b) din care s-a obținut mecanismul-motor analizat.

Mecanismul de execuţie este format dintr-un paralelogram (5, 6, 7) şi un antiparalelogram (6, 8, 9), astfel că între elementele conduse 7, 9 se realizează raportul de transmitere [9]:

$$i_{79} = i_{76} \cdot i_{69} = -1. \tag{2.3}$$

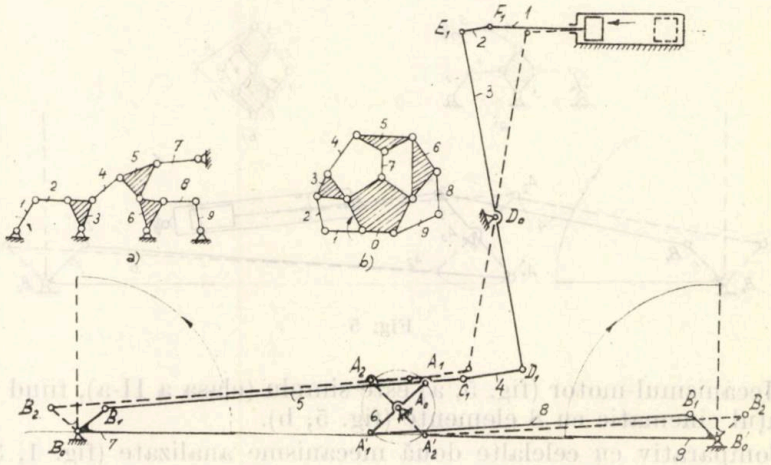


Fig. 3

Pistonul 1 funcţionează cu dublu efect, aerul comprimat acţionînd pe ambele feţe, iar prin intermediul bielei 2 mişcarea de translaţie rectilinie se transformă în mişcare de rotaţie, alternativă la balansierul 3.

În continuare mişcarea se transmite, prin bieleta 4, la paralelogramul (5, 6, 7) şi apoi, prin intermediul elementului 6, la antiparalelogramul (6, 8, 9) (fig. 3).

De elementele condus 7, 9 (cu rotaţia limitată la 90°) sînt fixate uşile sau foile principale ale uşilor pliante (fig. 4).

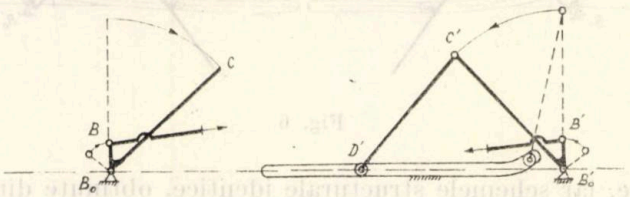


Fig. 4

c) *Mecanismul de la autobuzul Ikarus—180* (fig. 5) are în componenţă *MC* (1, 2, 3) cu cilindru oscilant şi *ME* (3, 4, 5, 6 7) format din paralelogramul (3, 4, 5) şi antiparalelogramul (3, 6, 7) obţinute prin lungirea *MC* [5].

ME (3, 4, 5, 6, 7) este asemănător celui utilizat pe troleibuzul TV (fig. 3).

De elementele conduse 5, 7 sînt fixate uşile sau foile principale ale uşilor pliante, realizate ca mecanisme manivelă-bielă cu ghidare curbilinie (fig. 6).

Articulaţia din A fiind dublă se construieşte schema structurală (fig. 5, a) care verifică gradul de mobilitate determinat analitic :

$$M_3 = 3\ n - 2\ C_5 = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 = 1 \qquad (2.5)$$

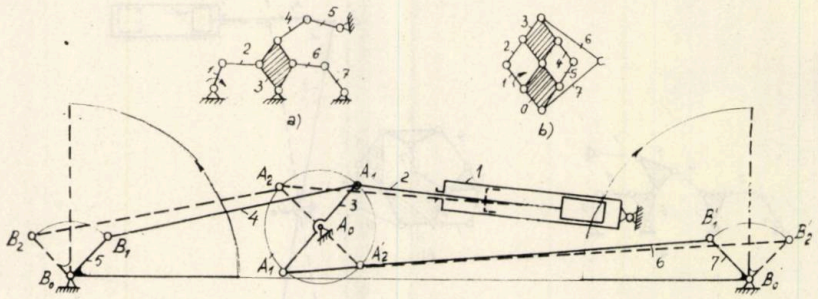


Fig. 5

Mecanismul-motor (fig. 5, a) este simplu (clasa a II-a), fiind obţinut din lanţul cinematic cu 8 elemente (fig. 5, b).

Comparativ cu celelalte două mecanisme analizate (fig. 1, 3) acest mecanism (fig. 5) este realizat cu mai puţine elemente şi ocupă o suprafaţă mai mică, cilindrul pneumatic fiind montat la distanţă minimă de direcţia $B_0\ B'$.

d) *Mecanismul de la autobuzul Skoda* (fig. 7) are acelaşi număr de elemente cinematice ca şi precedentul (fig. 5), schemele cinematice fiind

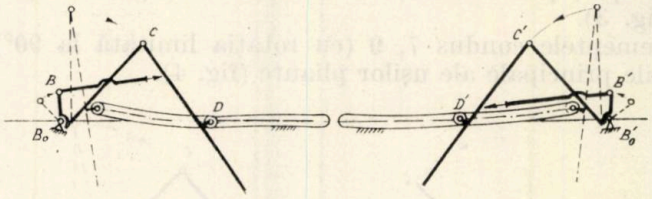


Fig. 6

asemănătoare, iar schemele structurale identice, obţinute din acelaşi lanţ cinematic (fig. 5, b).

La acest mecanism cilindrul pneumatic este fix (fig. 7), toate cuplele cinematice sînt simple, iar articulaţia fixă A_0 este situată la distanţă mai mare faţă de $B_0\ B'$, ceea ce implică un gabarit mai mare.

Uşile sînt realizate dintr-o singură foaie solidarizată de biela CD a mecanismului manivelă-glisieră (fig. 8).

De menţionat că deosebirea esenţială dintre cele 4 mecanisme studiate constă în modul de realizare a mecanismului de comandă, în timp ce mecanismele de execuţie sînt asemănătoare.

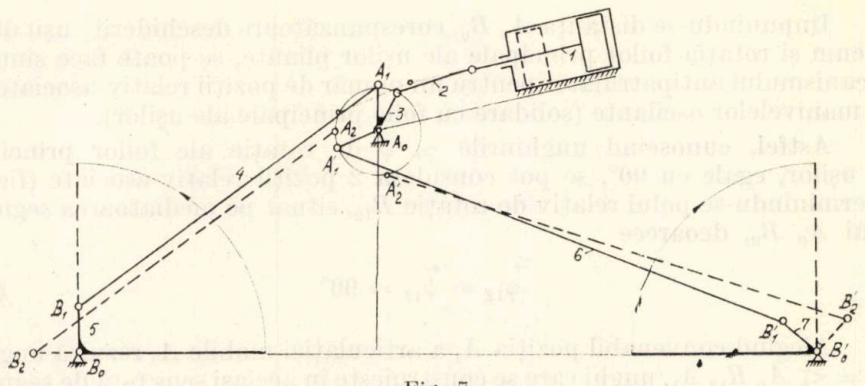


Fig. 7

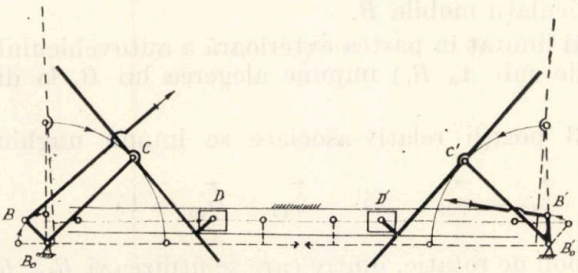


Fig. 8

3. Sinteza mecanismului antipatrulater

Mecanismele de tip antipatrulater, și în special antiparalelogramul realizează între manivele raportul de transmitere [9]:

$$i_{13} = \frac{\varphi_{12}}{\psi_{12}} = \frac{\omega_{1m}}{\omega_{3m}} = -1 \tag{3.1}$$

ceea ce permite utilizarea lor la rotirea, în sensuri contrare, a ușilor duble din poziția închis în poziția deschis și invers.

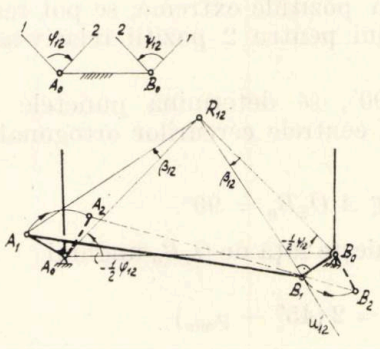


Fig. 9

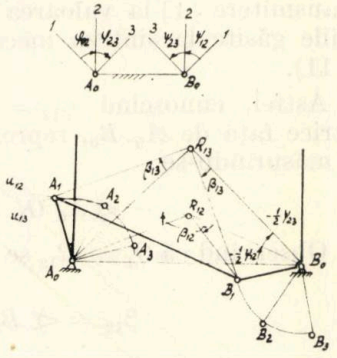


Fig. 10

Impunîndu-se distanţa $A_0 B_0$, corespunzătoare deschiderii uşii duble precum şi rotaţia foilor principale ale uşilor pliante, se poate face sinteza, mecanismului antipatrulater pentru un număr de poziţii relativ-asociate [3] ale manivelelor oscilante (solidare cu foile principale ale uşilor).

Astfel, cunoscînd unghiurile φ, ψ de rotaţie ale foilor principale ale uşilor, egale cu 90°, se pot considera 2 poziţii relativ-asociate (fig. 9) determinîndu-se polul relativ de rotaţie R_{12}, situat pe mediatoarea segmentului $A_0 B_0$, deoarece

$$\overrightarrow{\varphi_{12}} = \overleftarrow{\psi_{12}} = 90° \tag{3.2}$$

Alegînd convenabil poziţia A_1 a articulaţiei mobile A, rezultă unghiul $\beta_{12} = \sphericalangle A_0 R_{12} A_1$, unghi care se construieşte în acelaşi sens faţă de segmentul $R_{12} B_0$, obţinîndu-se direcţia U_{12} ca loc geometric pentru poziţia B_1 a celeilalte articulaţii mobile B.

Gabaritul limitat în partea exterioară a autovehiculului (corespunzător spaţiului de sub $A_0 B_0$) impune alegerea lui B_1 la distanţă minimă de B_0 (fig. 9).

Pentru 3 poziţii relativ-asociate se impun unghiurile (fig. 10):

$$\overrightarrow{\varphi_{12}} = \overrightarrow{\varphi_{23}} = 45°; \quad \overleftarrow{\psi_{12}} = \overleftarrow{\psi_{23}} = 45° \tag{3.3}$$

şi rezultă trei poli de rotaţie, dintre care se utilizează R_{12}, R_{13} ambii situaţi pe mediatoarea segmentului $A_0 B_0$.

Dacă se alege poziţia B_1 şi implicit lungimea $B_0 B$ a manivelei respective, rezultă unghiurile

$$\beta_{12} = \sphericalangle B_0 R_{12} B_1; \quad \beta_{13} = \sphericalangle B_0 R_{13} B_1 \tag{3.4}$$

care, măsurate în acelaşi sens faţă de $A_0 R_{12}$, respectiv $A_0 R_{13}$, determină direcţiile U_{12}, U_{13} al căror punct de intersecţie reprezintă poziţia A_1 a articulaţiei mobile A.

Trecerea mecanismului antipatrulater $A_0 ABB_0$, astfel proiectat. prin cele 3 poziţii impuse verifică soluţia găsită pe cale grafică (fig. 10),

Considerînd cazul mecanismului antiparalelogram şi limitînd unghiul de transmitere [4] la valoarea μ_{min}, în poziţiile extreme, se pot restrînge soluţiile găsite la sinteza mecanismului pentru 2 poziţii relativ-asociate (fig. 11).

Astfel, cunoscînd $\varphi_{12} = \psi_{12} = 90°$, se determină punctele O_1, O_2 simetrice faţă de $A_0 B_0$, reprezentînd centrele cercurilor ortogonale (C_1), (C_2) măsurîndu-se

$$\sphericalangle A_0 O_1 B_0 = \sphericalangle A O_2 B_0 = 90°. \tag{3.5}$$

Observînd că $O_1 = R_{12}$ se construieşte faţă de $O_1 B_0$ unghiul

$$\beta_{12} = \sphericalangle B_0 R_1 B_1 = 2(45° - \mu_{min}) \tag{3.6}$$

unde $B_1 = (C_1) \cap U_{12}$.

Indiferent de poziția lui $A_1 \in (C_1)$ deasupra lui A_0B_0 este îndeplinită condiția

$$\sphericalangle A_0A_1B_1 = \mu_{min}. \tag{3.7}$$

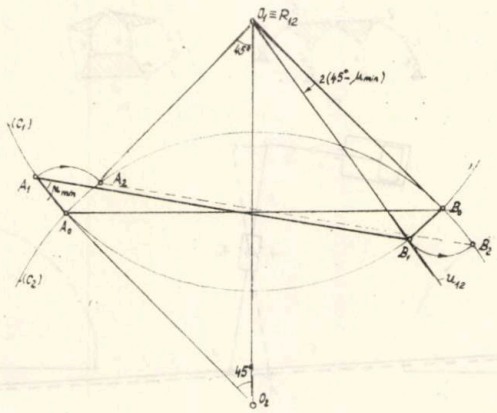


Fig. 11

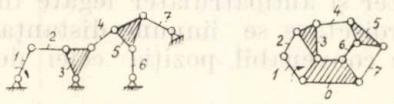
În cazul antrenării mecanismului de execuție prin intermediul bielei AB este necesară realizarea unghiului μ_{min} la ambele manivele oscilante, adică

$$\sphericalangle A\ A_1B_1 = \sphericalangle\ B_0B_2A_2 = \mu_{min}. \tag{3.8}$$

Condiția (3.8) este îndeplinită de mecanismul antipatrulater la care pozițiile A_1, $B_1 \in (C_1)$, iar A_2, $B_2 \in (C_2)$, astfel că (fig. 11) :

$$\varphi_{12} = \sphericalangle A_1A_0A_2 = 90^\circ\ ;\quad \psi_{12} = \sphericalangle B_1B_0B_2 = 90^\circ \tag{3.9}$$

Utilizînd această metodă de sinteză s-au construit două scheme cinematice (fig. 12, 13), cu un număr mic de elemente, care pot fi realizate



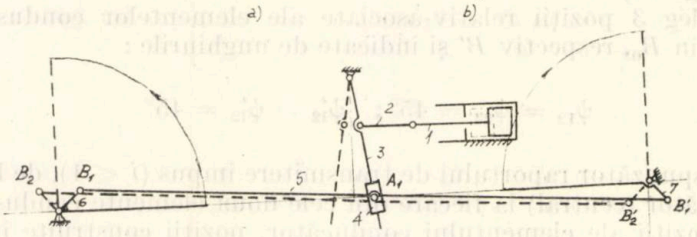


Fig. 12

ca mecanisme pneumatice pentru acționarea ușilor de la vehiculele rutiere urbane.

Prima schemă cinematică propusă (fig. 12) reprezintă un mecanism-motor de tip complex (clasa a III-a) (fig. 12, a) derivat din lanțul cinematic cu 8 elemente (fig. 12, b) [6].

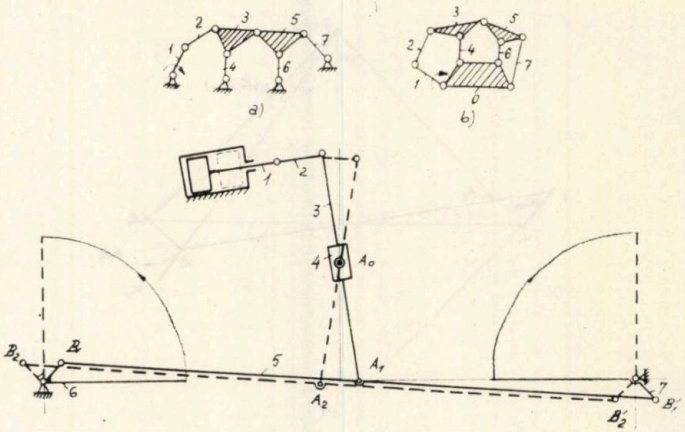


Fig. 13

A doua schemă cinematică (fig. 13) reprezintă un mecanism-motor complex (clasa a III-a) (fig. 13, a) derivat dintr-un alt lanț cinematic cu 8 elemente (fig. 13, b) [6].

4. Sinteza mecanismelor cu 6 elemente (patrulater + antipatrulater)

Problema sintezei mecanismelor cu 6 elemente, de tipul patrulater + antipatrulater, se pune în legătură cu faptul că toate cele patru mecanisme, studiate în § 2, au mecanismul de execuție format din două mecanisme elementare (patrulater + antipatrulater) legate în serie.

Cu excepția primei variante (fig. 1), celelalte trei variante (fig. 3, 5,7) au în componență mecanisme particulare de tipul paralelogram și antiparalelogram.

În continuare s-a considerat cazul mai general al mecanismelor alcătuite din patrulater și antipatrulater legate în serie.

Prin tema de proiectare se impune distanța $B_0\ B_0'$ (deschiderea ușii duble) și se alege convenabil poziția celei de a treia articulații fixe A_0 (fig. 14).

Se aleg 3 poziții relativ-asociate ale elementelor conduse, poziții construite în B_0, respectiv B' și indicate de unghiurile :

$$\psi_{12} = \psi_{23} = 45^\circ\,; \quad \psi_{12}' = \psi_{12}' = 45^\circ \tag{4.1}$$

Corespunzător raportului de transmitere impus ($i < 1$), de la elementul conducător (central) la fiecare din cele două elemente conduse, se aleg cele trei poziții ale elementului conducător, poziții construite în A_0 prin măsurarea unghiurilor

$$\varphi_{12} = \varphi_{23} = \frac{\pi}{4}\, i. \tag{4.2}$$

În vederea sintezei mecanismului patrulater se consideră direcția A_0B_0 față de care se construiesc polii relativi de rotație R_{12}, R_{13}, iar pentru sinteza mecanismului antipatrulater se construiesc polii relativi R'_{12}, R'_{13} în raport cu direcția $A_0B'_0$.

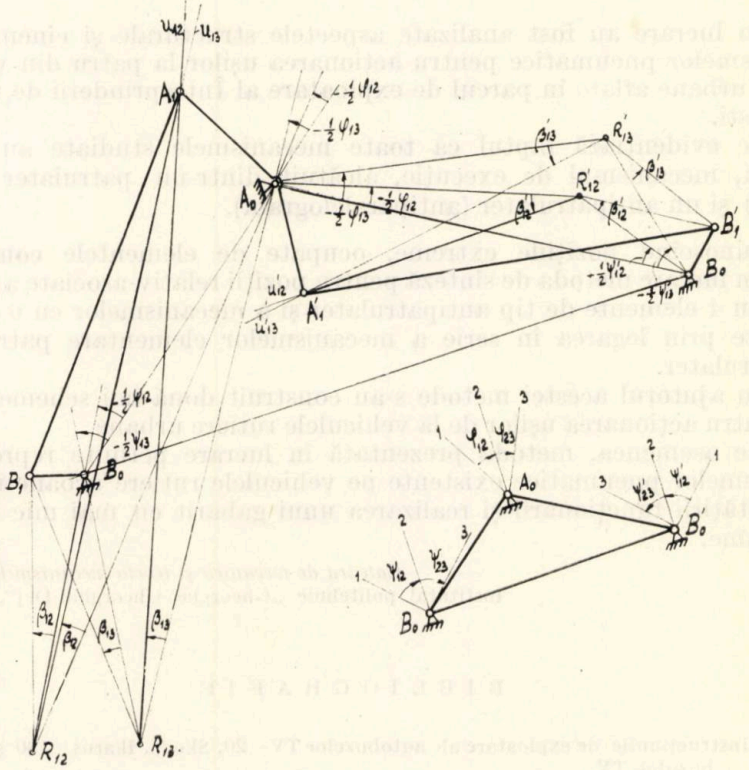


Fig. 14

Dacă se alege convenabil poziția B_1 a articulației B rezultă unghiurile

$$\beta_{12} = \sphericalangle B_1R_{12}B_0\,; \quad \beta_{13} = \sphericalangle B_1R_1\,B_0 \tag{4.3}$$

care apoi se construiesc în același sens față de direcțiile A_0R_{12}, respectiv A_0R_{13}, rezultînd direcțiile U_{12}, U_{13} și poziția articulației mobile A : $A_1 = U_{12} \cap U_{13}$.

Analog se alege B_1 — poziția articulației B' și se măsoară unghiurile :

$$\beta'_{12} = \sphericalangle B'_1R'_{12}B'_0\,; \quad \beta'_{13} = \sphericalangle B'_1\,R'_{13}\,B_0 \tag{4.4}$$

care construite în același sens față de direcțiile $A_0R'_{12}$, $A_0R'_{13}$ rezultă direcțiile U'_{12}, U'_{13} și deci $A'_1 = U'_{12} \cap U'_{13}$, poziția articulației mobile A' (fig. 14).

Punctele A, A' aparțin aceluiași element cinematic care, printr-o rotație de $\varphi_{13} = \varphi_{12} + \varphi_{23}$, determină rotațiile simultane și în sensuri contrare a manivelelor oscilante B_0B, B'_0B' cu unghiurile

$$\vec{\psi}_{13} = \vec{\psi}_{12} + \vec{\psi}_{23}\,; \quad \overleftarrow{\psi}'_{13} = \overleftarrow{\psi}'_{12} + \overleftarrow{\psi}'_{23} \tag{4.5}$$

După proiectarea mecanismului de execuție urmează să se determine schema cinematică a mecanismului de comandă în scopul transmiterii cît mai eficiente a forței dezvoltate în cilindrul pneumatic de acționare.

5. Concluzii

În lucrare au fost analizate aspectele structurale și cinematice ale mecanismelor pneumatice pentru acționarea ușilor la patru din vehiculele rutiere urbane aflate în parcul de exploatare al Întreprinderii de transport București.

Se evidențiază faptul că toate mecanismele studiate au o parte comună, mecanismul de execuție, alcătuit dintr-un patrulater (paralelogram) și un antipatrulater (antiparalelogram).

Cunoscînd pozițiile extreme, ocupate de elementele conduse, se indică în lucrare metoda de sinteză pentru poziții relativ-asociate a mecanismelor cu 4 elemente de tip antipatrulater și a mecanismelor cu 6 elemente alcătuite prin legarea în serie a mecanismelor elementare patrulater și antipatrulater.

Cu ajutorul acestei metode s-au construit două noi scheme cinematice pentru acționarea ușilor de la vehiculele rutiere urbane.

De asemenea, metoda prezentată în lucrare permite reproiectarea mecanismelor pneumatice existente pe vehiculele rutiere urbane în scopul îmbunătățirii funcționării și realizarea unui gabarit cît mai mic la aceste mecanisme.

Catedra de mecanică și teoria mecanismelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București

BIBLIOGRAFIE

1. * * * Instrucțiunile de exploatare ale autobuzelor TV—20, Skoda, Ikarus—180 și a troleibuzului TV.
2. *Hartenberg, R., Denavit, D.* Kinematics Syntesis of Linkages. New—York, 1968.
3. *Antonescu P.* Sinteza pentru poziții relativ-asociate, caz particular al sintezei poziționale. A II-a Conferință de Mecanică tehnică (vol. II), 1970.
4. *Lichtenheldt, W.* Konstruktionslehre der Getriebe. Berlin, 1970.
5. *Manolescu, N. I., Erceanu, I., Antonescu, P.* Domeniul de aplicabilitate a metodelor de cercetare cinematică a mecanismelor plane articulate. S.C.M.A. nr. 6, 1962.
6. *Manolescu, N. I.* Contribuții la sinteza numerică, structurală și cinematică a grupelor Assur, a lanțurilor cinematice, a mecanismelor și mecanismelor-motor plan articulate. Teză de doctorat, 1969.
7. *Manolescu, N.I., Antonescu, P.* Sistematizarea sintezei tripoziționale a mecanismelor plane cu 4 elemente de diverse tipuri constructive. A II-a Conferință de mecanică tehnică (vol. II), 1970.
8. *Manolescu, N. I. și colab.* Culegere de probleme de teoria mecanismelor și a mașinilor (vol. I). București, 1963.
9. *Kovacs, Fr. și colab.* Cu privire la sinteza unui mecanism generator de funcțiuni pe baza unor condiții de precizie impuse. Rev. Construcții de mașini nr. 12, 1971.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII – 1975, Numărul 1
BUCUREȘTI

MECANICĂ FINĂ

C.Z. :621.375.9 : 535–2

CALIBRATION OF BALL DIAMETER WITH A LASER INTERFEROMETER SYSTEM

OVIDIU I. POPESCU

I General considerations

In developing a method for the calibration of ball diameters with a laser interferometer system, we need first to make a study of the capability of this system, to establish a proper procedure, and design a mechanical device for the precision which is required for the measurements. The determinations were made with a horizontal lenght measurement machine coupled with a LASER INTERFEROMETER SYSTEM. The laser

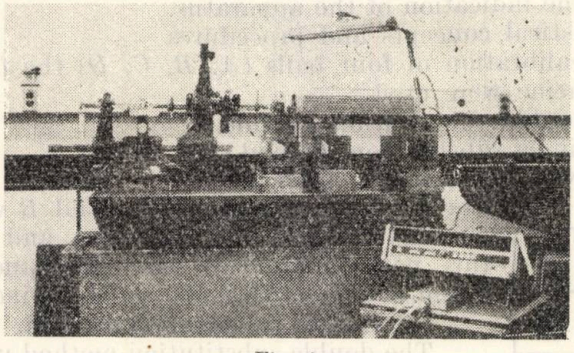


Fig. 1

interferometer system was Hewlett-Packard with a resolution of 1 micro-inch, 1 μ inch = 1/39,37 μm. (see fig. 1). A schematic of the system of measurement is shown in figure 2. The remote interferometer was mounted

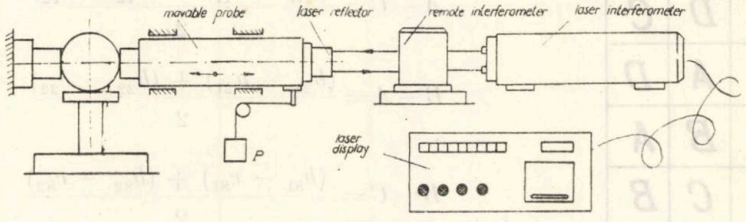


Fig. 2

* Manuscript received 25th February 1972.

between the laser interferometer head and reflector. With the remote interferometer, measurements can be made between two points with only a laser reflector at one point and a remote interferometer at the other point. This means that only the movement of the reflector relative to the remote interferometer will be measured and read out. Changes in distance, or in atmospheric conditions between the laser head and the remote interferometer do not affect the reading. The aim of the experiments was to estabilish the capacity for using this system in the measurement process, stability and accuracy of results and to elaborate on some schemes of measurement which permit the best evaluation of the data. Observations were analyzed by the statistical method using the least squares theorem, and for writing the measurement equations we used three schemes of intercomparison. Before beginning any measurement, we must investigate and minimize all sources of possible systematic errors [1] and compute the corrections for obtaining results of high accuracy and precision. For exemple:

(1) to assure the correct position of all elements of the measuring system:

(a) align the laser beam with the axis of measurement.

(b) adjust the parallelism of the surface probes.

(2) to determine the influence of the environment in the results (for instance, pressure, temperature and humidity) and to calculate the total compensation factor.

(3) to establish the deformation of ball under measurement force for correcting the indication of the apparatus.

(II) Statistical concepts and procedures

For the calibration of four balls (A, B, C, D) the following intercomparison scheme were used.

(a) the double substitution method

(b) the single substitution method

(c) the cycle permutation method.

A	C	C	A
B	A	A	B
D	B	B	D
C	D	D	C
C	D	D	C
D	A	A	D
A	B	B	A
B	C	C	B

Tab. 1

For all three schemes, balls A and B were 0.500 inch nominal size (1 inch = 25,4 mm), and we considered this pair of balls as the master and control. Balls C and D were 0.375, 0.500 and 0,750 inch nominal size.

(a) Double substitution method.

The double substitution method used for computing the difference between two balls four observations taken in the following order (see table no. 1): Then, the measurement equations can be written:

$$A - C = \frac{(a_{11} - c_{11}) + (a_{12} - c_{12})}{2}$$

$$B - A = \frac{(b_{21} - a_{21}) + (b_{22} - c_{22})}{2}$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$B - C = \frac{(b_{81} - c_{81}) + (b_{82} - c_{82})}{2}$$

$$A + B = k$$

where,

$a_{11}, a_{12}, \ldots, b_{21}, b_{22}, \ldots, c_{11}, c_{12}, \ldots, d_{31}, d_{32}, \ldots$ are the instrument indications

A,B,C,D — are the true value of ball diameters

k — is the value of restraint.

In this situation, the number of degrees of freedom ($D.F.$) are five, because the system of equations is composed by 9 equations and unknowns are 4 (A, B, C, D).

Therefore,

$$D.F. = n - k = 9 - 4 = 5.$$

(b) Single substitution method.

The procedure for single substitution method, sometimes called „an incomplete block design", is to compute the difference between two balls with only two observations taken in the following order :

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

Tab. 2

$$A - C = a_1 - c_1 \qquad C - D = c_5 - d_5$$

$$B - A = b_2 - a_2 \qquad D - A = d_6 - a_6$$

$$D - B = d_3 - b_3 \qquad A - B = a_7 - b_7$$

$$C - D = c_4 - d_4 \qquad B - C = b_8 - c_8$$

$$A + B = k$$

The number of degrees of freedom is also five.

Observation :

Both schemes (a and b) of measurement are recommended to be used when the object to be measured is considered more stable than the instrument which was used for the experiment.

(c) Cycle permutation method.

If the object to be measured is considered less stable than the measurement system, the following scheme may be used (see table no. 2). This scheme is usually called the cycle permutation and the equations of measurement can be written :

$$a_1 = A + \mu \qquad b_2 = B + 4\varepsilon + \mu \qquad c_3 = C + 8\varepsilon + \mu \qquad b_4 = D + 12\varepsilon + \mu$$

$$b_1 = B + \varepsilon + \mu \qquad c_2 = C + 5\varepsilon + \mu \qquad d_3 = D + 9\varepsilon + \mu \qquad a_4 = A + 13\varepsilon + \mu$$

$$c_1 = C + 2\varepsilon + \mu \qquad d_2 = D + 6\varepsilon + \mu \qquad a_3 = A + 10\varepsilon + \mu \qquad b_4 = B + 14\varepsilon + \mu$$

$$d_1 = D + 3\varepsilon + \mu \qquad a_2 = A + 7\varepsilon + \mu \qquad b_3 = B + 11\varepsilon + \mu \qquad c_4 = C + 15\varepsilon + \mu$$

$$k = A + B$$

where

ε is a linear drift of the indicator between each reading

μ is some initial mean separation of the anvils.

In this way, the degrees of fredom are 11, because the number of equations is 17 and unknowns are 6 (A, B, C, D, ε, μ). For estimating unknowns for all three systems of equations, it was necessary to apply the least squares methods and the normal equations were written.The estimate standard deviation is given by :

$$S^2 = \frac{\Sigma r^2}{n - k}$$

where,

Σr^2 — is the sum of squared residuals

n — is the number of equations

k — is the number of coefficients estimated from the data.

(III) Analysis of measurement data.

The purpose of the analysis was to establish if the measurement process is under statistical control and also to determine if this type of mechanical device can be used to make absolute measurements. Using different schemes of measurement, an attempt was made to compare the process standard deviation and to recommend the best method for calibration. For each group of four balls, all three schemes were used and ten sets of measurements were taken. The results of the measurements are shown in Appendix I for balls A and B with 0.5 inch nominal size and C, D with 0,375 inch nominal size and in Appendixes II, III for balls C, D with 0.5, 0.750 inch nominal size respectively. The reference „zero" position into the laser display was set before each group of measurements. Value of restraint ($A + B$) and the difference ($A - B$) which had to be introduced into the computer was calculated using all the readings for these dimensions (which appeared in the measurement schemes) given by the laser display. This was necessary because initially we did not know the diameters of balls A and B.

Some conclusions are obvious analyzing figures no. 3, 4, 5 where the control charts for the balls measurement performance parameters are presented.

(1) All sets of measurements are in statistical control. Ninety sets were taken and 450 dimensions were established. Only 32 dimensions show a change on balls diameter, this is probably due to the misalignment of the balls between the anvils or can be associated with the mechanical problems of the measurement system.

(2) Process standard deviation is dependent upon balls size (see table 3). Process precision is a function of defined measurement methods, and seems that double substitution scheme can be recommended with good results in such systems of measurement.

Table no. 3

Measurement method	Process standard deviation - μinch		
	0,375 inch	0,5 inch	0,75 inch
S1-double substitution	0,70	0,92	0,96
S2-cycle permutation	0,81	0,95	0,98
S3-single substitution	0,86	0,97	1,47

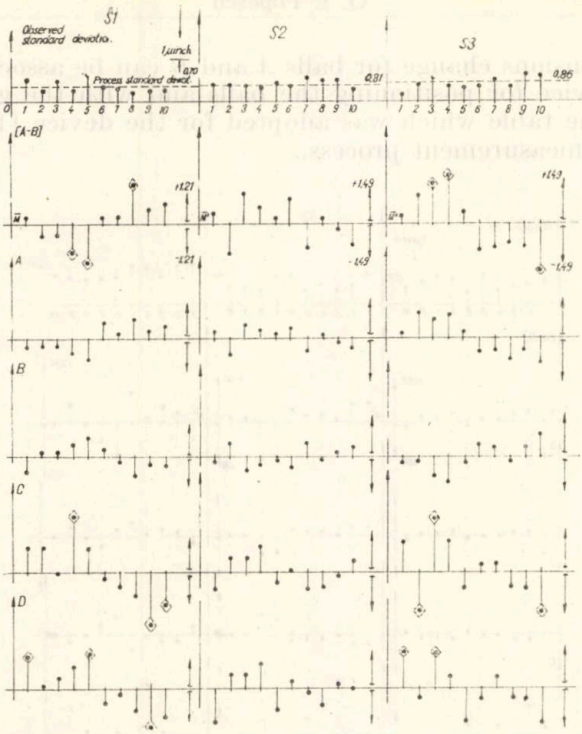

S1
S2
S3
Observed standard deviation
Lunch
Process standard deviat.
0.70
0.81
0.86
[A-B]
+1.21
+1.49
+1.43
-1.21
-1.49
-1.49
A
B
C
D

Fig. 3

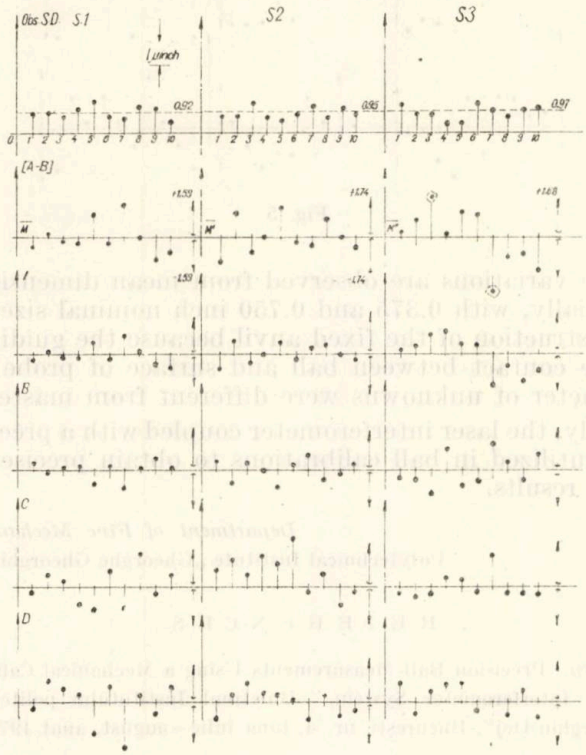

Obs SD
S1
S2
S3
Lunch
0.92
0.95
0.97
[A-B]
+1.39
+1.74
+1.68
-1.39
-1.74
A
B
C
D

Fig. 4

(3) Dimensions change for balls A and B can be associated with the mechanical device for positioning the balls and with the guiding system mounted on the table which was adopted for the device [1] and are not significant for measurement process.

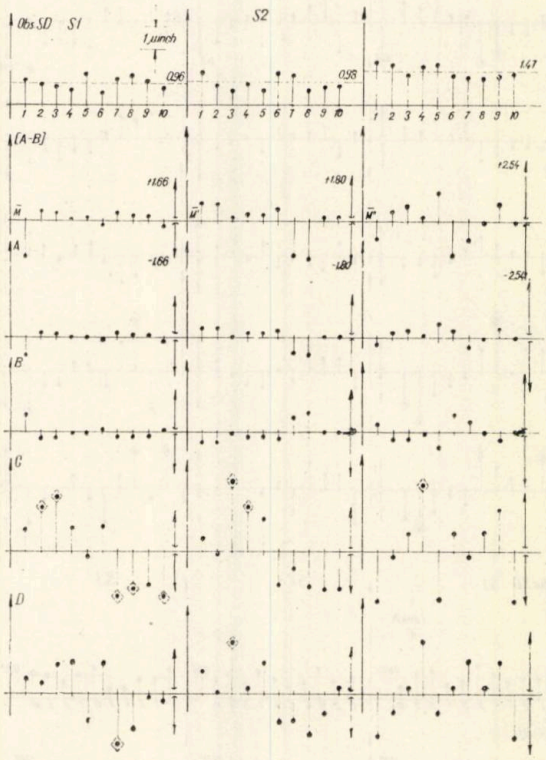


Fig. 5

(4) Large variations are observed from mean dimension for balls C and D, in specially, with 0.375 and 0.750 inch nominal size. This may be due to the construction of the fixed anvil because the guiding system did not permit the contact between ball and surface of probe in the center when the diameter of unknowns were different from master and control.

(5) Finally, the laser interferometer coupled with a precise mechanical device can be utilized in ball calibrations to obtain precise and accurate measurement results.

Department of Fine Mechanics
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucharest

R E F E R E N C E S

1. *Ovidiu I. Popescu.* Precision Ball Measurements Using a Mechanical Caliper Coupled with Laser Interferometer System, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucureşti, nr. 4, luna iulie—august, anul 1973, pag. 87—95

APPENDIX I

Experimental results for:

A	B	C	D
0.5	0.5	0.375	0.375

Value of restraint = $[A + B] = -291\mu$inches
$[A - B] = 31\ \mu$inches

Double substitution

	$A-B$	A	B	C	D	Observed standard deviation
1	30.50	−130.75	−161.25	−105.75	−106.25	1.00
2	29.75	−130.63	−160.38	−105.75	−107.50	0.56
3	29.83	−130.58	−160.42	−106.92	−107.08	0.90
4	29.00	−131.00	−160.00	−104.42	−106.58	0.43
5	28.50	−131.25	−159.75	−105.92	−106.08	1.18
6	30.58	−129.71	−160.29	−107.08	−108.17	0.62
7	30.58	−130.21	−160.79	−107.42	−107.83	0.53
8	31.92	−129.54	−161.46	−107.75	−108.50	0.31
9	30.92	−130.04	−160.96	−109.08	−109.17	0.48
10	31.17	−129.92	−161.08	−108.25	−108.75	0.53
$\frac{\Sigma}{10}$	30.28	−130.36	−160.63	−106.83	−107.59	

Degrees of freedom = 5
Device factor = 0.577

$$\text{Process standard deviation} = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{10} (\text{obs. S.D})^2}{10}} = 0.70\ \mu\text{inch}$$

Expected limits = $(\pm)\ 3 \times$ (proces standard deviarion) $\times$ (device factor) $= \pm\ 1.21\ \mu$inches

Single substitution

	$A-B$	A	B	C	D	Obs. S.D.
1	30.83	−130.08	−160.92	−105	−106	0.34
2	31.66	−129.17	−160.83	−108	−108	0.73
3	32.16	−129.42	−161.58	−104	−106	1.15
4	32.50	−129.25	−161.75	−105	−107	0.76
5	31.00	−130.00	−161.00	−107	−109	0.63
6	29.33	−130.83	−160.17	−106	−108	0.68
7	29.50	−130.75	−160.25	−106	−107	0.92
8	29.66	−131.17	−160.83	−107	−108	0.73
9	29.50	−130.75	−160.25	−107	−108	1.28
10	28.50	−131.25	−159.75	−108	−109	1.02
$\frac{\Sigma}{10}$	30.46	−130.26	−160,73	−160.30	−107.60	

Degrees of freedom = 5
Device factor = 0.577

Process standard deviation = 0.86 μinch
Expected limits = $\pm$ 1.49 μinches

Cycle permutation

	$A-B$	A	B	C	D	Obs. S.D.
1	31.75	−129.62	−161.37	−106.38	−108.12	0.81
2	30.00	−130.50	−160.50	−105.00	−106.00	0.80
3	32.50	−129.25	−161.75	−105.00	−106.00	0.76
4	32.00	−129.50	−161.50	−104.50	−105.50	0.60
5	31.50	−129.75	−161.25	−106.00	−107.50	0.84
6	32.25	−129.37	−161.62	−105.50	−106.25	0.73
7	30.25	−130.37	−160.62	−106.25	−106.75	1.04
8	31.50	−129.75	−161.25	−106.25	−107.25	0.92
9	31.00	−130.00	−161.00	−105.75	−106.50	0.96
10	30.50	−130.25	−160.75	−105.12	−106.68	0.50
$\frac{\Sigma}{10}$	31.33	−129.83	−161.16	−105.58	−106.66	

Degrees of freedom = 11
Device factor = 0.612

Process standard deviation = 0.81 μinch
Expected limits = ± 1.49 μinches

APPENDIX II

Experimental ressults for:

A	B	C	D
0.5	0.5	0.5	0.5

Value of restrait = $[A + B] = -291$ μinches
$[A - B] = 31$ μinches

Double substitution

	$A-B$	A	B	C	D	Observed standard deviation
1	32.08	−129.46	−161.54	−138.08	−161.65	0.88
2	32.58	−129.21	−161.79	−137.33	−160.42	0.82
3	32.33	−129.33	−161.67	−137.67	−160.83	0.72
4	32.25	−129.38	−161.63	−138.67	−161.08	1.09
5	33.58	−128.71	−162.29	−138.92	−162.83	1.39
6	32.33	−129.33	−161.67	−137.25	−160.75	0.70
7	34.08	−128.46	−162.54	−138.83	−163.42	0.62
8	32.50	−129.25	−161.75	−136.42	−161.08	1.15
9	31.50	−129.75	−161.25	−138.17	−161.83	1.08
10	31.83	−129.91	−161.74	−137.33	−160.67	0.41
$\frac{\Sigma}{10}$	32.50	−129.28	−161.78	−137.87	−161.46	

Degrees of freedom = 5
Device factor = 0.577

$$\text{Process standard deviation} = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{10} (\text{obs. S.D})^2}{10}} = 0.92 \text{ μinch}$$

Expected limits = (±) 3 × (proces standard deviation) × (device factor) = ± 1.59 μ inches

Single substitution

	$A-B$	A	B	C	D	Obs. S.D.
1	32.00	−129.50	−161.50	−138.17	−160.83	1.23
2	32.50	−129.25	−161.75	−138.33	−162.17	0,89
3	33.50	−128.75	−162.25	−138.17	−161.33	0.89
4	31.80	−128.60	−160.40	−137.50	−161.00	0.43
5	32.83	−129.08	−161.92	−137.67	−160.83	0.56
6	32.67	−129.17	−161.83	−138.00	−162.00	1.38
7	29.33	−130.83	−160.17	−138.50	−166.50	1.06
8	30.83	−130.08	−160.92	−138.17	−162.33	0,72
9	31.00	−130.75	−156.17	−138.17	−161.33	0.99
10	30.33	−130.33	−160.66	−138.20	−162.40	1.15
$\frac{\Sigma}{10}$	31.68	−129.63	−161.31	−137.89	−161.77	

Degrees of freedom = 5
Device factor = 0.577

Process standard deviation = 0.97 μ inch
Expected limits = ± 1.68 μ inches

Cycle permutation

	$A-B$	A	B	C	D	Obs. S.D.
1	30.50	−130.25	−160.75	−137.00	−162.25	0.79
2	32.75	−129.12	−161.87	−136.62	−161.37	0.87
3	31.00	−130.00	−161.00	−137.25	−160.75	1.30
4	31.75	−129.62	−161.37	−136.38	−161.13	0.70
5	33.00	−129.00	−162.00	−136.75	−161.25	0.58
6	31.50	−129.75	−161.25	−135.75	−161.50	0.94
7	31.25	−129.38	−160.63	−137.87	−162.37	1.22
8	32.50	−129.25	−161.75	−137.25	−161.25	0.77
9	31.75	−129.62	−161.37	−138.62	−162.12	1.14
10	31.25	−129.87	−161.12	−137.87	−161.87	0.93
$\frac{\Sigma}{10}$	31.72	−129.58	−161.37	−137.74	−161.59	

Degrees of freedom = 11
Device factor = 0.612

Process standard deviation = 0.95 μinch
Expected limits = ± 1.74 μinches

APPENDIX III

Experimental results for:

A	B	C	D
0.5	0.5	0.75	0.75

Value of restraint = $[A + B] = -291$ μinches
$[A - B] = 31$ μinches

Double substitution

	$A-B$	A	B	C	D	Observed standard deviation
1	28.92	−131.04	−159.96	−108.50	−74.75	1.02
2	30.83	−130.08	−160.92	−107.58	−74.92	0.93
3	30.75	−130.13	−160.88	−107.08	−74.17	0.74
4	30.50	−130.25	−160.75	−108.42	−74.08	0.62
5	30.58	−130.21	−160.79	−109.67	−76.58	1.35
6	30.33	−130.33	−160.67	−108.33	−74.17	0.52
7	30.83	−130.08	−160.92	−111.50	−77.50	1.09
8	30.67	−130.17	−160.83	−111.17	−76.83	1.27
9	30.67	−130.17	−160.83	−110.92	−75.58	0.98
10	30.25	−130.38	−160.63	−111.50	−75.75	0.78
$\frac{\Sigma}{10}$	30.43	−130.28	−160.71	−109.47	−75.43	

Degrees of freedom = 5
Device factor = 0.577

$$\text{Process standard deviation} = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{10} (\text{obs. S.D.})^2}{10}} = 0.96\ \mu\text{ inch}$$

Expected limits = (±) 3 × (process standard deviation) × device factor) = ± 1.66 μ inches

Single substitution

	$A-B$	A	B	C	D	Obs. S.D.
1	29.83	−130.59	−160.42	−111	−77	1.84
2	31.00	−130.00	−161.00	−109	−76	1.71
3	31.17	−129.91	−161.08	−108	−75	1.34
4	30.67	−130.16	−160.83	−106	−73	1.63
5	31.83	−129.58	−161.42	−111	−76	1.71
6	29.00	−131.00	−160.00	−108	−75	1.32
7	29.67	−130·67	−160.34	−109	−74	1.21
8	30.50	−130.25	−160.75	−108	−75	1.12
9	31.33	−129.83	−161.16	−107	−74	1.29
10	30.50	−130.25	−160.75	−111	−77	1.34
$\frac{\Sigma}{10}$	30.55	−130.22	−160.77	−108.80	−75.20	

Degrees of freedom = 5
Device factor = 0.577

Process standard deviation = 1.47 μ inches
Expected limits = ± 2.54 μ inches

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 1
BUCUREŞTI

UTILAJ CHIMIC

C.Z.: 66.338

ASUPRA OPTIMIZĂRII CONSTRUCŢIEI REZERVOARELOR METALICE CU LOBI CILINDRICI*

R. IATAN, S. TURCU

În lucrarea [1], s-au prezentat elementele de calcul pentru dimensionarea virolelor cilindrice şi a scheletului de rezistenţă al rezervorului cu lobi cilindrici, de forma arătată în figura 1. În continuarea studiului asupra unor astfel de utilaje, în lucrarea de faţă se abordează problema alegerii soluţiei constructive optime de rezervor cu lobi cilindrici, din punct de vedere economic. Avînd la bază economia de metal, a cărei influenţă asupra preţului de cost al rezervorului este foarte importantă, prezenta lucrare dă indicaţiile necesare pentru alegerea mărimilor caracteristice unei soluţii constructive cît mai potrivită pentru cazul considerat.

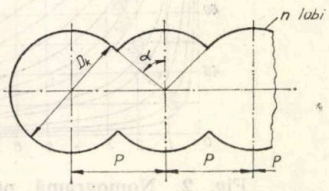


Fig. 1. Reprezentarea simplificată a rezervorului cu lobi cilindrici.

Printr-un studiu tehnico-economic comparativ cu rezervoarele paralelipipedice şi cilindrice, se ilustrează avantajele utilizării pe scară tot mai largă a rezervorului metalic cu lobi cilindrici, mai ales pentru capacităţi mari de depozitare a lichidelor tehnologice.

1. Alegerea soluţiei constructive optime de rezervor cu lobi cilindrici.

Cunoscîndu-se capacitatea de depozitare pentru care trebuie construit rezervorul ($C_K = S_K \times H_K$)**, se pune problema corelării suprafeţei bazei rezervorului cu înălţimea acestuia, de aşa manieră ca să rezulte o valoare cît mai redusă a preţului de cost.

Cu ajutorul nomogramei din fig. 2, cunoscînd în primă aproximaţie spaţiul disponibil pentru amplasare, se poate determina înălţimea rezervorului corespunzătoare capacităţii considerate. Soluţia nu este univocă deoarece, la aceeaşi capacitate, rezervorul poate fi construit cu suprafaţa bazei mare şi înălţime mică sau invers. Rezultă de aici pentru proiectare necesitatea efectuării unui calcul tehnico-economic comparativ pe 3—4 variante constructive, din care să reiasă soluţia cea mai avantajoasă.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Buc. 10—11 aprilie 1971.

** Aici şi mai departe k indică varianta constructivă considerată.

Suprafaţa bazei rezervorului cu lobi cilindrici S_K se poate determina cu ajutorul relaţiei:

$$S_k = \varepsilon_1 \cdot D_k^2, \tag{1}$$

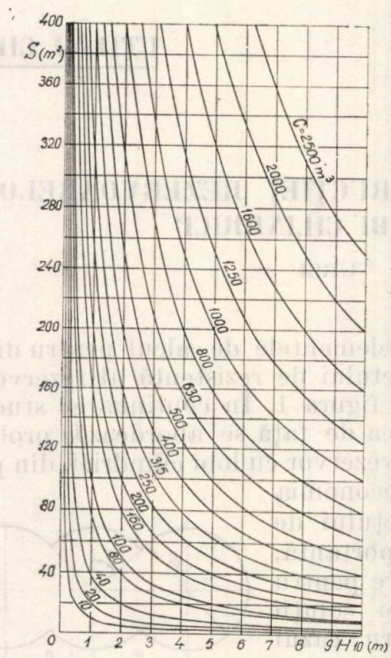


Fig. 2. Nomogramă pentru determinarea capacităţii de depozitare a unui rezervor cu fund plan, în funcţie de suprafaţa bazei şi înălţimea acestuia.

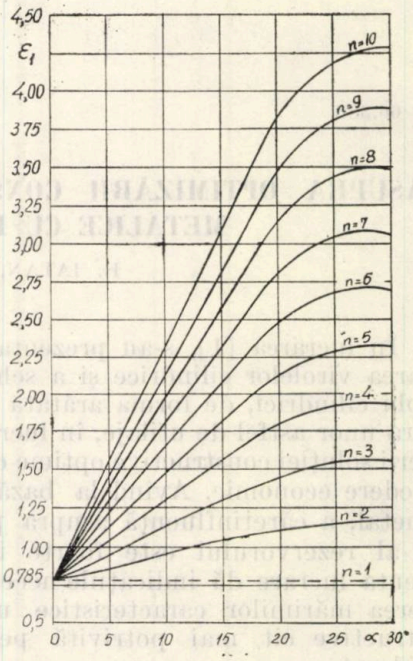


Fig. 3. Reprezentarea grafică a mărimii coeficientului de suprafaţă ε_1, în funcţie de unghiul de poziţie (α) şi numărul de lobi cilindrici (n = 1, rezervor cilindric), pe baza relaţiei (2).

unde coeficientul de suprafaţă ε_1 se poate calcula cu relaţia

$$\varepsilon_1 = \frac{\pi}{4} + \frac{n-1}{2}\left(\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha\right), \tag{2}$$

iar D_K este diametrul lobilor cilindrici

Reprezentarea grafică a coeficientului ε_1, în funcţie de unghiul de poziţie, α, şi numărul de lobi cilindrici, n, este redată în fig. 3. Se constată că suprafaţa bazei rezervorului cu lobi creşte direct proporţional cu numărul acestora. În ceea ce priveşte unghiul de poziţie, se recomandă pentru execuţie valoarea de 30°, la valori mai mari decît aceasta producîndu-se o micşorare a mărimii coeficientului de suprafaţă şi, deci, o utilizare necorespunzătoare a spaţiului de amplasare.

În ipoteza menţinerii aceluiaşi unghi de poziţie şi a numărului de lobi cilindrici, suprafeţele bazelor a două rezervoare se găsesc în următoarea dependenţă:

$$\frac{S_{k_1}}{S_{k_2}} = \left(\frac{D_{k_1}}{D_{k_2}}\right)^2. \tag{3}$$

Greutatea tablei necesare executării unui rezervor cu lobi cilindrici, cu i_k tronsoane verticale de înălțime egală, poate fi determinată utilizînd relația:

$$G_k = \varepsilon_2 \gamma_m D_k \frac{H_k}{i_k} \sum_{j=1}^{i_k} s_{j,k}, \tag{4}$$

unde coeficientul ε_2 se calculează cu formula:

$$\varepsilon_2 = \pi + 2\alpha(n-1), \tag{5}$$

sau se determină din fig. 4, în funcție de unghiul de poziție, α, și numărul de lobi, n. S-au mai utilizat notațiile:

γ_m — greutatea specifică a materialului de execuție a rezervorului, în N/m³;

H_k — înălțimea rezervorului cu lobi cilindrici, în m;

i_k — numărul tronsoanelor verticale de execuție a rezervorului cu lobi cilindrici;

$s_{j,k}$ — grosimea tablei de execuție a tronsonului j al rezervorului cu lobi cilindrici, în m;

G_k — greutatea tablei necesare executării unui rezervor cu lobi cilindrici, cu i_k tronsoane verticale de înălțime egală, în N.

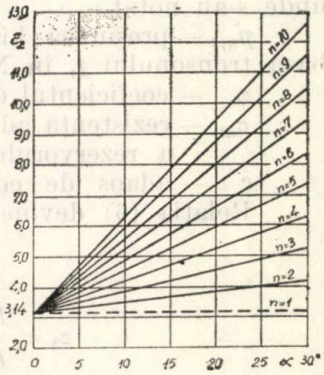


Fig. 4. Reprezentarea grafică a mărimii coeficientului ε_2, în funcție de unghiul de poziție (α) și numărul de lobi cilindrici ($n = 1$, rezervor cilindric), pe baza relației (5).

Pentru studiul eficienței economice a celor două variante constructive, considerate, se utilizează în cele ce urmează coeficientul de greutate exprimat prin:

$$\varepsilon_3 = \frac{G_{k_1}}{G_{k_2}} = \frac{D_{k_1}}{D_{k_2}} \cdot \frac{H_{k_1}}{H_{k_2}} \cdot \frac{i_{k_2}}{i_{k_1}} \cdot \frac{\sum_{j=1}^{i_{k_1}} s_{j,k_1}}{\sum_{j=1}^{i_{k_2}} s_{j,k_2}}. \tag{6}$$

Valoarea acestui coeficient indică care dintre cele două soluții constructive necesită pentru execuție consumul cel mai mic de metal, și este deci mai avantajoasă din acest punct de vedere.

Studiul tehnico-economic comparativ făcîndu-se între rezervoare cu lobi cilindrici de aceeași capacitate ($C_{k_1} = C_{k_2}$) se obține:

$$\frac{S_{k_1}}{S_{k_2}} = \frac{H_{k_1}}{H_{k_2}}. \tag{7}$$

Ţinînd seamă de relaţiile (3) şi (7), relaţia (6) devine:

$$\varepsilon_3 = \frac{D_{k_2}}{D_{k_1}} \cdot \frac{i_{k_2}}{i_{k_1}} \cdot \frac{\sum_{j=1}^{i_{k_1}} s_{j,k_1}}{\sum_{j=1}^{i_{k_2}} s_{j,k_2}} \cdot \tag{8}$$

În cazul cînd asupra virolei cilindrice acţionează numai presiunea hidrostatică a lichidului tehnologic depozitat, grosimea acesteia se poate calcula cu ajutorul relaţiei:

$$s_{j',k} = \frac{p_{h,j'} \cdot D_k}{2\varphi\sigma_{at}} + c, \tag{9}$$

unde s-au notat:

$p_{h,j}$ — presiunea hidrostatică exercitată de lichidul depozitat, la baza tronsonului j, în N/m^2;

φ — coeficientul de calitate a cordoanelor de sudură;

σ_{at} — rezistenţa admisibilă la tracţiune a materialului de execuţie a rezervorului, în N/m^2;

c — adaos de coroziune, în m.

Relaţia (6) devine (avînd în vedere şi valoarea presiunii $p_{h,j}$):

$$\varepsilon_3 = \frac{H_{k_1}}{H_{k_2}} \cdot \frac{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{i_{k_1}}\right) + \frac{2\varphi\sigma_{at}}{\gamma_l H_{k_1} D_{k_1}} \cdot c}{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{i_{k_2}}\right) + \frac{2\varphi\sigma_{at}}{\gamma_l H_{k_2} D_{k_2}} \cdot c} \cdot \tag{10}$$

Pentru exemplificarea rezultatelor obţinute, în tabela 1 se prezintă comparativ două variante constructive.

Eficienţa economică a realizării primei variante constructive de rezervor cu lobi cilindrici, prezentată în tabela 1, este concretizată într-o economie de metal faţă de a doua variantă de 8680 N.

Tabel 1

Coeficienţii de greutate a două variante constructive de rezervoare cu lobi cilindrici

$\alpha = 15°$; $n = 2$; $C = 250[m^3]$; $\gamma_e = 10^2[N/m^3]$; $\sigma_{at} = 10^2[N/m^3]$; $\varphi = 1$; $c = 0{,}003[m]$; $\gamma_m = 7{,}85 \times 10^2[N/m^3]$

Nr. var.	D_k (m)	S_k (m)	H_k (m)	i_k	G_k (N)	ε_3	$G^*_{z,k}$ (N)	ε'_3
1	10	84,3	2,97	2	33 800	0,863	37 380	0,812
2	7	51	4,9	3	39 200		46 060	

* Greutatea rezervorului cu lobi cilindrici, inclusiv cea a scheletului de rezistenţă

2. Studiul tehnico-economic comparativ între rezervoarele cu lobi cilindrici și rezervoarele paralelipipedice

Considerîndu-se că baza rezervorului cu lobi cilindrici este înscrisă în baza dreptunghiulară a celui paralelipipedic, se definește coeficientul de utilizare a suprafeței:

$$\varepsilon_4 = \frac{S_{lc}}{S_p} = \frac{\frac{\pi}{4} + \frac{n-1}{2}\left(\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha\right)}{1 + (n-1)\sin\alpha}, \tag{11}$$

unde:

S_{lc} este suprafața bazei rezervorului cu lobi cilindrici, în m^2;

S_p — suprafața bazei rezervorului paralelipipedic, în m^2;

În fig. 5. este prezentată variația mărimii acestui coeficient, în funcție de unghiul de poziție și numărul de lobi cilindrici. Se observă că utilizarea suprafeței disponibile este mai bună la un număr mare de lobi, pentru care valoare optimă a unghiului α este mai redusă.

Prin compararea greutăților celor două tipuri de rezervoare se obține coeficientul de greutate ε_5, definit prin relația (pentru același număr de tronsoane verticale de execuție):

$$\varepsilon_5 = \frac{G_p}{G_{lc}} = \varepsilon_6 \cdot \varepsilon_7 \cdot \varepsilon_8, \tag{12}$$

unde

$$\varepsilon_6 = \frac{2[2 + (n-1)\sin\alpha]}{\pi + 2\alpha(n-1)}; \tag{13}$$

$$\varepsilon_7 = \frac{H_p}{H_{lc}}; \tag{14}$$

$$\varepsilon_8 = \frac{\sum_{j=1}^{i_p} s_{j,p}}{\sum_{j=1}^{i_{lc}} s_{j,lc}}. \tag{15}$$

Rezervoarele avînd aceeași capacitate se obține $\varepsilon_4 = \varepsilon_7$.

În relațiile de mai sus s-au notat:

G_p —greutatea tablei rezervorului paralelipipedic, în N;

G_{lc} — greutatea tablei rezervorului cu lobi cilindrici, în N;

ε_5 — coeficient de greutate;

ε_6 — coeficient de formă;

ε_7 — coeficient de înălțime;

ε_8 — coeficient de grosime a tablei de execuție.

Din relaţia de definiţie a coeficientului ε_5 reiese că economia maximă de metal la execuţia unui rezervor cu lobi cilindrici se obţine pentru valori

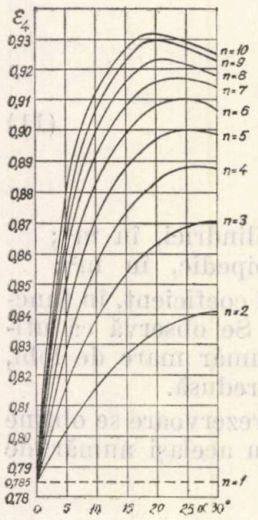


Fig. 5. Reprezentarea grafică a mărimii coeficientului de suprafaţă ε_4, în funcţie de unghiul de poziţie (α) şi numărul de lobi cilindrici (n), pe baza relaţiei (11).

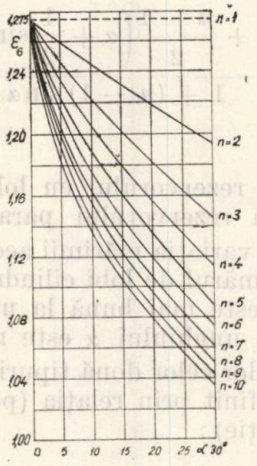


Fig. 6. Reprezentarea grafică a mărimii coeficientului de formă ε_σ, în funcţie de unghiul de poziţie (α) şi numărul de lobi cilindrici n, pe baza relaţiei (13).

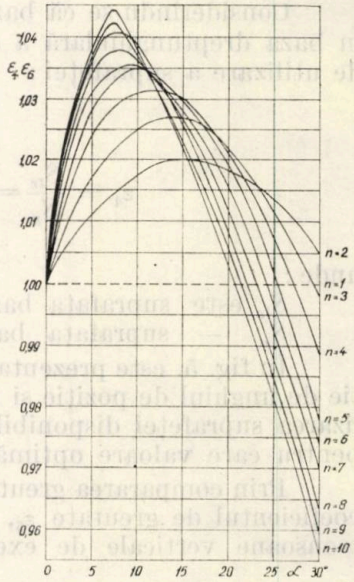


Fig. 7. Reprezentarea grafică a valorii produsului $\varepsilon_4 \varepsilon_\sigma$, în funcţie de unghiul de poziţie (α) şi numărul de lobi cilindrici (n).

cît mai mari ale produsului celor trei coeficienţi. Deoarece coeficientul ε_8 *) are valori evident supraunitare, ce se pot calcula pentru fiecare caz în parte, trebuie ca produsul $\varepsilon_6 \cdot \varepsilon_7$ să aibă valori maxime. În nomograma din fig. 6, trasată pe baza relaţiei (13), se prezintă grafic variaţia mărimii coeficientului ε_6, în funcţie de unghiul de poziţie α şi numărul de lobi cilindrici. Din nomogramă se observă că valori maxime ale coeficientului ε_6 se obţin pentru valori reduse ale unghiului de poziţie şi număr mic de lobi. Deoarece coeficienţii ε_4 şi ε_σ variază invers cu unghiul α şi numărul de lobi, concludent pentru studiul de faţă este produsul lor ($\varepsilon_4 \cdot \varepsilon_6$), a cărui variaţie este prezentată în fig. 7. Din figură reiese că economia maximă de metal se obţine numai pentru anumite perechi $\alpha - n$, pentru care au fost calculate suprafeţele bazelor rezervoarelor cu lobi cilindrici, valorile respective fiind prezentate în tab. 2. Se recomandă ca valorile mai reduse ale unghiului de poziţie să fie folosite pentru executarea rezervoarelor cu lobi cilindrici de diametru mai mare, în aşa fel încît zonele de concentrare a eforturilor unitare ce apar la îmbinarea manta-montant să fie cît mai depărtate posibil.

*) Reducerea greutăţii proprii a rezervorului cu lobi cilindrici faţă de a celui paralelipipedic se realizează în principal prin micşorarea grosimii tablei de execuţie, valorile practice ale coeficientului ε_8 reflectînd acest lucru ($\varepsilon_8 = 1{,}4 \ldots 2$).

Tabel 2

Suprafața bazei rezervorului cu lobi cilindrici pentru valorile optime ale perechii $\alpha - n(m^2)$

α	D (m) / n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
—	1	0,8	3,1	7,1	12,6	19,6	28,3	38,5	50,2	63,6	78,5
15°	2	1,0	4,2	9,4	16,7	26,0	37,5	51,0	66,6	84,3	104,1
	3	1,3	5,2	11,7	20,75	32,4	46,7	63,6	83,0	105,0	129,1
10°	4	1,3	5,2	11,7	20,85	32,6	46,9	63,8	83,4	105,5	130,3
	5	1,5	5,9	13,3	23,6	37,9	53,1	72,3	94,5	119,6	147,6
	6	1,6	6,6	14,8	26,4	41,2	59,4	80,8	105,5	133,6	164,9
7°	7	1,5	6,0	13,6	24,2	37,9	54,5	74,2	96,9	122,6	151,4
	8	1,6	6,5	14,7	26,2	40,9	58,9	80,2	104,7	132,5	163,6
	9	1,8	7,0	15,8	28,1	43,9	63,3	86,1	112,4	142,3	175,7
	10	1,9	7,5	16,9	30,1	47,0	67,6	91,2	120,3	152,2	187,9

Toate considerațiile de mai sus sînt valabile pentru economia de metal ce se poate obține la mantaua rezervorului cu lobi cilindrici. În afară de aceasta, însemnate economii se mai obțin la scheletul metalic de rezistență al rezervorului cu lobi cilindrici care este mult mai redus în comparație cu cel al rezervorului paralelipipedic.

3. Studiul tehnico-economic comparativ între rezervoarele cu lobi și rezervoarele cilindrice.

Noul rezervor metalic cu lobi cilindrici face inevitabilă competiția tehnico-economică dintre cele două tipuri, de la caz la caz, alegîndu-se soluția cea mai avantajoasă. În cele ce urmează se face un studiu tehnico-economic al celor două tipuri de rezervoare, avînd la bază economia de metal. Suprafețele bazelor celor două rezervoare se află în următoarea dependență :

$$\varepsilon_9 = \frac{S_{lc}}{S_c} = \left(\frac{D_{lc}}{D_c}\right)^2 \cdot \varepsilon_{10}, \tag{16}$$

unde

$$\varepsilon_{10} = 1 + \frac{(n-1)(2\alpha + \sin 2\alpha)}{\pi}. \tag{17}$$

În fig. 8, pe baza relației (17), este prezentată variația mărimii coeficientului ε_{10}, în funcție de unghiul de poziție α și numărul de lobi cilindrici.

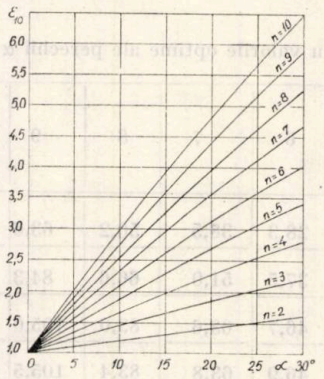


Fig. 8. Reprezentarea grafică a mărimii coeficientului de formă ε_{10}, în funcție de unghiul de poziție (α) și numărul de lobi cilindrici (n), pe baza relației (17).

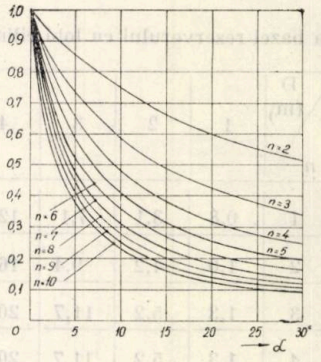


Fig. 9. Reprezentarea grafică a mărimii coeficientului de formă ε_{12}, în funcție de unghiul de poziție (α) și numărul de lobi cilindrici n, pe baza relației 19).

Ținîndu-se seama că rezervoarele luate în considerație au aceeași capacitate, se obține următoarea expresie a coeficientului de greutate:

$$\varepsilon_{11} = \frac{G_{lc}}{G_c} = \left(\frac{D_c}{D_{lc}}\right)^2 \cdot \frac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_{10}} \cdot \frac{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{i_{lc}}\right) + \frac{2\varphi\sigma_{at}}{\gamma_l H_{lc} D_{lc}} \cdot c}{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{i_c}\right) + \frac{2\varphi\sigma_{at}}{\gamma_l H_c D_c} \cdot c}, \tag{18}$$

unde

$$\varepsilon_{12} = \frac{\pi + 2\alpha(n-1)}{\pi + (n-1)(2\alpha + \sin 2\alpha)}, \tag{19}$$

a cărui variație este redată în fig. 9.

În relațiile (18), (19) s-au mai utilizat notațiile:

D_c — diametrul rezervorului cilindric, în m;

D_{lc} — diametrul lobilor cilindrici, în m;

i_c, i_{lc} — numărul tronsoanelor verticale de execuție a rezervorului cilindric, respectiv cu lobi cilindrici;

γ_l — greutatea specifică a lichidului tehnologic depozitat, în N/m³;

H_c, H_{la} — înălțimea rezervorului cilindric, respectiv cu lobi cilindrici, în m;

ε_{10}, ε_{12} — coeficienți de formă;

ε_{11} — coeficient de greutate.

Variația mărimii raportului $\varepsilon_{12}/\varepsilon_{10}$, în funcție de unghiul α și numărul de lobi n, este redată în fig. 10. Întrucît această variație este destul de mică

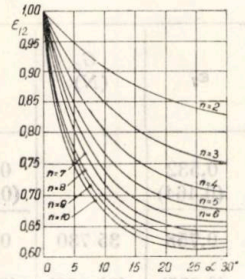


Fig. 10. Reprezentarea grafică a valorii raportului $\varepsilon_{12}/\varepsilon_{10}$, în funcție de unghiul de poziție α) și numărul de lobi cilindrici n).

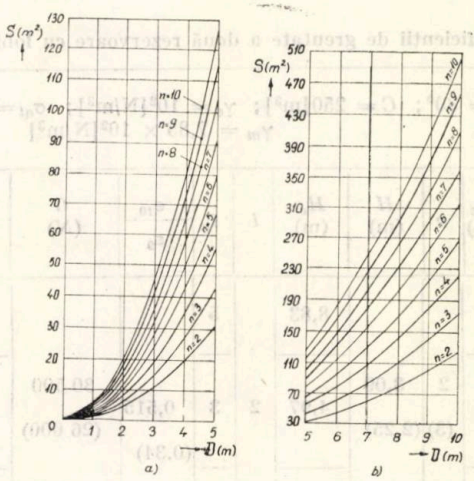


Fig. 11. Nomogramă pentru determinarea suprafeței bazei rezervoarelor cu lobi cilindrici, în funcție de diametrul și numărul de lobi, pentru valoarea unghiului de poziție $\alpha = 30°$.

în jurul valorii de 30° a unghiului de poziție, mai ales pentru număr mare de lobi, se recomandă utilizarea acestei mărimi a unghiului α pentru executarea rezervoarelor cu lobi cilindrici. Pentru astfel de construcții, suprafața bazei rezervoarelor cu lobi cilindrici poate fi determinată din diagramele prezentate în fig. 11.

Pentru exemplificarea relației (18), în tab. 3. se prezintă comparativ un rezervor cu lobi cilindrici și trei rezervoare cilindrice. Se constată din analiza datelor prezentate în această tabelă, că importante economii de metal se obțin atunci cînd sînt înlocuite rezervoarele cilindrice prin rezervoare cu lobi de diametru mai mare, sau cel mult egal cu al primelor. Odată cu creșterea numărului de lobi crește și valoarea economiilor de metal la executarea rezervoarelor cu lobi cilindrici, obținîndu-se, în același timp, și o mai bună utilizare a suprafeței de amplasare (fig. 5).

4. Concluzii

a) Reducerea substanțială a prețului de cost al unui rezervor metalic cu lobi cilindrici se realizează folosind suprafața bazei cît mai mare și înălțimea cît mai mică (tab. 1), în ipoteza menținerii constante a mărimilor α și n.

b) Suprafața bazei rezervorului este cu atît mai mare (o mai bună utilizare a suprafeței de amplasare) cu cît numărul de lobi cilindrici (n) și unghiul de poziție (α) au valori mai ridicate (fig. 3 — unghiul α nu mai mare de 30°).

c) Eficiența maximă a înlocuirii rezervoarelor paralelipipedice cu rezervoare cu lobi cilindrici, atunci cînd suprafața bazei celui de al doilea tip de rezervoare este înscrisă în cea dreptunghiulară a primului tip, se obține numai pentru anumite perechi $\alpha - n$ (tab. 2).

Tabel 3

Coeficienţii de greutate a două rezervoare cu lobi cilindrici şi trei rezervoare cilindrice

$\alpha = 30°$; $C = 250[m^3]$; $\gamma_e = 10^2[N/m^3]$; $\sigma_{at} = 10^2[N/m^3]$; $\varphi = 1$; $c = 0{,}003$ [m]; $\gamma_m = 7{,}85 \times 10^2[N/m^3]$

D (m)	D_c (m)	n	H (m)	H_c (m)	i	i_c	$\frac{\varepsilon_{10}}{\varepsilon_9}$	G (N)	$G_{c,k}$ (N)	ε_7	G_z (N)	ε'_7
8	6	2 (3)	3,09 (2,25)	8,83	2	5	0,515 (0,34)	30 500 (26 600)	57 300	0,532 (0,464)	35 730 (35 070)	0,632 (0,612)
	8			4,97		3			40 700	0,758 (0,655)		0,878 (0,861)
	10			3,18		2			31 550	0,966 (0,843)		1,132 (1,112)

NOTĂ: Valorile din paranteze corespund comparaţiei dintre rezervorul cu lobi cilindrici având $n = 3$ şi cele trei rezervoare cilindrice.

d) Înlocuirea rezervoarelor cilindrice cu rezervoare cu lobi cilindrici (în special sub cerul liber), este cu atît mai avantajoasă din punct de vedere economic, cu cît diametrele celor cilindrice sînt mai mici decît ale celor cu lobi, şi cu cît numărul de lobi este mai mare (tab. 3). Din punct de vedere al amplasării, se atrage atenţia ca aceasta să se facă cu dimensiunea-mare a rezervoarelor (lungimea) paralelă cu direcţia predominantă a vîntului în zona geografică respectivă, încît solicitatea utilajului să fie cît mai mică.

e) Suprafaţa de amplasare este mai bine utilizată de rezervoarele cu lobi cilindrici în comparaţie cu cele cilindrice de acelaşi diametru. Mărimea numărului de lobi ai rezervorului cu acelaşi nume şi a unghiului de poziţie, influenţează în mod favorabil creşterea valorii coeficientului de utilizare a suprafeţei de amplasare (fig. 8).

f) Pentru o aceeaşi capacitate, dacă procesul tehnologic şi spaţiul disponibil permit acest lucru, este mai eficient din punct de vedere economic utilizarea unui rezervor cu lobi cilindrici în locul unuia cilindric de acelaşi diametru. Economia de metal obţinută în acest caz, este cu atît mai importantă cu cît numărul de lobi este mai mare (tab. 3).

g) În urma studiului tehnico-economic prezentat, se constată că noul tip de rezervor metalic cu lobi cilindrici aduce avantaje multiple, utilizarea lui trebuind să capete o mai mare amploare în toate ramurile industriale, pentru depozitarea lichidelor tehnologice.

Catedra de utilaj chimic,
Catedra organe de maşini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Turcu S., Iatan R.*, Asupra construcţiei noului tip de rezervor metalic cu lobi cilindrici. În: Construcţii, nr. 10, 1972, p. 1—9.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975. Numărul 1
BUCUREŞTI

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z. : 621.48

DETERMINAREA CARACTERISTICII DE DEGAJARE A CĂLDURII DIN MOTORUL CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE PE BAZA UNUI MODEL DE NEOMOGENITATE CU ELEMENTE DE GAZE ARSE DE MASĂ CONSTANTĂ

B. GRÜNWALD, N. APOSTOLESCU

Determinarea caracteristicii de degajare a căldurii din motorul cu aprindere prin scînteie întîmpină numeroase dificultăţi. În parte ele sînt determinate de cunoaşterea insuficientă a stării termice a fluidului motor în timpul arderii. Fără îndoială că şi volumul mare de muncă pe care îl pretinde un calcul mai rafinat al arderii a constituit ani de-a rîndul o barieră în evaluarea cantitativă a unor fenomene specifice, caracteristice motoarelor cu aprindere prin scînteie. Prima dintre dificultăţi este soluţionată de autori în lucrarea de faţă, elaborînd un model de neomogenitate a fluidului motor în timpul arderii, cu elemente de gaze arse de masă constantă. A doua dintre dificultăţi este soluţionată de autori programînd ecuaţiile matematice ale modelului pe calculatoare numerice. Rezultatele obţinute sînt prezentate şi analizate în ultima parte a lucrării.

La elaborarea modelului fizic al fluidului motor neomogen termic, autorii au urmărit soluţionarea următoarelor probleme fundamentale: 1. determinarea, în fiecare moment, a temperaturii de la care începe diferenţierea termică a gazelor arse — temperatura flăcării; 2. precizarea, în fiecare moment, a proporţiei din fluidul motor transformată în gaze arse: 3. urmărirea evoluţiei termodinamice a componentelor fluidului motor; 4. determinarea gradului de răcire a gazelor arse în contact cu pereţii pentru acele cazuri în care se renunţă la ipoteza transformării adiabate; 5. determinarea stării de echilibru chimic din gazele arse.

Următoarele ipoteze generale au stat la baza modelului de diferenţiere termică: presiunea gazelor în perioada arderii este aceeaşi în toată masa fluidului motor; componentele fluidului motor sînt sisteme fizice în echilibru termodinamic; componentele fluidului motor respectă legea gazelor perfecte; energia internă a componentelor fluidului motor nu depinde de reacţiile intermediare de oxidare. Se apreciază că nici una dintre aceste ipoteze nu constituie o sursă interesantă de erori. Un număr important de ipoteze suplimentare sînt impuse de marea complexitate a proceselor şi fenomenelor care au loc în timpul arderii, de numeroasele

* Manuscris predat redacţiei la data de 23 iunie 1974

detalii ale acestora — mai mult sau mai puţin semnificative — rămase pînă astăzi necunoscute, de complicaţiile care intervin în formularea şi soluţionarea ecuaţiilor matematice, care nu admit în general soluţii analitice, de dificultăţile care apar la stabilirea condiţiilor la limită şi la depăşirea intervalelor de discontinuitate.

La elaborarea modelului de neomogenitate termică a fluidului motor în perioada arderii, autorii au pornit de la următoarele considerente principale. Într-un interval mic de timp, o fracţiune din amestecul iniţial intră în reacţie şi trece de la temperatura momentană $T_{ai\alpha}$ la temperatura momentană a flăcării $T_{fl\alpha}$. Se formează un element de gaze arse care evoluează apoi pe ciclu, modificîndu-şi energia internă în concordanţă cu schimbările energetice pe care le efectuează, prin transfer de căldură şi transfer de lucru mecanic. Treptat, fluidul motor se diferenţiază în două componente chimice — amestecul iniţial şi gazele arse — şi în mai multe componente termice — elementele de gaze arse cu stări termodinamice distincte. Modelul cu elemente de gaze arse are ca trăsătură distinctivă asocierea strictă a elementelor de gaze arse cu caracteristica degajării căldurii de reacţie. Un element de gaze arse reprezintă suma tuturor microcantităţilor de gaze de flacără care se formează într-un interval de timp $\Delta\alpha$*), indiferent de distribuţia lor spaţială. În modelul cu elemente de gaze arse de masă constantă, elementele de gaze reprezintă macrosisteme care îşi conservă identitatea, dar interacţionează între ele, sau cu alte cuvinte, ele apar ca sisteme termodinamice independente pentru care amestecarea este exclusă.

Conceptul de element de gaze arse de masă constantă se defineşte prin intermediul caracteristicii de degajare a căldurii, după cum urmează.

Se notează cu ν_c numărul de kmoli de combustibil care evoluează pe ciclu; $\nu_{c\alpha}$ — numărul de kmoli de combustibil care intră în reacţie din momentul declanşării arderii pînă în momentul curent α; ξ_α — fracţiunea din ν_c care intră în reacţie din momentul iniţial pînă în momentul curent α, adică

$$\xi_\alpha = \nu_{c\alpha}/\nu_c. \tag{1}$$

Variaţia lui ξ_α în raport cu timpul — măsurat în secunde sau în °RA — se numeşte *caracteristica de ardere* sau *caracteristica de degajare a căldurii*. Variaţia în timp a derivatei

$$\frac{d\xi_\alpha}{d\alpha} = \frac{1}{\nu_c}\frac{d\nu_{c\alpha}}{d\alpha} \tag{2}$$

se numeşte *viteza de ardere* sau *viteza de degajare a căldurii*.

Ecuaţia de conservare a masei fluidului motor este

$$m_{ga\alpha-\Delta\alpha} + m_{gaj} + m_{ai\alpha} = m_{ai},$$

unde m_{ai} este masa de amestec iniţial, prezentă în cilindrul motorului în momentul declanşării arderii; $m_{ga\alpha-\Delta\alpha}$ — masa de gaze arse formate pînă

*) α — unghiul de rotaţie a arborelui cotit, măsurat în grade; prescurtat α [°RA].

în momentul $\alpha - \Delta\alpha$; m_{gaj} — masa elementului j de gaze arse — elementul curent — care se formează în intervalul $\Delta\alpha$; $m_{ai\alpha}$ — masa de amestec inițial în momentul curent α. Masa de gaze arse este alcătuită din i elemente de gaze arse de masă m_{gai} (i de la 1 la $j-1$), formate în intervalele $\Delta\alpha$, anterioare intervalului curent astfel că:

$$m_{ga\alpha-\Delta\alpha} = \sum_{i=1}^{j-1} m_{gai\alpha-\Delta\alpha}$$

Pe baza ecuației de stare, aplicată unui element i de gaze arse, se obțin următoarele relații fundamentale:

$$\nu_{ai\alpha} = (1 - \xi_\alpha)\nu_{ai} \tag{3},$$

$$\nu_{ga\alpha} = \xi_\alpha \nu_{ga} \tag{4}.$$

$$\nu_{gaj\alpha} = (\xi_\alpha - \xi_{\alpha-\Delta\alpha})\nu_{ga} \tag{5}$$

sau

$$\nu_{gaj\alpha} = \Delta\xi_j \nu_{ga} \tag{5'}$$

unde ν_{ai} este numărul de kmoli de amestec inițial la începutul arderii; ν_{ga} — numărul de kmoli de gaze arse la finele arderii; ν_c kmoli combustibil, corespunzător proporțiilor stoichiometrice de gaze din fluidul motor; $\nu_{ai\alpha}$, $\nu_{ga\alpha}$ — cantitățile molare momentane de amestec inițial și gaze arse; $\nu_{gaj\alpha}$ — numărul de kmoli de gaze arse din elementul j.

Relațiile (5) sau (5') definesc cantitatea de substanță a elementului curent de gaze arse pe baza caracteristicii de degajare a căldurii ξ_α. Starea termodinamică a elementului curent este definită în plus de presiunea p_α din momentul curent și temperatura flăcării în momentul curent, $T_{fl\alpha}$. Se cunosc trei modele de ardere pentru determinarea temperaturii flăcării: modelul izocor, modelul izoterm și modelul izobar. Autorii au evaluat modelul izobar ca fiind cel mai adecvat pentru motor.

Energia internă momentană a fluidului motor neomogen termic U_α se definește ca suma energiilor interne ale celor trei componente de gaze prezente în cilindru *)

$$U_\alpha = U_{ai\alpha} + U_{gaj\alpha} + U_{ga\alpha}, \tag{6}$$

unde $U_{ai\alpha}$, $U_{gaj\alpha}$, $U_{ga\alpha}$ sînt energia internă a amestecului inițial, respectiv energia internă a gazelor arse din elementul j nou format și energia internă a gazelor arse formate anterior. Pentru modelul cu elemente de gaze arse de masă constantă se obțin următoarele expresii generale, pentru energia internă

$$U_\alpha = (1 - \xi_\alpha)\,\nu_{ai}\,u_{ai\alpha} + \Delta\xi_j \nu_{ga}\,u_{fl} + \sum_{i=1}^{j-1} \Delta\xi_i \nu_{ga} u_{gai} \tag{7}$$

1. *Grünwald, B., Apostolescu, N.* A Calculation Method of the Temperature Field Within the Cylinder of a Spark – Ignition Engine. Rev. Roumaine des Sc. Techn. Série Electrot. et Energét. Tome 17, 3, 1972.

şi pentru variaţia elementară a energiei interne

$$dU_\alpha = (\nu_{ga} u_{fl\alpha} - \nu_{ai} u_{ai\alpha})\, d\xi_\alpha + \sum_{i=1}^{j-1} \Delta\xi_i \nu_{ga}\, du_{gai\alpha} + (1 - \xi_\alpha)\, \nu_{ai}\, du_{ai\alpha} \qquad (8)$$

unde u reprezintă energia internă molară sensibilă.

Temperaturile şi variaţiile lor, care definesc energiile interne sensibile, respectiv variaţiile lor, depind de natura evoluţiilor fluidului motor. Autorii au distins trei grupe de evoluţii: 1. evoluţii termodinamice cu variaţie de presiune; 2. evoluţii termodinamice la presiune constantă; 3. evoluţii de tranziţie, în care variaţiile de presiune nu sînt suficient de mari pentru ca ecuaţiile matematice care se referă la prima grupă de evoluţii să fie aplicabile, dar nu sînt nici suficient de mici pentru a aplica ecuaţiile matematice, caracteristice grupei a doua de evoluţii. Relaţiile care urmează definesc temperaturile pentru primele două grupe de evoluţii.

1. Evoluţii termodinamice cu variaţii de presiune

$$T_{ai\alpha} = T_{ai\alpha-\Delta\alpha}(p_\alpha/p_{\alpha-\Delta\alpha})^{1-1/m_{ai\alpha}}$$

$$T_{ga\alpha} = T_{gai\alpha-\Delta\alpha}(p_\alpha/p_{\alpha-\Delta\alpha})^{1-1/m_{ga\alpha}}$$

2. Evoluţii termodinamice de presiune constantă

$$T_{ai} = T_{ai\alpha-\Delta\alpha} + Q_{wai\Delta\alpha}/(1 - \xi_\alpha)\nu_{ai} C_{pai\alpha}$$

$$T_{gai\alpha} = T_{gai\alpha-\Delta\alpha} + Q_{wga\Delta\alpha} \Big/ \sum_{i=1}^{j-1} \Delta\xi_i \nu_{ga} C_{pgai\alpha}.$$

Primul grup de evoluţii este definit dacă se cunoaşte exponentul politropic al transformării *.

Pe un interval $\Delta\alpha$, exponenţii politropici medii se determină pe baza relaţiei generale

$$Q_{w\Delta\alpha} = -1{,}986\, \nu \frac{k-m}{k-1} L_{\Delta\alpha}$$

unde $Q_{w\Delta\alpha}$ este căldura schimbată cu pereţii, $L_{\Delta\alpha}$ — lucrul mecanic pe interval; k — exponentul adiabatic; m — exponentul politropic; ν — cantitatea molară de gaze. Explicitînd relaţia generală se obţine

$$Q_{wai\Delta\alpha} = -1{,}986(1-\xi_\alpha)\nu_{ai} \frac{k_{ai\alpha} - m_{ai\alpha}}{k_{ai\alpha}-1} \cdot \frac{T_{ai\alpha-\Delta\alpha}}{m_{ai\alpha}-1} \times \times \left[1 - \left(\frac{p_\alpha}{p_{\alpha-\Delta\alpha}}\right)^{1-1/\overline{m}_{ai\alpha}}\right], \qquad (9)$$

*) În cazul simplificat al evoluţiei adiabate exponentul politropic se substituie cu cel adiabatic.

$$Q_{wga\Delta\alpha} = -1{,}986\,\xi_\alpha\,\nu_{ga}\,\frac{k_{ga\alpha}-\overline{m}_{ga\alpha}}{k_{ga\alpha}-1}\cdot\frac{T_{ga\alpha-\Delta\alpha}}{\overline{m}_{ga\alpha}-1}\times\left[1-\left(\frac{p_\alpha}{p_{\alpha-\Delta\alpha}}\right)^{1-1/\overline{m}_{ga\alpha}}\right], \quad (10)$$

unde p_α este presiunea din cilindru la momentul α.

Membrul stîng al ecuaţiilor (9) şi (10) se determină pe baza ecuaţiei generale de transfer convectiv de căldură

$$dQ_{w\alpha} = C_{c\alpha}A_\alpha(T_\alpha - T_w)\,d\alpha/21600\,n$$

unde $C_{w\alpha}$ este valoarea momentană a coeficientului global de transfer convectiv de căldură; A_α — aria momentană de schimb de căldură; T_α, T_w — temperatura gazului, respectiv temperatura peretelui; n — turaţia motorului.

În fiecare moment trebuie satisfăcută condiţia

$$dQ_{w\alpha} = dQ_{wga\alpha} + dQ_{wai\alpha}. \quad (11)$$

Se defineşte prin q_α, raportul dintre cantităţile elementare de căldură transferate la pereţi de cele două componente ale fluidului motor, astfel că

$$q_\alpha = dQ_{wai\alpha}/dQ_{wga\alpha}$$

În fine se obţin expresiile căldurilor transferate la pereţi care permit rezolvarea ecuaţiilor (9) şi (10) în $m_{ai\alpha}$ şi $m_{ga\alpha}$ şi anume

$$Q_{wai\Delta\alpha} = 0{,}5\left(\frac{dQ_{w\alpha-\Delta\alpha}}{d\alpha}+\frac{dQ_{w\alpha}}{d\alpha}\right)\frac{q_\alpha}{1+q_\alpha}\Delta\alpha \quad (12)$$

$$Q_{wga\Delta\alpha} = 0{,}5\left(\frac{dQ_{w\alpha-\Delta\alpha}}{d\alpha}+\frac{dQ_{w\alpha}}{d\alpha}\right)\frac{1}{1+q_\alpha}\Delta\alpha \quad (13)$$

Caracteristica de degajare a căldurii se determină din ecuaţia diferenţială de conservare a energiei fluidului motor

$$\nu_c Q_c\,d\xi_\alpha = dU_\alpha + dQ_{w\alpha} + A\,dL_\alpha + dQ_{e\alpha}$$

unde L_α este lucrul mecanic instantaneu efectuat de fluidul motor şi $Q_{e\alpha}$ — căldura de formare a substanţelor la echilibru.

În cazul modelului cu elemente de gaze arse de masă constantă se obţine:

— pentru evoluţii termodinamice cu variaţii de presiune

$$\frac{d\xi_\alpha}{d\alpha} = \frac{1}{1{,}986\,\nu_{ai}(\mu T_{fl\alpha}-T_{ai\alpha})}\left[\nu_{ga}\,\frac{\overline{m}_{ga\alpha}-1}{\overline{m}_{ga\alpha}}\cdot\frac{p'_\alpha}{p_{\alpha-\Delta\alpha}}\cdot\left(\frac{p_\alpha}{p_{\alpha-\Delta\alpha}}\right)^{-1/\overline{m}_{ga\alpha}}\times\right.$$

$$\times \sum_{i=1}^{j-1} \Delta\xi_i \, C_{vgai\alpha} \, T_{gai\alpha-\Delta\alpha} + (1-\xi_\alpha)\nu_{ai} \frac{m_{ai\alpha}-1}{m_{ai\alpha}} \cdot \frac{p'_\alpha}{p_{\alpha-\Delta\alpha}} \times$$

$$\times \left(\frac{p_\alpha}{p_{\alpha-\Delta\alpha}}\right)^{-1/m_{ai\alpha}} \times C_{vai\alpha} \, T_{ai\alpha-\Delta\alpha} + dQ_{w\alpha} + A dL_\alpha + dQ_{e\alpha} \Big] \tag{14}$$

— pentru evoluţii termodinamice de presiune constantă

$$\frac{d\xi_\alpha}{d\alpha} = \frac{1}{1{,}986 \, \nu_{ai}(\mu T_{fl\alpha} - T_{ai\alpha})} \left[\frac{1}{k_{ga\alpha}} \left(\frac{1}{1+q_\alpha} \cdot \frac{dQ_{w\alpha}}{d\alpha} - \frac{dQ_{e\alpha}}{d\alpha} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{q_\alpha}{k_{ai\alpha}(1+q_\alpha)} \cdot \frac{dQ_{w\alpha}}{d\alpha} \, dQ_{wa\alpha} + A dL_\alpha + dQ_{e\alpha} \right] \tag{15}$$

Ultimii trei termeni din relaţiile (14) şi (15) au fost explicitaţi în lucrări anterioare ale autorilor.

În cele ce urmează se prezintă rezultatele obţinute de autori prin rezolvarea ecuaţiei diferenţiale (14) sau (15).

Modelele de neomogenitate termică a fluidului motor, oferă mai multe posibilităţi pentru studiul arderii decît modelul clasic, cu fluid motor omogen. Totuşi, unele mărimi care caracterizează arderea pot fi determinate atît cu modelele de neomogenitate cît şi cu cel de omogenitate termică. De aceea o comparaţie între aceste mărimi este necesară.

În figura 1 se compară caracteristica şi viteza de degajare a căldurii pentru un motor cu aprindere prin scînteie cu dimensiunile fundamentale : alezaj 98,4 mm ; cursă 76,2 mm. Raportul de comprimare a fost de 7,5.

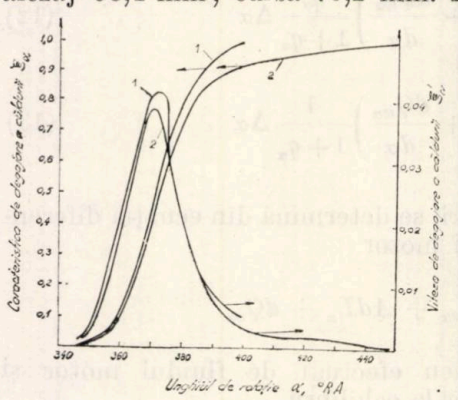


Fig. 1

Diagrama indicată a fost ridicată experimental la turaţia de 2000 rot/min. Motorul a funcţionat cu amestec sărac aer-izobutilenă, coeficientul excesului de aer fiind de 1,112. Se observă că diferenţele între mărimile comparate sînt de 10 — 12%. Deşi avantajul de precizie trebuie atribuit modelului de neomogenitate (curba 1), se observă cu surprindere că modelul cu fluid motor omogen (curba 2) produce caracteristici de ardere cu erori relativ mici.

Există însă un domeniu în care cele două modele se distanţează net. În mod uzual, caracteristica de ardere serveşte şi pentru a evalua durata arderii, întrucît aceasta reprezintă un parametru fundamental pentru eficienţa economică a ciclului, pentru a judeca rezervele de care dispune proiectantul în vederea perfecţionării sistemului de ardere, în special a arhitecturii camerei de ardere. Dacă se compară cele două modele după modul în care definesc sfîrşitul arderii, se constată că modelul de neomo-

genitate termică, precizează net durata arderii, adică momentul în care $\xi_\alpha = 1{,}0$. Din fig. 1 se observă că acest moment este $\alpha = 400°$RA. Cu totul altfel se prezintă caracteristica de degajare a căldurii pentru modelul cu fluid motor omogen. Astfel, se observă că pentru $\alpha = 400°$RA, fracțiunea din căldura de reacție ajunge abia la 91%, crește lent pînă la 99% în intervalul 400 ... 437°RA și apoi pînă la 99,9% în intervalul 437 ... 450°RA.

Rezultă astfel că pe o caracteristică ξ_α omogenă, sfîrșitul arderii se prelungește mult în destindere astfel că tocmai durata arderii, ca parametru fundamental, rămîne nedeterminată. În exemplul considerat, sfîrșitul arderii se apropie chiar de momentul deschiderii supapei de evacuare (60°RA avans față de punctul mort exterior). Se înțelege că pentru a defini sfîrșitul arderii pe o caracteristică omogenă, este necesară o convenție de aproximație, de exemplu de forma: arderea se încheie cînd $\xi_\alpha = 0{,}9$ sau 0,95. Mai există o posibilitate de a corecta valoarea lui ξ, în modelul cu fluid motor omogen termic și anume de a amplifica substanțial transferul de căldură. Dar aceasta reprezintă o operație arbitrară pe care modelul de neomogenitate termică n-o pretinde.

Este interesant să se opereze și o altă comparație, anume aceea referitoare la compoziția chimică a gazelor arse la echilibru chimic. În tabela 1 se prezintă evoluția substanțelor CO și OH la echilibru chimic, determinată pe baza diagramei indicate menționată anterior. Coloanele din dreapta sînt incomplete la începutul arderii, deoarece s-a admis că disocierea gazelor sub temperaturi de 2000°K este practic neinteresantă.

Tabelul 1

Cantitatea de substanță la echilibru chimic*)

α	Model de ardere cu elemente de gaze arse		Model de ardere cu fluidul motor omogen termic	
°RA	CO $\left[10^{-9}\frac{\text{kmoli}}{\text{ciclu}}\right]$	OH $\left[10^{-9}\frac{\text{kmoli}}{\text{ciclu}}\right]$	CO $\left[10^{-9}\frac{\text{kmoli}}{\text{ciclu}}\right]$	OH $\left[10^{-9}\frac{\text{kmoli}}{\text{ciclu}}\right]$
349	0,112	0,063	—	—
353	0,868	0,494	—	—
357	3,150	1,790	—	—
361	8,650	4,840	—	—
365	18,700	10,100	—	—
360	34,500	18,100	—	—
373	54,000	28,000	—	—
377	70,100	36,500	2,79	3,58
381	71,500	38,800	13,77	11,99
385	64,100	37,200	30,81	20,52
389	53,100	32,400	40,69	26,51
393	41,400	26,500	41,80	26,79
397	30,300	21,700	37,72	24,31
401	20,00	17,700	31,52	21,32
405	14,500	12,900	23,89	18,86
409	10,600	10,700	16,68	16,61
413	5,750	5,950	11,59	13,37
417	3,040	2,999	11,95	10,98
419	1,960	1,920	8,29	8,50

* Cantitatea totală de gaze arse din cilindru, la finele arderii $23{,}69 \cdot 10^2$ kmoli/ciclu

Din acest punct de vedere se observă că disocierea gazelor în modelul de neomogenitate termică începe chiar de la începutul declanşării calculului de ardere, ceea ce ilustrează condiţia reală din cilindrul motorului : gazele arse sînt mai fierbinţi decît fluidul motor omogen chiar din momentul dezvoltării arderii. Rezultatele prezentate în tab. 1 — pentru simplificare din 4 în 4°RA — arată că în modelul de neomogenitate termică nivelul maxim al cantităţii de substanţă la echilibru este cu 72% mai mare la CO şi cu 45% mai mare la OH, faţă de nivelul maxim realizat la temperatura maximă definită în modelul cu fluid motor omogen termic pe baza ecuaţiei de stare. Aceste diferenţe subliniază imprecizia modelului clasic de ardere, în acest domeniu.

Un model mai simplu de neomogenitate termică este acela care se obţine în ipoteza amestecării perfecte a gazelor arse. În acest caz gazele arse sînt omogene termic şi au o temperatură medie, iar fluidul motor este alcătuit din două componente omogene termic : amestec iniţial şi gaze arse. S-a apreciat că este interesant de determinat caracteristica de degajare a căldurii pe baza celor două modele : modelul cu elemente de gaze arse şi modelul cu gaze arse omogene termic. În acest scop s-a prelucrat aceeaşi diagramă indicată a motorului cu aprindere prin scînteie cu relaţiile de calcul caracteristice celor două modele. Rezultatele prezentate în figura 2 (1 — model cu elemente de gaze arse; 2 — model cu gaze arse omogene) arată diferenţe relativ mici între cele două caracteristici şi între cele două viteze de degajare a căldurii. Se observă de asemenea o viteză relativ mică (4°RA) între momentele finale ale arderii. Se conchide astfel că cele două modele sînt comparabile dacă se urmăreşte numai determinarea caracteristicii de degajare a căldurii. Trebuie însă subliniat că modelul cu elemente de gaze arse oferă informaţii suplimentare şi este indispensabil pentru abordarea calculelor de cinetică chimică.

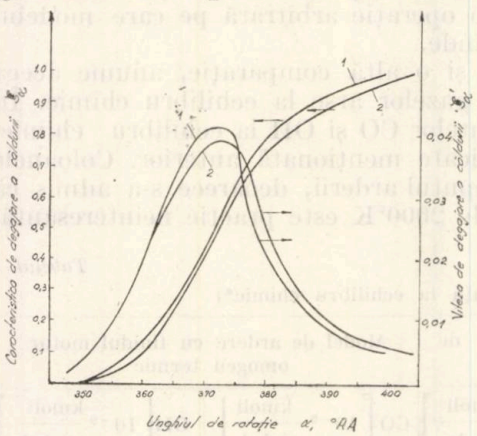


Fig. 2

Catedra de motoare cu ardere internă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 1
BUCUREȘTI

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z. : 620. 1

CONSIDERAȚII ASUPRA PRELUCRĂRII ȘI INTERPRETĂRII REZULTATELOR MĂSURĂRILOR TENSOMETRICE REZISTIVE*

M. BLUMENFELD, M. BUGA, I. CONSTANTINESCU, CORINA VOICU, H. GHEORGHIU

Efectuarea de măsurări tensometrice cu traductoare rezistive pe structuri complexe, în condiții de șantier, prezintă unele particularități din punctul de vedere al prelucrării și interpretării rezultatelor obținute, particularități care pot fi generate de următoarele grupe de factori :

— necesitatea utilizării unui număr mare de traductoare amplasate într-un cîmp relativ întins ;

— dificultatea realizării unui număr suficient de mare de cicluri de încărcare-descărcare ;

— durata mare a unui ciclu de încărcare-descărcare (mai ales la încărcare) ;

— existența în structura asupra căreia se fac măsurările a unor jocuri, frecări, deplasări, care suferă modificări importante mai ales în timpul primului ciclu de solicitare ;

— necesitatea formulării, pe baza rezultatelor măsurărilor, a unor concluzii cu un nivel de încredere cît mai ridicat.

Tipice în acest sens sînt măsurările ce se efectuează pe recipiente sub presiune, cazane, instalații de forță ale hidrocentralelor, unele categorii de vehicule etc.

Lucrarea de față își propune să semnaleze unele aspecte ale prelucrării și interpretării rezultatelor măsurărilor tensometrice efectuate în condițiile menționate mai sus și să schițeze, în linii mari, o metodologie adecvată acestor condiții. Pentru claritatea expunerii și fundamentarea principiilor metodei, se vor folosi, în cele ce urmează, rezultatele măsurărilor efectuate de un colectiv al catedrei de Rezistența materialelor din Institutul politehnic București, pe un preîncălzitor al unei centrale electrotermice și pe distribuitorul unei centrale hidroelectrice. Ambele structuri au fost solicitate cu presiune interioară.

Preîncălzitorul este un recipient cilindric vertical ca în figura 1. În toate cele 19 puncte de măsurare (reprezentate în fig. 1 și notate cu litere mari A, B, C, ... T) s-au lipit cîte trei traductoare în rozetă dreptunghiulară, cu excepția punctului T în care s-au lipit numai două traductoare.

* Manuscris predat redacției la data de 10 decembrie 1973

Distribuitorul este o structură complexă, reprezentată în figura 2. Amplasarea punctelor de măsurare a fost aceeași pentru toate cele cinci ramificații și anume (fig. 2, a) :

— cîte un traductor în punctele A, B, C, D situate pe nervura fiecărei ramificații ;

— cîte două traductoare în punctele E, F, G, H ;

— cîte trei traductoare în punctul I.

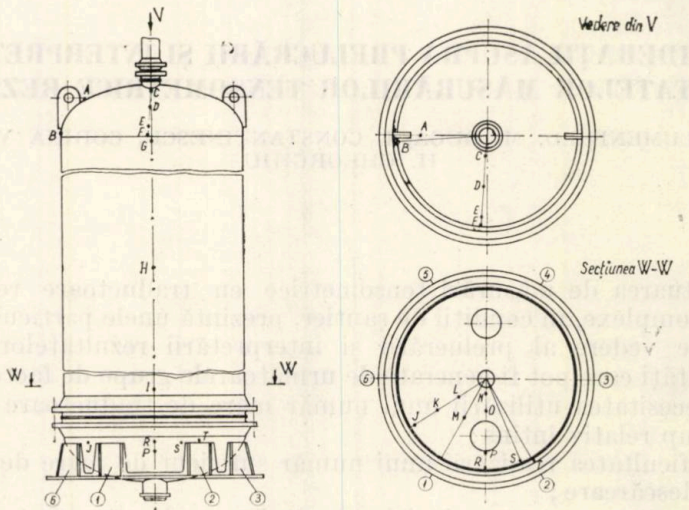


Fig. 1

Punctele A și B sînt situate în interiorul distribuitorului, celelalte fiind în exterior.

Măsurările au fost efectuate cu o punte tensometrică MK și o cutie de comutare UM—74/20, fabricație HBM (Hottinger-Baldwin-Messtechnik).

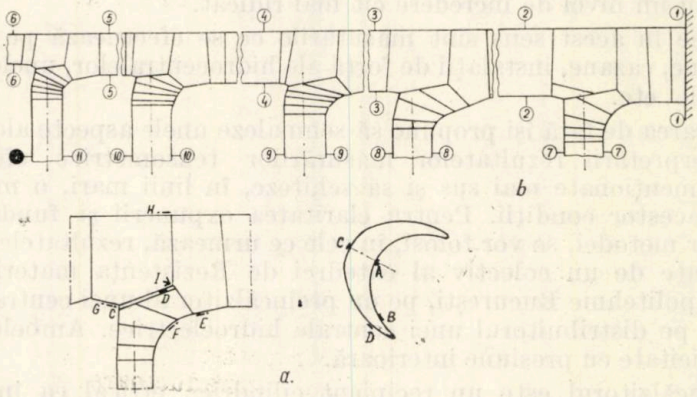


Fig. 2

Preîncălzitorul a fost solicitat cu trei cicluri de încărcare-descărcare, efectuîndu-se pentru fiecare traductor 9 citiri, dintre care 4 citiri de zero, iar distribuitorul cu 2 cicluri de încărcare-descărcare, efectuîndu-se 17 citiri pentru fiecare traductor, dintre care 3 citiri de zero.

Ambele structuri au fost solicitate, în toate punctele de măsurare, sub limita de curgere.

Prelucrarea rezultatelor măsurărilor pornește tocmai de la această constatare, care îndreptățește ipoteza dependenței liniare a deformațiilor specifice cu solicitarea (în cazul de față presiunea p), adică

$$\varepsilon = k\,p. \tag{1}$$

Dreapta (1) se determină cu ajutorul celor n puncte ($n = 5$ la preîncălzitor și $n = 14$ la distribuitor) de coordonate (ε_i, p_i) pentru fiecare traductor. Panta k a dreptei (1) reprezintă deformația specifică în locul de aplicare a traductorului considerat, corespunzătoare solicitării cu o presiune egală cu unitatea.

Valorile lui k au fost obținute prin metoda celor mai mici pătrate [1]:

$$k = \sum_{i=1}^{n} p_i\varepsilon_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} p_i^2. \tag{2}$$

Deoarece numărul de citiri pentru fiecare traductor la o aceeași presiune este foarte mic, cum mic este și numărul total al citirilor pentru fiecare traductor, nu se poate pune problema prelucrării statistice a datelor obținute pentru fiecare traductor, separat. STAS 7122—72 prevede ca numărul total de valori (date) N al unei populații ce se supune prelucrării statistice să îndeplinească condiția

$$N \geqslant 50. \tag{3}$$

Din aceste motive, prelucrarea și interpretarea datelor se va face pentru ansamblul tuturor traductoarelor, concluziile ce se vor formula fiind aprecieri globale, calitative și cantitative asupra măsurării.

În acest scop, se determină pentru fiecare traductor abaterile ξ_i (în procente) ale valorilor ε_i citite la presiunea p_i, față de valorile corespunzătoare determinate pe dreapta (1), adică:

$$\xi_i = (\varepsilon_i/kp_i - 1)\times 100\%. \tag{4}$$

Ansamblul valorilor ξ_i pentru toate traductoarele este un număr N suficient de mare, care îndeplinește condiția (3), el putîndu-se supune prelucrării statistice.

Pentru a putea emite aprecieri calitative și cantitative asupra unei măsurări tensometrice cu traductoare rezistive, este necesar să se studieze și abaterile citirilor de zero. În acest scop s-au determinat pentru fiecare traductor abaterile

$$\xi_i^0 = \frac{C_i^0 - C_{i+1}^0}{kp_{\max\, i}} \times 100, \tag{5}$$

în care C_i^0 și C_{i+1}^0 sînt citirile de zero pentru ciclul i de încărcare-descărcare; $p_{\max\, i}$ — presiunea maximă la care s-a solicitat structura în decursul ciclului i; k — panta dreptei (1), calculată cu relația (2) pentru traductorul considerat.

Deși, așa cum s-a arătat mai sus, eforturile unitare maxime ce apar în structură rămîn mai mici decît limita de curgere a materialului, în unele cazuri comportarea structurii în anumite puncte și zone de măsurare

este neliniară. Aceasta se datoreşte în special frecărilor şi deplasărilor în reazeme, a împiedicării unor deplasări ale structurii, a variaţiilor unor jocuri, a deformaţiilor neliniare ale unor elemente nemetalice, de exemplu garniturile. Ilustrativ în acest sens este distribuitorul din figura 2b, care fiind o structură complexă de mari dimensiuni, a fost încastrat în secţiunea 1—1 şi rezemat în secţiunile 2—2, 3—3,.... 11—11. Reazemele 2, 3, ... 6 permit alungirea longitudinală, pe cînd reazemele 7, 8, ... 11 o împiedică, ceea ce duce la apariţia unor momente încovoietoare suplimentare în distribuitorul propriu-zis, produse de reacţiunile laterale din reazemele 7, 8,....., 11 care sînt excentrice faţă de axa longitudinală a distribuitorului. Solicitările suplimentare însă nu

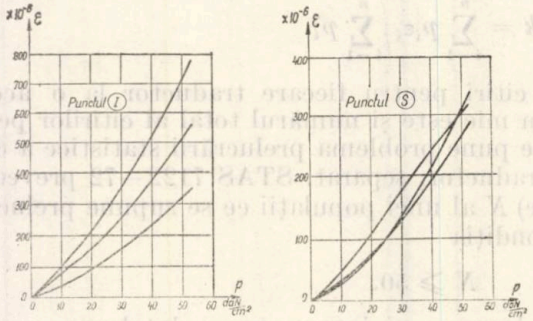


Fig. 3

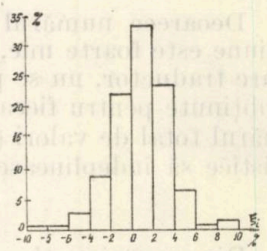


Fig. 4

apar decît după ce deplasările structurii au devenit suficient de mari pentru a se elimina jocurile din reazemele respective. Aceasta face ca în unele puncte de măsurare să se producă neliniarităţi. O comportare similară a avut preîncălzitorul din figura 1 în zona suporţilor 1, 2,..... 6.

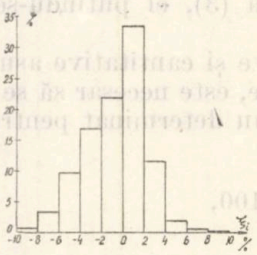


Fig. 5

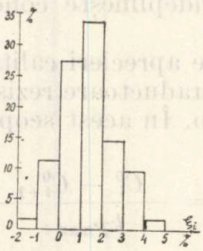


Fig. 6

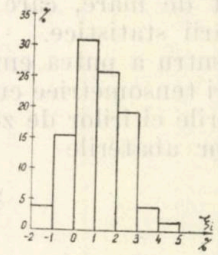


Fig. 7

În concluzie, pentru citirile efectuate cu o parte dintre traductoare, relaţia (1) a dependenţei liniare ε, p nu poate fi admisă. În figura 3 sînt reprezentate, spre exemplificare, curbele de variaţie $\varepsilon(p)$ pentru cele trei traductoare montate în punctul I respectiv S ale preîncălzitorului.

Tabelul 1

Structura	Populația statistică considerată	Histograma reprezentată în fig. nr.	Numărul de intervale K	Domeniul de împrăștiere al valorilor	Numărul total de valori N	Media aritmetică empirică $\bar{x}$	Abaterea medie pătratică s	Testul χ^2		
								$\chi^2_{n;\,0,05}$	$\chi^2_{Limită}$	Concluzia
Preîncălzitor (figura 1)	Abaterile punctelor de zero	4	10	−10÷+10	138	0,761	2,779	9,173	14,07	Repartiția este normală
	Abaterile tuturor citirilor	—	10	−10÷+10	310	−0,910	3,043	46,137	14,07	Repartiția nu este normală
	Abaterile citirilor la încărcare	—	10	−10÷+10	155	−1,155	3,228	42,982	14,07	Repartiția nu este normală
	Abaterile citirilor la descărcare	5	10	−10÷+10	155	−0,664	2,836	11,551	14,07	Repartiția este normală
	Abaterile citirilor la presiunea maximă	6	7	− 2÷+ 5	62	1,339	1,244	2,188	9,49	Repartiția este normală
Distribuitor (figura 2)	Abaterile tuturor citirilor	—	10	−10÷+10	702	0,741	2,691	81,428	14,07	Repartiția nu este normală
	Abaterile citirilor la încărcare	—	10	−10÷+10	351	0,310	2,673	50,423	14,07	Repartiția nu este normală
	Abaterile citirilor la descărcare	—	10	−10÷+10	351	1,171	2,643	38,769	14,07	Repartiția nu este normală
	Abaterile citirilor la presiunea maximă	7	7	− 2÷+ 5	78	1,077	1,254	1,459	9,49	Repartiția este normală

S-a considerat că există o dependență $\varepsilon(p)$ neliniară pentru traductoarele care au avut cel puțin una dintre abaterile ξ_i mai mare de $\pm 10\%$. Valorile ξ_i corespunzătoare acestor traductoare au fost eliminate din calculele care urmează în continuare.

Prelucrarea statistică a valorilor ξ_i, ξ_i^0, rămase, s-a făcut conform STAS 7122—72, STAS 2631—72, și a indicațiilor din lucrările [1], [2], [3]. Pentru verificarea normalității repartiției abaterilor ξ_i, ξ_i^0 s-a aplicat testul χ^2. Rezultatele obținute sînt date în tabelul 1.

În vederea obținerii unei imagini cît mai complete asupra măsurărilor folosite spre exemplificare, s-a studiat nu numai populația statistică a tuturor valorilor ξ_i ci și populații extrase din aceasta, ca de exemplu la încărcare, la descărcare, la presiunea maximă etc. (tabelul 1). Pentru unele dintre acestea (vezi tabelul 1) s-au trasat în figurile 4—7 histogramele corespunzătoare.

În concluzie se poate menționa că:

1. Pentru populațiile statistice la care testul χ^2 a arătat că ipoteza normalității repartiției poate fi acceptată, se pot determina parametrii statistici principali de tendință (media aritmetică, media de sondaj, modulul de sondaj, valoarea centrală) și de împrăștiere (abaterea medie pătratică, dispersia, amplitudinea, coeficientul de variație etc.). Valorile acestor parametri sînt tocmai indicatorii preciziei măsurării efectuate, putînd servi la stabilirea nivelului de încredere al rezultatelor acesteia.

2. Populațiile statistice nenormale trebuie reevaluate considerînd alt număr de intervale K, mai apropiat de cel optim. Dacă este cazul se va aplica un criteriu de eliminare a unora dintre date.

3. Abaterile citirilor la presiunile maxime la care s-au efectuat măsurările formează populații statistice ale căror abateri medii pătratice și dispersii sînt mult mai mici decît la celelalte populații.

4. De asemenea, pentru descărcare abaterile medii pătratice sînt mai mici ca la încărcare. Aceasta este explicabil, deoarece descărcarea durează de regulă mai puțin decît încărcarea, iar în structură nu se introduce fluid din afară, care de cele mai multe ori are altă temperatură decît structura.

Catedra de rezistența materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Worthing, A. G., Geffner, J.*, Prelucrarea datelor experimentale, Editura tehnică, București, 1959.
2. *Bendat, J. S., Piersol, A. G.*, Measurement and Analysis of Random Data, John Wiley & Sons, New York—London—Sydney, 1967.
3. *Tiron, M.*, Teoria erorilor de măsurare și metoda celor mai mici pătrate, Editura tehnică, București, 1972.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 1
BUCUREȘTI

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

C.Z. :621.914

PROBLEME PRIVIND SIGURANȚA ÎN FUNCȚIONARE A SISTEMELOR DE COPIERE HIDRAULICĂ

A. OPREAN, AL. DORIN, V. VODĂ

Copierea hidraulică are o largă utilizare la prelucrarea pieselor prin strunjire și prin frezare.

Sistemele de copiere hidraulică sînt în majoritatea cazurilor sisteme cu legătură inversă (cu reacție) în care elementul care determină mărimea erorii și acționează asupra mărimii hidraulice este un sesizor hidraulic de tip sertăraș.

Din punct de vedere al sensibilizării erorii de poziție sistemele de copiere hidraulică se clasifică în [1]:

— hidraulice
— pneumohidraulice
— electrohidraulice
— electronohidraulice

Sistemele electrohidraulice și electronohidraulice (fig. 1) realizează față de cele pur hidraulice o creștere a preciziei și a vitezei mișcării de urmărire.

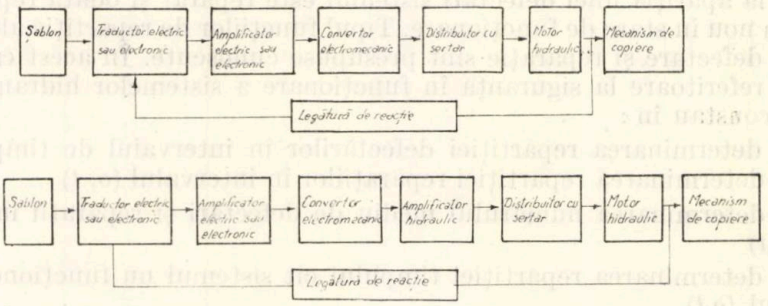


Fig. 1

Folosirea sistemelor de copiere electrohidraulice la mașinile-unelte necesită un volum foarte mare de lucru la proiectarea, execuția, reglarea, încercarea și utilizarea lor.

---

* Lucrare prezentată la cea de a XXV Sesiune Științifică a Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, decembrie 1972

La proiectare apar multiple probleme legate de cercetarea teoretică şi experimentală a sistemelor electrohidraulice de copiere deoarece :

a) în componenţa acestora intră un număr mare de elemente

b) sistemele fiind descrise prin ecuaţii diferenţiale, rezolvarea ecuaţiilor diferenţiale liniare de ordin superior prin metodele matematice obişnuite este foarte laborioasă.

c) trebuie ţinut seama de efectul neliniarităţilor pronunţate ale sistemului, care provoacă distorsionarea semnalelor de ieşire din sistem. La un sistem de copiere legea de variaţie $y = f(x)$ care exprimă legătura dintre mărimea de ieşire şi cea de intrare este perfect liniară numai în cazul unei rigidităţi absolute a sistemului. Practic însă chiar în cazul transmisiilor celor mai rigide ecuaţia de mai sus este neliniară datorită jocurilor din diverse ajustaje, inerţiei maselor, etc. În cazul dispozitivelor de copiere hidraulice mai intervin şi alţi factori de nelinearitate dintre care cei mai importanţi sînt : compresibilitatea fluidului de lucru, variaţia deschiderii nominale DN a conductelor la variaţia presiunii, insensibilitatea la deplasări mici a sertăraşelor cu acoperire pozitivă, etc.

Ţinînd seama de cele specificate mai sus, concomitent cu perfecţionarea continuă a caracteristicilor statice şi dinamice ale elementelor sistemelor de copiere o importanţă deosebită o capătă studiile privind siguranţa în funcţionare a echipamentelor hidraulice şi electrohidraulice destinate să funcţioneze în diferite condiţii de exploatare.

Pentru studierea sistemelor de copiere hidraulice din punct de vedere al siguranţei în funcţionare se consideră un model care are caracteristicile de mai jos :

1) sistemul este compus dintr-unul sau mai multe elemente de acelaşi tip sau tipuri diferite.

2) sistemul se poate găsi doar într-una din stările : „funcţionare" sau nefuncţionare (datorită defectării)

3) defectarea oricărui element component implică trecerea în starea de „nefuncţionare" a sistemului.

4) la apariţia unei defectări sistemul este reparat şi odată reparat el trece din nou în stare de funcţionare. Tipul funcţiilor de repartiţie ale duratelor de defectare şi reparaţie sînt presupuse cunoscute. În acest caz problemele referitoare la siguranţa în funcţionare a sistemelor hidraulice de copiere constau în :

a) determinarea repartiţiei defectărilor în intervalul de timp (o, t)

b) determinarea repartiţiei reparaţiilor în intervalul (o, t)

c) determinarea numărului mediu de defectări şi reparaţii în intervalul (o,t)

d) determinarea repartiţiei timpului cît sistemul nu funcţionează în intervalul (o,t)

e) determinarea probabilităţii ca sistemul să fie în stare de funcţionare la un moment dat oarecare.

f) determinarea probabilităţii ca sistemul să funcţioneze la un moment dat şi să continue să funcţioneze pe un interval de timp dat.

g) determinarea probabilităţii ca sistemul să fie reparat între un interval de timp de mărime dată, dacă el nu lucrează la un anumit moment dat.

În lucrare se prezintă unele probleme privind determinarea probabilității ca un sistem de copiere hidraulic să funcționeze la un moment dat

Fie X și Y variabilele aleatoare care reprezintă timpul de funcționare fără defecțiuni și respectiv timpul de reparație, iar $F(t)$ și $G(t)$ funcțiile lor de repartiție presupuse cunoscute.

Fie $N_{ij}(t)$ numărul de intrări în starea „j" în intervalul de timp (o,t) știind că la momentul $t = 0$ sistemul se află în starea „i" [2].

Mărimea dată de expresia :

$$\psi_{ij}(t) = E[N_{ij}(t)] \tag{1}$$

reprezintă numărul mediu de intrări în starea „j" la momentul t, dacă la momentul $t = 0$, sistemul se află în starea „i".

Noțiunea de număr de intrări reprezintă numărul de defectări în intervalul de timp (o,t) presupunînd că la momentul $t = 0$ starea „i" în care se află sistemul este starea de funcționare. Similar dacă la $t = 0$ sistemul se găsește în starea de nefuncționare („i"), atunci $N_{ij}(t)$ reprezintă numărul corespunzător de perioade de funcționare fără defecțiuni (starea „j").

Deci, sistemul trece succesiv dintr-o stare în alta datorită defectărilor și reparațiilor.

Dacă sistemul funcționează la momentul $t = 0$, atunci numărul mediu de intrări în starea de „funcționare", știind că prima defectare are loc la momentul x este $\psi_{10}(t-x)$.

$\psi_{10}(t-x)$ reprezintă deci numărul mediu de treceri de la starea de nefuncționare la starea de funcționare în intervalul (x, t) presupunînd că sistemul la momentul t se află în starea de funcționare.

Pentru ușurință în simbolizare se notează starea de funcționare a sistemului cu 0 și cu 1 starea de nefuncționare.

Ținînd seama de expresia funcției de convoluție a celor două funcții F și G, definită ca :

$$H(t) = \int_0^t G(t-x)\, dF(x) = \int_0^t G(t-x)\, f(x)\, dx \tag{2}$$

unde $F'(t) = f(t)$ reprezintă densitatea de probabilitate a defectărilor, rezultă că :

$$\psi_{00}(t) = \int_0^t \psi_{10}(t-x)\, dF(x) \tag{3}$$

adică tocmai convoluția funcțiilor F și ψ_{10}

În mod analog, dacă sistemul se află în starea de nefuncționare (notată cu 1) la momentul $t = 0$, atunci numărul mediu de intrări în starea de funcționare știind că prima reparație are loc la momentul x este :

$$1 + \psi_{00}(t-x)$$

Prin urmare :

$$\psi_{10}(t) = \int_0^t [1 + \psi_{00}(t - x)]\, \mathrm{d}G(x) \tag{4}$$

În mod analog se deduc :

$$\psi_{01}(t) = \int_0^t [1 + \psi_{11}(t - x)]\, \mathrm{d}F(x) \tag{5}$$

$$\psi_{11}(t) = \int_0^t \psi_{01}(t - x)\, \mathrm{d}G(x) \tag{6}$$

Să mai observăm că :

$$N_{01}(t) - N_{00}(t) = \begin{cases} 1 \text{ dacă sistemul este defect la momentul } t \\ 0 \text{ în cazul cînd funcţionează} \end{cases} \tag{7}$$

Atunci, dacă $P_{ij}(t)$ reprezintă probabilitatea ca sistemul să fie în starea j la momentul t, ştiind că el se află în starea i la momentul $t = 0$, avem :

$$P_{01}(t) = E\,[N_{01}(t) - N_{00}(t)] = \psi_{01}(t) - \psi_{00}(t) \tag{8}$$

$$P_{00}(t) = 1 - P_{01}(t) \tag{9}$$

În mod asemănător

$$P_{10}(t) = E\,[N_{01}(t) - N_{11}](t) = \psi_{10}(t) - \psi_{11}(t) \tag{10}$$

$$\text{şi deci } P_{11}(t) = 1 - P_{10}(t) \tag{11}$$

Calculul integralelor (3), (4) şi (5) (6) se efectuează în general cu ajutorul transformatei Laplace — Stieljes :

$$\psi_{ij}^{*}(s) = \int_0^{\infty} e^{-st}\, \mathrm{d}\psi_{ij}(t) \tag{12}$$

pentru ca apoi prin inversare să se obţină $\psi(t)$. Acest tip de transformare este destul de complicat, de aceea se preferă să se folosească diferite formule asimptotice.

Astfel pentru „t" suficient de mare s-au obţinut următoarele expresii [3] :

$$\psi_{01}(t) \cong \frac{t}{m_1 + m_2} - \frac{m_1}{m_1 + m_2} + \frac{L^{(2)}}{2(m_1 + m_2)^2} \tag{13}$$

$$\psi_{00}(t) \cong \frac{t}{m_1 + m_2} - 1 + \frac{L^{(2)}}{2(m_1 + m_2)^2}, \tag{14}$$

$$P_{01}(t) = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{1}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \tag{15}$$

unde $m_1 = E(X)$, $m_2 = E(Y)$, iar $L^{(2)}$ este momentul de ordinul doi al convoluției H

În tabelul 1 sînt calculate valorile $P_{01}(t)$ pentru diferite repartiții.

Din formula (15) rezultă :

$$m_2 \cong \frac{P_{01} \cdot m_1}{1 - P_{01}} = K \cdot m_1 \tag{16}$$

$$\text{unde } K = \frac{P_{01}}{1 - P_{01}}$$

Cu formula (16) se poate determina durata medie de reparație a sistemelor de copiere hidraulice, cînd se cunoaște durata medie de funcționare fără defecte, m_1 și valoarea P_{01}, corespunzătoare unui interval de timp dat.

Formula prezintă importanță, deoarece cu ajutorul ei se poate planifica și se pot stabili condițiile tehnice astfel ca reparația să se efectueze într-un interval de timp cît mai scurt și să fie de un nivel calitativ superior.

În modelul prezentat pentru sistemele de copiere hidraulice s-au considerat cunoscute funcțiile de repartiție F și G. În practică funcția de repartiție a reparațiilor, G, este aproape necunoscută și ca atare foarte puțin studiată. Ar fi foarte util ca tipul acestei repartiții să fie determinat și impus în calculele de proiectare privind siguranța în funcționare a sistemelor de copiere hidraulice în scopul obținerii pentru m_2 a unei valori efective cît mai mici.

Ținînd seama de aceasta relația (16) conduce la următoarele observații :

— între m_1 și m_2 există o dependență liniară.

— legea de repartiție a timpilor de funcționare fără defecte ale elementelor sistemelor hidraulice de copiere fiind în general de tip normal sau exponențial [4, 5] rezultă că valoarea m_1 va coincide cu parametrul de localizare al acestor legi (vezi tabelul 1). Aceasta conduce la alegerea tipului legii de repartiție pentru reparații conform tabelului (2).

Tabelul 1

Tipul funcţiei de repartiţie pentru defectări (T_1)	Tipul funcţiei de repartiţie pentru reperaţii (T_2)	Valori medii	$P_{01}(t)$
Weibull $f(t;\gamma:\alpha)=\alpha\gamma\cdot t^{\alpha-1}e^{-\gamma t^{\alpha}}$ $t,\ \alpha,\ \gamma>0$	Exponenţială $g(t;\ m)=\frac{1}{m}\,e^{-t/m}$ $t,\ m>0$	$E(T_1)=\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)}{\gamma^{1/\alpha}}$ $E(T_2)=m$	$\frac{m\gamma^{1/\alpha}}{m\gamma^{1/\alpha}+\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)}$
Normală $f(t;\mu;\sigma^2)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ $t\in R,\ \mu,\ \sigma>0$	Exponenţială $g(t;\ m)=\frac{1}{m}\,e^{-t/m}$ $t;\ m>0$	$E(T_1)=\mu$ $E(T_2)=m$	$\frac{m}{m+\mu}$
Gamma $f(t;\theta;r)=\frac{e^{-t/\theta}}{\theta\Gamma(r)}\left(\frac{t}{\theta}\right)^{r-1}$ $t,\ \theta,\ r>0$	Exponenţială $g(t;\ m)=\frac{1}{m}\,e^{-t/m}$ $t,\ m>0$	$E(T_1)=r\theta$ $E(T_2)=m$	$\frac{m}{m+r\theta}$
Weibull $f(t:\gamma;\alpha)=\alpha\gamma t^{\alpha-1}\,e^{-\gamma t^{\alpha}}$ $t,\ \alpha,\ \gamma>0$	Normală $g(t;\mu;\sigma^2)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ $t\in R,\ \mu,\ \sigma>0$	$E(T_1)=\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)}{\gamma^{1/\alpha}}$ $E(T_2)=\mu$	$\frac{\mu\gamma^{1/\alpha}}{\mu\gamma^{1/\alpha}+\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)}$
Exponenţială $f(t,\ m)=\frac{1}{m}\,e^{-t/m}$ $t,\ m>0$	Normală $g(t;\mu;\sigma^2)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ $t\in R,\ \mu,\ \sigma>0$	$E(T_1)=m$ $E(T_2)=\mu$	$\frac{\mu}{m+\mu}$
Weibull $f(t;\gamma;\alpha)=\alpha\gamma t^{\alpha-1}\,e^{-\gamma t^{\alpha}}$ $t,\ \alpha,\ \gamma>0$	Gamma $g(t;\theta;r)=\frac{e^{-t/\theta}}{\theta\Gamma(r)}\left(\frac{t}{\theta}\right)^{r-1}$ $t,\ \theta,\ r>0$	$E(T_1)=\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)}{\gamma^{1/\alpha}}$ $E(T_2)=r\theta$	$\frac{r\theta\cdot\gamma^{1/\alpha}}{r\theta\gamma^{1/\alpha}+\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)}$
Gamma $f(t;\theta;r)=\frac{e^{-t/\theta}}{\theta\Gamma(r)}\left(\frac{t}{\theta}\right)^{r-1}$ $t,\ \theta,\ r>0$	Normală $g(t,\ \mu,\ \sigma^2)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ $t\in R,\ \mu,\ \sigma>0$	$E(T_1)=r\theta$ $E(T_2)=\mu$	$\frac{\mu}{\mu+r\theta}$

Tabelul 2

Tipul funcției de repartiție pentru		$m_2 \cong K \cdot m_1$
defectări	reparații	
Normală	Normală	$\mu_2 \cong K\mu_1$
Normală	Exponențială	$m \cong K\mu$
Normală	Gamma	$r\theta \cong K\mu$
Exponențială	Normală	$\mu \cong Km$
Exponențială	Exponențială	$m_2 \cong Km_1$

Avantajul alegerii acestor tipuri de legi de repartiție pentru reparații constă în faptul că durata medie a reparațiilor — care coincide cu parametrul de localizare al legii respective — se poate estima rapid prin media de selecție (media aritmetică) a duratelor de reparații individuale (în cazul repartiției de tip Gamma se presupune în general că parametrul „r" este cunoscut).

În general dată fiind lipsa unor date concrete privind funcțiile de repartiție afectate reparațiilor este necesar ca pentru fiecare sistem de copiere hidraulică, în particular, să se facă un studiu prealabil asupra concordanței dintre repartiția empirică și una din repartițiile teoretice date în tabelul 2.

Efectuarea reparațiilor într-un interval de timp corespunzător celui calculat cu formula (16) presupune în primul rînd depistarea rapidă a defectelor care pot afecta sistemul de copiere hidraulică. Avînd în vedere dificultatea stabilirii cauzelor defectelor, deoarece acestea nu pot fi depistate ușor cînd sistemul hidraulic este în repaos, este foarte important diagnosticarea cauzelor defectelor. În continuare se prezintă pe scurt unele din defectele care pot fi depistate în funcționarea sistemelor hidraulice de copiere și cauzele posibile care le generează.

A. Uzura pronunțată a pompei hidraulice se poate datora :

1. Prezenței impurităților în fluidul de lucru.
2. Necoaxialității axului pompei cu axul motorului electric de antrenare.
3. Folosirii unui ulei de calitate inferioară.
4. Prezenței aerului în sistem.

B. Funcționarea zgomotoasă a pompei poate fi cauzată de :

1. Prezența aerului în sistem.
2. Un ulei necorespunzător cu o vîscozitate prea mică. Se știe că fluidul utilizat într-un sistem de copiere hidraulică are o impor-

tanţă deosebită, deoarece în funcţie de proprietăţile lui : densitate, vîscozitate, stabilitate, elasticitate într-un interval de temperatură şi presiune dat variază caracteristicile sistemului.

3. Viteza de rotaţie prea mare la arborele de antrenare.
4. Impurităţi în fluidul de lucru.
5. Înfundarea conductei de aspiraţie sau îmbîcsirea filtrului. Ca urmare uleiul nu mai este aspirat de pompă.
6. Necoaxialitatea axei pompei şi arborelui motorului electric de antrenare.

C. Funcţionarea instabilă a motorului hidraulic rectiliniu poate fi provocată de :

1. Prezenţa aerului în sistem.
2. Frecarea excesivă între tijă şi garnituri, piston şi cilindru.
3. Defect de coaxialitate între tijă şi cilindru apărut la montaj.

D. Instabilitatea presiunii în sistem apare datorită

1. Aerului care a pătruns în sistem.
2. Îmbîcsirii cu impurităţi a supapei de descărcare

Din analiza cauzelor care duc la defectarea elementelor componente ale sistemelor hidraulice de copiere, reiese că o parte din acestea pot fi eliminate din faza de concepţie şi de încercare de către constructorii de aparatură hidraulică. De asemenea este necesar culegerea de informaţii privind influenţa diferitilor factori asupra siguranţei în funcţionare a sistemului în vederea reducerii timpului necesar depistării şi înlăturării defectelor şi utilizării unor elemente avînd caracteristici de fiabilitate ridicate.

Catedra maşini unelte
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Oprean A, Marin V, Moraru V.* Sistemele hidrostatice ale maşinilor unelte şi preselor. Editura tehnică, Bucureşti, 1965.
2. *Barlow, R. W., Hunter L. C.* Reliability Analysis of a One-unit System. Operations Research, vol. 9, nr. 4, 1961.
3. *Smith W.* Asymptotic Renewal Thorems, Proc. Roy. Soc. Edinburg, 64, 1954.
4. *Hohlov V. A., Prokofiev V. N. Borisova N. A. Gusakov V. I. Ciurkin V. M.* Elektrogliceravliceskie slediaşcie sistemî Maşinostrenie, Moskva, 1971.
5. *Komarov A. A.* Nadejnosti ghidravliceskih sistem, Maşinostroenie, Moskva, 1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 1
BUCUREȘTI

ELECTRONICĂ

C.Z. : 523.7

PERTURBĂRI IONOSFERICE DE TIP SEA ȘI ÎNREGISTRAREA LOR ÎN BANDA UNDELOR KILOMETRICE*

A. D. PREDA, V. DINULESCU **

Este bine cunoscut că erupțiile solare, prin radiația corpusculară și electromagnetică pe care o emit, produc o serie de efecte asupra Pămîntului și mediului său înconjurător. Furtunile magnetice, aurorele polare, modularea intensității razelor cosmice precum și perturbațiile ionosferice, se numără printre principalele efecte care urmează imediat sau la scurt timp după ce o erupție a fost observată pe Soare. Datorită efectelor importante pe care le au asupra magnetosferei, atmosferei terestre și ionosferei, erupțiile solare se bucură de o atenție deosebită nu numai din partea astronomilor care se ocupă cu observarea activității solare ci și din partea cercetătorilor din alte domenii științifice. Din acest motiv, observarea și studierea pe toate căile a erupțiilor solare ocupă un loc proeminent în cercetările de fizică solară.

Radiația electromagnetică emisă de erupție, propagîndu-se cu viteza luminii, produce efecte asupra Pămîntului în același moment cu observarea erupției, radiația corpusculară însă, deplasîndu-se cu viteze mult mai mici, produce efecte după un timp ceva mai lung, de la aproximativ o oră pînă la 2—3 zile, în funcție de viteza particulelor. Efectele imediate sînt datorate intensificării bruște a radiației ultra violete și în special a radiației X care perturbă starea ionosferei terestre producînd o serie de efecte cu repercusiuni în transmisia undelor radio de diverse lungimi de undă. Aceste perturbații apar destul de brusc și de aceea sînt clasificate sub titlul general de SID, de la inițialele denumirii englezești „Sudden Ionospheric Disturbances" (Perturbații Ionosferice cu început brusc). Din această grupă de efecte face parte și efectul SEA care constituie subiectul articolului de față. Mai înainte însă vom da unele informații în legătură cu erupțiile solare. O erupție solară așa cum se observă optic este o creștere bruscă a strălucirii unei regiuni limitate din cromosfera solară. Erupția este un fenomen exploziv care produce nu numai efecte optice ci și radiații intense X, radio și corpusculare. Durata unei erupții este de la cîteva minute pînă la cîteva ore. Ele sînt observate mai bine în radiația H_α a hidrogenului ($\lambda = 6563$ Å) cu ajutorul unor aparate optice speciale : filtre monocromatice, spectroheliografe sau spectrohelioscoape.

*) Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic București, 21—23 decembrie 1972.

**) Cercetător științific la Observatorul Astronomic al Academiei R.S.R.

Energia totală radiată, în gama lungimilor de undă optice, de către o erupție solară mare, se ridică la aproximativ 10^{32} ergi, implicînd o eliberare de energie de cel puțin 10^3 ergi pe cm^3, care e aproximativ de o mie de ori mai mare decît densitatea energiei termice conținută în regiunile fără erupție. Erupțiile solare însă, nu pot fi observate vizual în perioadele de timp cînd cerul e acoperit cu nori. În acele momente ele pot fi totuși detectate, indirect, prin efectele ce le au asupra ionosferei terestre printre care se numără și efectul SEA care reprezintă creșterea bruscă a perturbațiilor radio atmosferice. Denumirea de efect SEA provine de la cuvintele englezești „Sudden Enhancement of Atmospherics" (Creșterea bruscă a atmosfericelor); perturbațiile radio-electrice atmosferice avînd denumirea prescurtată de atmosferice. Posibilitatea detectării erupțiilor solare și în perioadale noroase scoate în evidență importanța înregistrării efectelor SEA cu receptoare special construite pentru domeniul frecvențelor foarte joase.

Efectul SEA a fost descoperit de Bureau, în 1936, care a observat că în timpul unei erupții solare apar creșteri puternice ale perturbațiilor atmosferice radio de lungimi de undă foarte mari (10 km), care sosesc prin reflexia ce se produce în partea inferioară a stratului ionosferic *D*. Cînd ionizarea în regiunea *D* crește ca urmare a radiației ionizante produsă de o erupție solară, reflectivitatea crește pentru undele lungi, producînd o creștere bruscă a paraziților radio. Acesta este de fapt întregul fenomen, de la cauză (erupția solară) la efect (efectul SEA). Sursa paraziților radio atmosferici o constituie furtunile cu descărcări electrice, aflate la mari distanțe de postul de recepție, care generează radiații electromagnetice în domeniul undelor radio. Se știe că aproximativ 50.000 de furtuni cu descărcări electrice apar în fiecare zi pe întregul Pămînt și că aproximativ 2000 de furtuni se dezvoltă în orice moment. Descărcările electrice produc cîmpuri electromagnetice care sînt mai intense la frecvențele foarte joase și extrem de joase ale spectrului radio. O mare parte din energia radiată la producerea unui fulger se află în radiația de frecvențe sub 100 KHz. În ceea ce privește spectrul frecvențelor, radiația electromagnetică generată de activitatea de furtuni începe de la mai puțin de 1 KHz și se extinde pînă spre extremitatea domeniului frecvențelor înalte. Radiația de frecvente înalte și foarte înalte nu se poate propaga la distanțe mari deoarece ea este

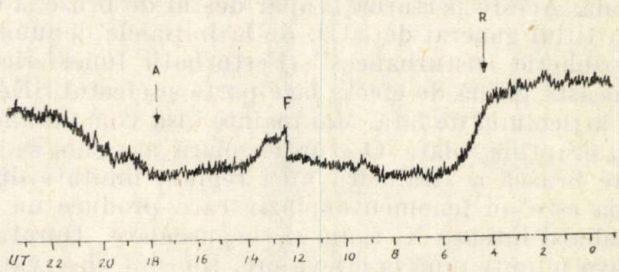


Fig. 1

fie absorbită în ionosferă fie că străbate prin straturile sale. În schimb, radiația de frecvență joasă și foarte joasă este reflectată în timpul zilei de regiunea *D* a ionosferei, iar în timpul nopții de stratul *F* și deoarece

atenuarea e foarte mică — în special în domeniul 3—30 KHz — această radiație se propagă la distanțe foarte mari. Intensitatea bruscă, în timpul erupției solare, a radiației produsă de furtuni, în acest domeniu de frecvențe, constituie tocmai fenomenul SEA. În figura 1 se dă curba variației diurne a perturbațiilor atmosferice avînd frecvența de 30 KHz. Pe curbă se observă o descreștere pronunțată la răsăritul Soarelui (R) și o creștere

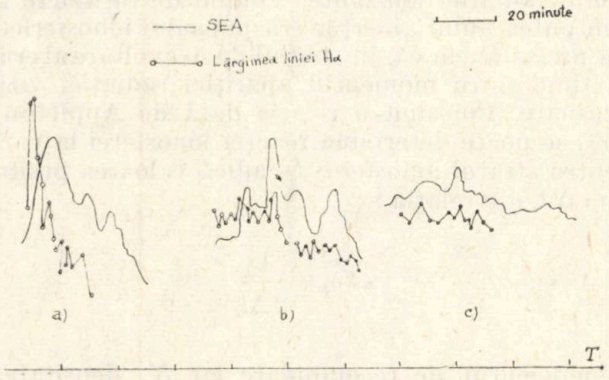


Fig. 2

lentă care începe la apusul Soarelui (A). Descreșterea la răsăritul Soarelui este datorată absorbției semnalului de către regiunea D nou formată, în timp ce creșterea apărută la apusul Soarelui e cauzată de dispariția regiunii D odată cu dispariția luminii solare. Creșterea bruscă (notată cu F) este înregistrarea unui efect SEA. Curba ne dă deci momentele apariției și dispariției stratului D precum și comportarea sa în timpul zilei.

Ellison (1950) a arătat că există o potrivire între forma generală a curbelor SEA și aceea a curbelor care dau evoluția lărgimii liniei H_α (6563 Å) emisă de erupția cromosferică solară (fig. 2). Curba prezentată în figura 3 arată că există de asemenea o corespondență între efectul SEA

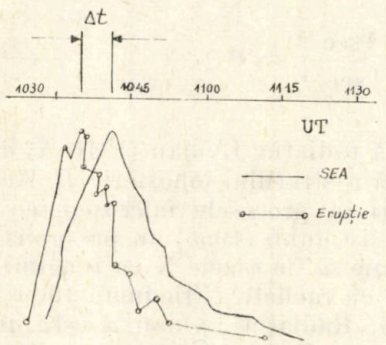


Fig. 3

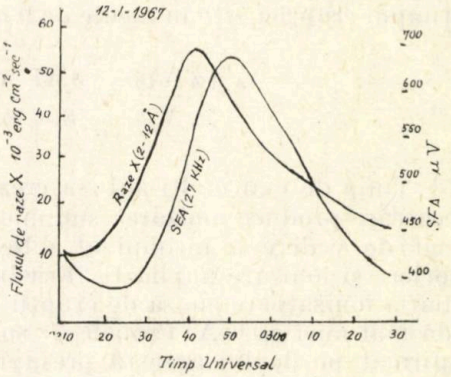


Fig. 4

și variația în timp a razelor X emise de erupție. Toate acestea scot în evidență faptul că, în general, reacția ionosferei la radiația ionizantă urmărește variațiile proceselor energetice din erupție.

Dacă se compară curba dezvoltării în timp a unei erupții, dată prin lărgimea liniei H_α, cu aceea a efectului SEA, se constată o întîrziere a maximului SEA în raport cu maximul atins de erupție (Fig. 4). Timpul de întîrziere Δt găsit de Krivsky (1962) este de 2,4 minute. Unii autori au arătat că întîrzierea dintre faza maximă a erupției și aceea pentru SEA poate fi interpretată ca un răspuns normal al straturilor ionosferice la creșterea fluxului radiației ionizante. Timpul de întîrziere Δt reprezintă deci ceea ce am putea numi „inerția" răspunsului ionosferic. De aceea, nu este necesar să presupunem că, în stadiul de dezvoltare al erupției ar exista o separare în timp între momentul apariției radiației vizibile și cel al radiației ionizatoare. Folosind o relație dată de Appleton (1953, 1956) și Ellison (1953) se poate determina reacția ionosferei la variația radiației ionizatoare pentru stratul ionosferic D, adică valoarea produsului $(\alpha N)_D$, dacă cunoaștem Δt, din relația :

$$(\alpha N)_D = \frac{1}{2\,\Delta t} \tag{1}$$

unde α este coeficientul de recombinare iar N, densitatea electronică. Folosind pentru Δt valoarea dată anterior de 2,4 minute, se obține $(\alpha N)_D = 3{,}47 \times 10^{-3}\ \mathrm{sec}^{-1}$. Densitatea electronică N nu poate fi determinată independent, vom putea însă să știm de cîte ori a crescut N în timpul unei erupții în raport cu valoarea sa din perioada calmă (adică atunci cînd ionosfera nu este influențată de radiația unei erupții). Pentru aceasta e necesar să cunoaștem valoarea mărimii $(\alpha N)_D^n$ din perioada calmă cît și $(\alpha N)_D$ din perioada perturbată și să presupunem nu numai că înălțimea stratului ionosferic nu se schimbă considerabil în timpul erupției ci și că mărimea α rămîne constantă.

Valoarea normală, $(\alpha N)_D^n$, calculată din întîrzierea medie a absorbției maxime care se produce după un timp $\Delta t_n = 22$ minute în raport cu amiaza locală, fiind de $3{,}8 \times 10^{-3}\ \mathrm{sec}^{-1}$, creșterea densității electronice N în timpul erupției este în medie de 9 ori mai mare decît valoarea normală :

$$\frac{(\alpha N)_D}{(\alpha N)_D^n} = \frac{3{,}47 \times 10^{-3}\ \mathrm{sec}^{-1}}{3{,}8 \times 10^{-4}\ \mathrm{sec}^{-1}} \approx 9 \tag{2}$$

Timp de mai mulți ani s-a crezut că radiația Lyman (1216 Å) este aceea care produce ionizarea suplimentară a stratului ionosferic D. Acest punct de vedere a întîmpinat dificultăți în procesele microscopice de disociere și ionizare implicate. Friedman și Chubb (1955) au presupus că radiația ionizatoare emisă de erupții trebuie să fie razele X cu lungimi de undă mai mici ca 6 Å. Probele de sondaj cu rachete (Friedman 1960) au confirmat pe deplin această presupunere. Radiația Lyman α este doar puțin crescută (10%) în timp de fluxul de raze X sub 10 Å crește de 10 ori și chiar mai mult. În timpul zilelor calme (atunci cînd nu sînt erupții sau alte surse de radiații ionizante pe Soare) regiunea D este într-adevăr menținută de radiația Lyman α a Soarelui precum și de razele cosmice. Soarele calm nu emite raze X sub 10 Å de aceea, toate razele X solare

emise în perioada de calm sînt oprite deasupra regiunii *D*. În timpul unei erupții însă, se emit și raze X din domeniul cu lungimi de undă mai mici ca 10 Å care pătrund cu ușurință pînă în ionosfera joasă, regiunea *D*, reușind să-i crească densitatea electronică.

Înregistrarea efectelor SEA împreună cu alte experimente de propagarea undelor cu frecvențe mici sau foarte mici ne dau informații prețioase asupra ionosferei joase, în special regiunea *D*. Aceste experimente efectuate la sol sînt în prezent singurele mijloace cu ajutorul cărora putem obține informații destul de sigure asupra caracteristicilor ionosferei joase. Tehnicile recente ca explorarea cu rachete și sondajul cu baloane dau fără îndoială informații directe, dar numai pentru durate limitate. Explorarea cu sateliții a ionosferei joase nu este totuși posibilă datorită înălțimii mici și a densități mari a particulelor atmosferice la acele înălțimi. Se poate spune deci că urmărirea fenomenelor ionosferice ne dă posibilitatea să detectăm erupțiile solare atunci cînd, datorită vremii noroase, nu există o urmărire vizuală cu un instrument adecuat. În același timp însă, înregistrările fenomenului SEA, ne procură cunoștințe despre emisia radiației ionizante produsă de erupții precum și despre comportarea straturilor ionosferice ca răspuns la acțiunea acestei radiații.

I. Prezentarea sistemului de recepție și înregistrare

În sistemele de radiocomunicații, în prezent, este folosit unul din cele două sisteme de recepție de bază: sistemul cu amplificare directă (*AD*) și sistemul cu schimbarea frecvenței (*SF*).

Ținînd seama că sistemul de recepție pentru fenomenele SEA lucrează pe o frecvență fixă (25, 27 sau 31 KHz) și are drept scop prelucrarea unui semnal de tipul perturbației de fluctuație, în condiții în care perturbațiile de interferență trebuie să fie minime, se recomandă sistemul *AD*.

Pentru a fixa banda de trecere a unui sistem de recepție SEA, este necesar să se fixeze în prealabil corelația între semnalul util și semnalul perturbator, ambele recepționate de sistem.

Semnalul util poate fi considerat ca o creștere bruscă a nivelului de perturbații în domeniul herțian, care în mod normal are aspectul înregistrării din figura 1.

Zgomotul atmosferic care printre altele este provocat de furtunile îndepărtate cu descărcări electrice este redat de receptor sub forma unor pîrîituri continuie cu atît mai puternice cu cît frecvența centrală de recepție este mai coborîtă și sub forma unui fîșiit continuu, al cărui nivel scade cu scăderea frecvenței de recepție. Cu paroximație acest zgomot poate fi considerat o perturbație de fluctuație, caracterizată prin densitatea spectrală de putere la intrarea sistemului de recepție, $N_1(\omega)$. Dacă notăm prin $K(\omega)$ factorul de transfer al sistemului, rezultă la ieșire densitatea spectrală de putere $N_2(\omega)$:

$$N_2(\omega) = K^2(\omega)\ N_1(\omega) \tag{3}$$

Valoarea medie pătratică a perturbației de fluctuație este dată de :

$$\overline{u^2(t)} = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty N(\omega)\, d\,\omega \tag{4}$$

de unde

$$U_{2ef}^2 = \overline{u_2^2(t)} = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty K^2(\omega)\, N(\omega)\, d\,\omega \tag{5}$$

unde am notat cu U_{2ef}, tensiunea efectivă la ieșirea sistemului de recepție. Această tensiune este rezultatul suprapunerii unui număr mare de impulsuri elementare cu o distribuție aleatoare.

În cazul unei perturbații cu spectru uniform, densitatea spectrală de putere este independentă de frecvență. Dacă presupunem un sistem de recepție care se comportă ca un filtru de bandă relativ îngustă B, cu un factor de transfer constant în banda de trecere :

$$K(\omega) = K(\omega_0) = K_0 \tag{6}$$

rezultă :

$$U_{2ef}^2 = \frac{1}{2\pi}K_0^2\int_0^\infty N(\omega)\, d\,\omega = K_0^2\, N\int_{-\frac{B}{2}}^{+\frac{B}{2}} dB = K_0^2\, N\, B. \tag{7}$$

de unde :

$$U_{2ef} = K_0\sqrt{NB} \tag{8}$$

Deci valoarea efectivă a tensiunii, corespunzătoare semnalului util, în condițiile de mai sus, este proporțională cu puterea 1/2 din valoarea benzii de trecere, a sistemului de recepție.

Semnalul perturbator pentru sistemul de recepție SEA este format de impulsurile de intensitate foarte mare, intermitente, produse de furtuni locale sau de orice fel de surse industriale. Această perturbație, sub forma unui impuls, aplicată la intrarea sistemului de recepție, poate fi reprezentată prin funcția :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} G(j\,\omega)\, e^{\omega t}\; d\,\omega \tag{9}$$

în care $G(j\,\omega)$ este transformata Fourier a impulsului :

$$G(j\,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\, e^{-\omega t} dt. \tag{10}$$

Dacă etajele amplificatoare de radiofrecvență au un factor de transfer $K'(j\,\omega)$, tensiunea la ieșire, înainte de detecție, este :

$$u_2(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} G(j\,\omega)\, K'(j\,\omega)\, e^{j\omega t}\, d\,\omega. \tag{11}$$

Presupun că amplificatorul de radiofrecvență are o caracteristică de frecvență apropiată de aceea a unui filtru ideal (Fig. 5), cu o bandă B, cuprinsă între :

$$\omega_2 - \omega_1 = 2\,\pi\,B \tag{12}$$

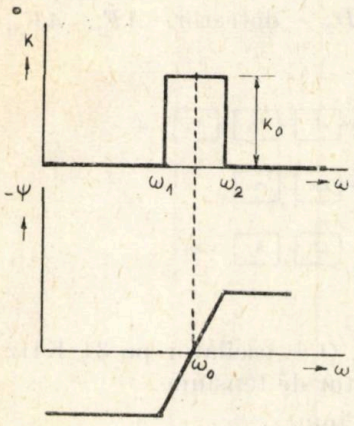


Fig. 5

rezultă

$$K'(j\,\omega) = K'_0\,e^{j\psi} \tag{13}$$

De asemenea se poate considera

$$G(j\,\omega) = G_0\,e^{j\varphi_1} \tag{14}$$

Rezultă

$$u'_2(t) = Re\,\frac{1}{\pi}\int_{\omega_1}^{\omega_2} G_0\,K'_0\,e^{j(\omega t+\varphi_1+\psi)}\,d\,\omega =$$

$$= \frac{1}{\pi}\,G_0\,K'_0\int_{\omega_1}^{\omega_2}\cos(\omega\,t+\varphi_1+\psi)\,d\,\omega. \tag{15}$$

Aceasta reprezintă o oscilație cu amplitudine maximă, de valoare

$$U'_2 = \frac{1}{\pi}\,G_0\,K'_0\,(\omega_2-\omega_1) = 2\,G_0\,K'_0\,B \tag{16}$$

La ieșirea sistemului de recepție, după detecție și după amplificarea de audiofrecvență, valoarea de vîrf a oscilației de joasă frecvență este :

$$U_2 = 2\,G_0\,K_0\,B. \tag{17}$$

Rezultă că în cazul aplicării la intrarea receptorului a unui impuls de scurtă durată, la ieșire rezultă o oscilație de joasă frecvență cu valoarea de vîrf proporțională cu banda de trecere a sistemului.

Raportul semnal/perturbație pentru sistemul de recepție SEA, pentru valorile de vîrf este :

$$\frac{S}{P} = \frac{K_0\sqrt{2\,N\,B}}{2\,K_0\,G_0\,B} = \frac{\sqrt{N}}{G_0\sqrt{2\,B}} \tag{18}$$

Rezultă concluzia foarte importantă că semnalul util SEA este cu atît mai ușor de pus în evidență cu cît banda de trecere a sistemului de recepție este mai redusă.

Factorul limitativ în alegerea benzii de trecere este valoarea maximă a factorului de calitate al bobinelor în sarcină. Ca primă valoare pentru calcul s-a fixat $B \approx 150$ Hz, căreia îi corespunde un factor de calitate în sarcină :

$$Q_s = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{\omega_0}{2\,\pi\,B} = 208. \tag{19}$$

Sistemul de recepție realizat este de tipul AD. În figura 6 este arătată schema bloc a receptorului, care cuprinde : CI — circuitul de intrare, RF_1, RF_2, RF_4 — etaje amplificatoare acordate pe 31 KHz, RF_3 RF_4, — etaje repetoare pe emitor, D_1 — detector, ACC — amplificator de curent continuu, MI — miliampermetru inscriptor, D_2 — detector, AF_1, AF_2,

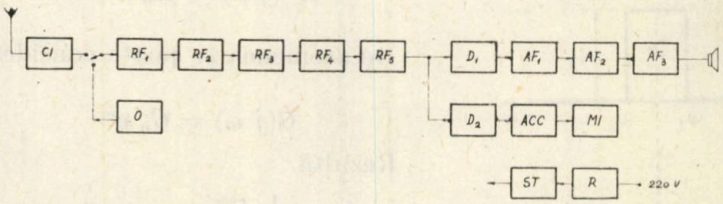


Fig. 6

AF_3 — etaje amplificatoare de audiofrecvență, O — oscilator pe 31 KHz pentru calibrare, R — redresor, ST — stabilizator de tensiune.

În figura 7 este arătată schema de principiu.

Performanțele principale ale receptorului realizat sînt : sensibilitatea ≈ 100 μV, selectivitatea exprimată prin banda de trecere la 3 dB, B ≈ 120 Hz, factorul de stabilitate $S \approx 2{,}5$, tensiunea de alimentare a inscriptorului $U_i \approx 0{,}9$ V, puterea nominală de audiofrecvență ≈ 500 mW.

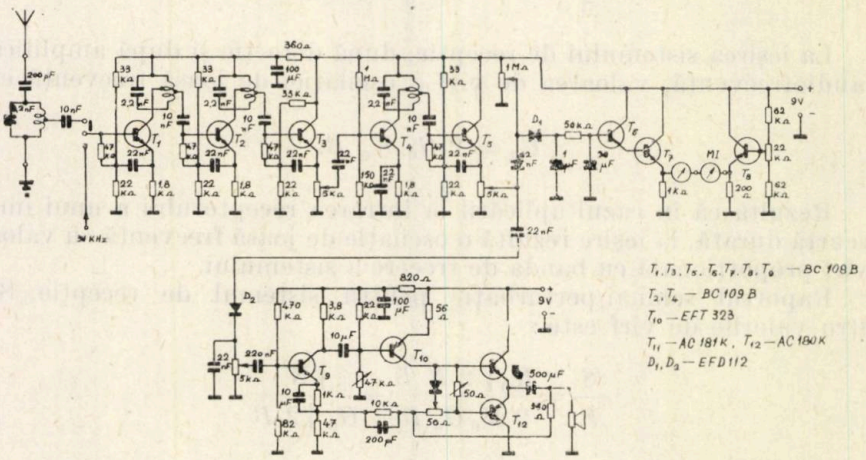


Fig. 7

De asemenea receptorul prezintă o fiabilitate ridicată, realizată printr-o alegere îngrijită a regimului de funcționare a etajelor și a elementelor de circuit, asigurîndu-se o stabilitate termică foarte bună, pentru o funcționare continuă (24 ore).

Antena este de tipul monofilară, orizontală, cu cablu de coborîre ecranat, cu adaptare la intrarea în circuitul de intrare al receptorului

Receptorul a fost realizat, de inginer Drăgulin Emilian, ca lucrare de diplomă în sesiunea iunie 1972 în cadrul laboratorului de Receptoare, din catedra de Radiocomunicații, facultatea Electronică, Institutul politehnic București, pentru secția de astrofizică a Observatorului Astronomic din București.

II. Rezultate experimentale

Cu ajutorul sistemului de recepție descris mai sus s-a făcut o serie de înregistrări ale fenomenelor SEA în perioada 1.VIII.1972 — 1.XI.1972, în zona de sud a orașului București în cadrul Observatorului Astronomic, Secția Astrofizică. Înscrierea pe hîrtie s-a făcut cu ajutorul unui înregistor cu viteza de 20 mm/h. Înregistrările făcute se remarcă printr-un nivel de perturbații local relativ ridicat.

În figura 8 este redată diagrama obținută în ziua de 7.VIII. 1972 pe care se remarcă un fenomen SEA puternic și de lungă durată care începe la ora 14 și 48 minute și atinge maximul la ora 15 și 27 minute. Fenomenul a fost produs de marea erupție solară din 7 august 1972 care a început în jurul orei 15 (observatorul din Ondrejov Cehoslovacia dă

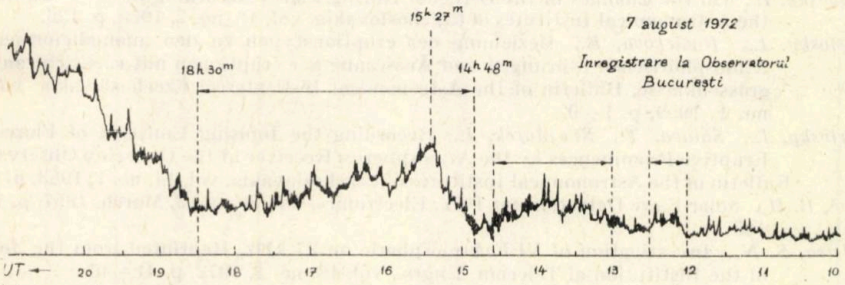


Fig. 8

începutul erupției la ora 14 și 49 minute, cel din Boulder S.U.A., la ora 15 și 5 minute, iar cel din Sacramento Peak S.U.A., la ora 15). Atît observatorul din București cît și cel din Ondrejov Cehoslovacia dau începutul fenomenului SEA la ora 14 și 48 minute. Între fazele maxime însă există o deosebire în timp. La București maximul a fost apreciat la ora 15 și 27 minute pe cînd la Ondrejov la ora 15 și 21 minute. Intensitatea maximă a fost apreciată la București ca avînd valoarea de 15 dB.

Pe diagrama reprodusă în figura 8 se mai pot observa încă două fenomene SEA de importanță mai mică, unul cu începutul la ora 12 iar celălalt, cu începutul mai puțin marcat, în jurul orei 13.

Sistemul de recepție folosit, prezintă pentru moment neajunsul unei sensibilități ridicate la perturbațiile de impulsuri produse de furtunile locale cu descărcări electrice. Aparatul aflat pînă în prezent într-o fază de experimentare, este în curs de perfecționare.

Catedra de radiocomunicații
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Appleton, E. V.*, Regularities and Irregularities in the Ionosphere, Vistas in Astronomy, vol. 2, 1956, p. 779—790.
2. *Breahnă, I.*, Efecte ionosferice ale erupțiilor solare și aparate pentru înregistrarea lor. Referat, Universitatea „Al. I. Cuza", Iași.
3. *Bureanu, R.*, Nature, no. 131, 1937, p. 110.
4. *Cartianu, Gh.*, Modulation de fréquence, Dunod, Paris, 1968.
5. *Cartianu, Gh.*, Analiza și sinteza circuitelor electrice, Ed. Didactică și pedagogică, București, 1972.
6. *Drăgulin, E.*, Sistem de recepție SEA în banda de 31 KHz, Lucrare de diplomă, Institutul politehnic București, 1972.
7. *Ellison, M. A.*, Ionospheric Effects of Solar Flares, Publications of the Royal Observatory Edinburg, no, 4. 1950, p. 64.
8. *Ellison, M. A.*, The H-alpha Radiation from Solar Flares in Relation to Sudden Enhancements of Atmospherics near 27 Kc/s, Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, no. 4, 1953, p. 226.
9. *Ellison, M. A.*, Solar Flares, Vistas in Astronomy, vol. 2, 1956, p. 799—807.
10. *Ellison, M. A.*, Energy Release in Solar Flares, Dunsink Observatory Reprint, no. 24, 1963.
11. *Friedman, H.*, The Sun's Ionizing Radiation, Physics of the Upper Atmosphere, cap. 4, 1960.
12. *Friedman, H.*, Chubb, T. A., Physics of the Ionosphere, The Physical Society, London, 1955.
13. *Hetterscheid, W. Th.*, Selektive Transistorverstärker, Phylips Technische Bibliothek, 1965.
14. *Krivsky, L.*, Flare Maximum and „Sluggishness" of the Ionospheric D-region, Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia, vol. 13, no. 2, 1962, p. 59—62.
15. *Krivsky, L.*, On the Changes in the D-region During Flares According to SEA, Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia, vol. 16, no. 2, 1965, p. 126.
16. *Krivsky, L., Ruzickova, B.*, Beziehung der eruptionstypen zu den anomalieformen der Atmosphörischen Störungen und Äusserung der eruptionen mit rücksicht auf ihre grössenklasse, Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia, vol. 10, no. 1, 1959, p. 1—9.
17. *Krivsky, L., Salava, T., Snejdárek, I.*, Recording the Ionising Emission of Flares and Eruptive Prominences by the Atmospherics Receiver at the Ondrejov Observatory, Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia, vol. 14, no. 1, 1963, p. 5—9.
18. *Lee, R. H.*, Solar Flare Detection for IGY, Electronics, vol. 30, no. 3, March, 1957, p. 162—165.
19. *Mitra, S. N.*, Investigation of VLF Atmospheric on 27 kHz, Reprinted from the Journal of the Institution of Telecom. Engrs., vol. 18, no. 1, 1972, p. 41—46.
20. *Papagianis, M. D.*, Space Physics and Space Astronomy, Gordon and Breach Science Publishere, 1972, p. 182—191.
21. *Preda, A. D.*, Metode de suprimare a zgomotului în recepția MF, Telecomiunicații, vol. 10, no. 12, 1966, p. 481—486.
22. *Smith, H. J., Smith, E. P.*, Solar Flares, 1963, p. 242—250.
23. *Slatnic, E.*, Amplificatoare de frecvență intermediară, Ed. Tehnică, București, 1968.
24. *Tandberg—Hansen, E.*, Solar Activity, 1967, p. 260—262.
25. *Valley, S. L.*, Scientific Editor, Handbook of Geophysics and Space Environments, 1965, cap. 8.
26. * * * Sudden Enhancements of Atmospherics-SEA, Astronomical Institute Ondrejov, Czechoslovakia, Station Upice, august, 1972.
27. * * * Solar-Geophysical Data, Environmental Research Laboratories, U.S. Department of Commerce, septembrie-octombrie, 1972.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 1
BUCUREȘTI

TRANSPORTURI

C.Z. 629.1

ASUPRA UNEI METODE DE ANALIZĂ A RĂSPUNSULUI SISTEMULUI MECANIC DE ANTRENARE AL VEHICULULUI MOTOR, LA PERTURBAȚII ALEATOARE *

ION SEBEȘAN

Analiza răspunsului la perturbațiile exterioare date de cale, prin metodele teoriei proceselor aletoare, urmărește optimizarea funcționării sistemului de antrenare a osiei motoare de la vehicule. Astfel estimările cantitative ale caracteristicilor statice a răspunsului, permit determinarea valorii optime pentru coeficientul de amortizare unghiulară a sistemului mecanic, aceasta, însemnînd o solicitare dinamică minimă a motorului electric de tracțiune și realizarea unei funcționări electrice corespunzătoare. Se va examina regimul staționar al oscilațiilor forțate ale sistemului de antrenare de la o locomotivă circulînd cu viteză constantă pe o cale rectilinie rigidă. Drept informație inițială asupra perturbațiilor se vor folosi înregistrările deplasărilor verticale $h(s)$ ale unei osii a vehiculului, obținute la I.S.C.T. cu ocazia unor încercări dinamice.

Mult timp reprezentarea denivelărilor căii s-a făcut prin funcții sinusoidale sau prin funcții de tip Heaviside. Analiza oscilogramei perturturbațiilor a arătat că $h(s)$ — mărimea de intrare în sistem poate fi caracterizată ca un proces aleator. Caracterele staționar și ergodic ale mărimii de intrare $h(s)$, reprezintă două ipoteze esențiale de calcul, fără a ne îndepărta de realitatea fizică.

Pentru a obține valoarea medie α_{mr} și abaterea medie pătratică $\sigma^2_{\alpha r}$ pentru răspunsul sistemului, sînt necesare valoarea medie, h_m funcția de corelație k și densitatea spectrală a perturbației S_h

Considerînd variabila aleatoare $h(s)$ definită pe intervalul $[0, S]$, $S = 200$ m fiind lungimea tronsonului de cale parcurs de locomotivă cu viteza $v = 12\ \text{ms}^{-1}$ în urma prelucrării statistice se obține o valoare medie $h_m = 2.10^{-3}$ m.

Funcția experimentală de corelație $k_h(\delta)$ raportată la $h = h_m$ poate fi considerată ca valoarea medie a produsului valorilor instantanee ale denivelărilor separate de un interval δ.

* Manuscris predat redacției la data de 7 decembrie 1973.

În unităţi relative funcţia experimentală de corelaţie $k^*_{hr}(\delta)$, depinzînd de intervalul δ, are expresia:

$$(1) \qquad k^*_{hr}(\delta) = \frac{k^*_h(\delta)}{k_{h\max}(\delta)} = \frac{k^*_h(\delta)}{\sigma_h^2}; \qquad \sigma_h = 2{,}7 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

σ_h fiind abaterea medie patratică a denivelărilor.

Expresia analitică a funcţiei de corelaţie se obţine prin interpolarea funcţiei experimentale de corelaţie printr-o funcţie armonică amortizată.

$$(2) \qquad k_{hr}(\delta) = e^{-a\delta}\cos b\delta;\ \text{în care}\ a = 0{,}065 \cdot \text{m}^{-1}{}^{2};\ b = 0{,}196\ \text{m}^{-1}$$

Funcţia de corelaţie este transformată Fourier a densităţii spectrale de putere notate cu $S_h(\nu)$, ν fiind frecvenţa perturbaţiilor externe, de unde:

$$(3) \qquad S_h(\nu) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty k_h(\tau)\cos\gamma\tau d\tau$$

în care $$\tau = \frac{\delta}{V}$$

Introducînd (1) şi (2) în relaţia (3) se obţine densitatea spectrală de putere a perturbaţiilor externe în funcţie de frevenţă.

$$(4) \qquad S_h(\nu) = \frac{\sigma_h^2}{\pi} \cdot \frac{\nu^2 + a^2 + b^2}{(\nu^2 - a^2 - b^2)^2 + 4a^2\nu^2} = 2{,}3 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\nu^2 + 42{,}6 \cdot 10^{-3}}{(\nu^2 - 42{,}6 \cdot 10^{-3})^2 + 6{,}8 \cdot 10^{-3}}$$

Vibraţiile forţate ale sistemului mecanic elastic de antrenare a osiei motoare (fig. 3), vor fi descrise de ecuaţia liniară:

$$(5) \qquad J_r\ddot{\alpha}_r + \rho\dot{\alpha}_r + c\alpha_r = p(t)$$

în care: α este unghiul de rotaţie al rotorului, J -momemtul de inerţie al rotorului, ρ coeficientul de amortizare unghiulară, c constanţa elastică la torsiune şi $p(t) = \frac{c}{J_r \cdot r}\ h(t)$ funcţia aleatoare, r fiind raza pinionului angrenajului motorului.

Funcţia de transfer coincide cu factorul $\Phi(\nu)$ care amplifică la ieşirea din sistem funcţia invariantă $e^{i\nu t}$ aplicată la intrarea sistemului mecanic. Introducînd în ecuaţia (5):

$$(6) \qquad h(t) = e^{i\nu t};\quad \alpha_r(t) = \Phi(\nu)\, e^{i\nu t}$$

și rezolvînd ecuația algebrică obținută în raport cu $\Phi(\nu)$ obținem:

$$\Phi(\nu) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\omega^2}{\omega^2 - \nu^2 + 2i\xi\omega\nu} \tag{7}$$

unde $\omega = \sqrt{\frac{c}{J}}$ este frecvența proprie și $\xi = \frac{\rho}{2 J_r \omega}$ este coeficientul de aperiodicitate.

Funcția de transfer (7) poate fi pusă sub forma:

$$\Phi(\nu) = E_1(\nu) + iE_2(\nu) \tag{8}$$

unde:

$$E_1(\nu) = \frac{1}{r} \cdot \frac{(\omega^2 - \nu^2)\,\omega^2}{(\omega^2 - \nu^2)^2 + 4\xi^2\omega^2\nu^2};$$

$$E_2(\nu) = -\frac{1}{r} \frac{2\zeta\omega\nu}{(\omega^2 - \nu^2)^2 + 4\zeta^2\omega^2\nu^2}$$

Relația dintre valoarea medie a vibrațiilor aleatoare ale rotorului (mărimea de ieșire din sistem) și cea a perturbației este:

$$\alpha_{mr} = h_m \Phi(0) = 0 \tag{9}$$

Densitatea spectrală a vibrațiilor aleatoare ale rotorului este dată de relația:

$$S_{\alpha r} = |\Phi(\nu)|^2 S_h(\nu) = \frac{1}{r^2} \frac{\omega\nu}{(\omega^2 - \nu^2)^2 + 4\xi y^2\omega^2\nu^2} S_h(\nu) \tag{10}$$

Cunoscînd densitatea spectrală a unei funcții aleatoare, abaterea medie patratică a acestei funcții va fi:

$$\sigma_r^2 = 2\int_0^{\nu_1} S_{\alpha r}(\nu)\, d\nu \tag{11}$$

Rezultă:

$$\sigma_{\alpha r}^2 = 4{,}6 \cdot 10^{-4} \frac{\omega^4}{r^2} \int_0^{\nu_1} \frac{\nu^2 + 42{,}6 \cdot 10^{-3}}{[(\omega^2 - \nu^2 + 4\zeta^2\omega^2\nu^2]\,[(\nu^2 - 45{,}6 \cdot 110^{-3}) + 16{,}8 \cdot 10^{-3}]}\, d\nu \tag{12}$$

în care γ_1 este frecvența perturbațiilor corespunzătoare vitezei de circulație a locomotivei, coeficientul de aperiodicetate ξ fiind considerat ca parametru. Expresia (12) poate fi exprimată prin funcții elementare, însă datorită formulei cmplicate care apare, nu se poate face decît un studiu numeric pe calculator al comportării mediei pătratice $\sigma_{\alpha r}$ în raport cu γ_1 și ξ.

Pentru vehiculele care se proiectează cu gama cunoscută a vitezelor în exploatare poate fi aflată valoarea optimă ξ opt. pentru care oscilaţiile rotorului în gama de viteze dată vor fi în medie minime.

Aplicaţie : se consideră sistemul de antrenare al osiei motoare de pe locomotiva electrică CFR 060 EA, cu motor electric de tracţiune de tip „complet suspendat". Ecuaţiile de mişcare sînt de tipul (5) pentru care :

$$J_r = 55\text{Nm s}^2,\ c = 7{,}8 \cdot 10^5\ \text{Nm},\ r = 0{,}25\text{m}$$

Se pune problema determinării coeficientului de amortizare al amortizorului montat pe arborele metorului astfel încît vibraţiile acestuia să fie diminuate. Pentru acesta studiem variaţia funcţiei $\sigma_{\alpha r}(\upsilon)$ dată de (12) la diverse valori ale parametrului ξ pentru $\upsilon \in [19{,}6\ ;\ 45{,}2]H_z$ corespunzînd unei viteze de circulaţie $V \in [60\ ;\ 140]$ km/h.

Se obţine valoarea minimă $\sigma_{\alpha r} = 0{,}13$ rad. la $\xi = 0{,}4$ corespuzător unui coeficient de amrtizare $\rho = 52{,}4 \cdot 10^2$ Nms.

Concluzii

Metoda de studiu a răspunsului sistemului de antrenare de pe vehicule prin aplicarea teoriei proceselor aletoare a arătat influenţa coeficentului de aperiadicitate asupra mediei pătratice a răspunsului. Întrucît coeficientul de aperiodicitate depinde de momentul de inerţie al rotorului, pulsaţia oscilaţiilor proprii şi coeficientul de amortizare, singurul parametru aspra căruia se poate acţiona pentru modificarea coeficientului de aperiodicitate este coeficientul de amortizare a cărui valoare dă indicaţii privind realizarea constructivă a suspensiei motorului de tracţiune. Ca aplicaţie a rezultatelor teoretice obţinute s-a considerat sistemul de antrenare al locomotivei, metodologia putînd fi generalizată şi la alte tipuri de vehicule motoare.

Catedra de material rulant şi autovehicule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *I. Zăgănescu, I. Sebeşan.* Studiul regimului permanent al vibraţiilor motorului electric de tracţiune. IV. Vedecka Konferencia vysokej scoly dopravnej, Zillina, sept. 1973.

2. *I. Sebeşan.* Studiul vibraţiilor aleatorii la vehicule, comunicare la sesiunea de comunicări ştiinţifice Institutul Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

apare, cu trei fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice științifice: „Buletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" și „Buletinul Politehnicei din București".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea științifică a corpului didactic din Institutul politehnic București. În limita spațiului disponibil, se pot publica și lucrări științifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondența și schimburile de publicații cu redacția și administrația Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(cu mențiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

издаётся в три годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодиуеских журналов „Bulletin de Mathèmatiques et de Physique pures et appliquèes и „Buletinul Politehnicei din București".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din București".

Tel q'il se présente, il refléte en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'instiut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(cu mențiunea „pentru Buletinul Institutului")

Tiparul executat la Întreprinderea Poligrafică „Informația" c. 1761

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXVII NUMĂRUL 2 ANUL 1975
MAI – AUGUST

COMITETUL DE REDACŢIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Prof. dr. docent. ing. *George Bărănescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Academician Prof. *Emilian Bratu*,; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Prof. dr. *Ion Grădişteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar ştiinţific)Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Stefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. dr. ing. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*.

Redactor responsabil

Rector

Academician *Radu Voinea*

Editor: Institutul Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Splaiul Independenţei 313, Tel. 31.40.10

Sumar

MATEMATICA

Elena Tănăsescu

Transportul convectiv al energiei, calculareа vitezei şi a fluxului convectiv pentru o stea de tip B 7

FIZICA

D. Bogdan, Tr. Creţu, G. Macarie

Calculul efectului polarizării de spin a miezului nuclear asupra tranziţiilor beta permise cu $\Delta N = 2$ 13

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

И. Теоряну, Нгуен Нгок Анх

Поведение алюминатных соединений из клинкера портландцемента под действием растворов хлоридов и сульфатов 19

Gherghina Tudorache, Maria Floarea, Gh. Ioniţă

Studiul stabilităţii chimice a ioniţilor indigeni 23

Eugenia Baltă, Renate Kraus

Rolul structurii moleculei în cromatografia pe hîrtie aplicată la coloranţi azoici heterociclici 29

UTILAJ CHIMIC

Gh. Iordache

Coeficientul de umflare a topiturilor de polimer la eforturi de forfecare medii şi mici 35

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

Tr. Dudaş, L. Şerbănaţi, B. Grünwald

Un program de calcul pentru optimizarea ciclului termic al motorului cu aprindere prin comprimare 41

AUTOMATICA

I. Dumitrache

Algoritm de calcul al timpului de răspuns a unui bistabil fluidic . . . 51

Gr. Brăileanu

Procedeu de rezolvare iterativă a ecuaţiilor lui Pontriaghin în cazul limitărilor în spaţiul stărilor 57

ENERGETICA

E. Potolea, M. Eremia, Maria Tudose

Studiul stabilităţii dinamice la mici perturbaţii prin metoda modală . . . 65

ELECTROTEHNICA

M. Preda, F. Constantinescu

Metodă generală de sinteză topologică a multiporţilor activi fără transformatoare ideale 75

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

V. Tache, I. Ungureanu

Unele aspecte referitoare la construcţia şi exploatarea mecanismelor de strîngere cu filet, acţionate manual 85

A. Vlase, I. Popescu, Al. Rădulescu, V. Matache

Stabilirea ecuațiilor de variație a uzurii la cuțitele brazate cu carburi metalice P_{20} de fabricație românească și străină 91

TRANSPORTURI

S. Raicu

L'influence du nombre des lignes du faisceau de reception sur la capacité de transit du sousystème „faisceau de reception-bosse de triage" . . . 99

MANAGEMENT

Al. Popa, A. Carabulea, Gh. Anton

Modelos matematicos relativos a la prognosis de la traccion electrica . . 105

TEZE DE DOCTORAT SUSȚINUTE ÎN INSTITUTUL POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI ÎN PERIOADA MAI—AUGUST 1976

Constantin Boghină — Copolimeri ternari cu proprietăți de fibre sintetice și mase plastice

Gheorghe Calea — Contribuții la optimizarea geometriei cuțitelor-roată pentru mortezarea danțurilor.

Belarisa Popescu — Comportarea electro-chimică a steriului și aliajelor sale.

Nicolae Chimu — Contribuții asupra funcționării motorului Disel — transmisie electrică în regim de frînare electrică reostatică cu referire la locomotiva CFR 060 DA.

Alexandru Constantinescu — Cercetări privind mărirea rezistenței amestecurilor de formare prin folosirea tratamentelor fizico-chimice ale bentonitelor.

Adrian C. Rusu — Contribuții la teoria și tehnologia structurilor Schottky cu siliciu.

Petre N. Nițescu — Contribuții la sinteza mecanismelor spațiale cu cinci elemente.

Mihai Vartolomei — Asupra unor structuri logice și algoritm de prelucrare a informației pentru conducerea prin calculator a proceselor în timp real.

Simona Bădilescu — Contribuții la studiul tranzițiilor simultane în spectrul de vibrație al unor amestecuri de lichide.

Alexandru Selischi — Influența stabilității statice și dinamice a unui sistem electric asupra stabilității serviciilor interne ale centralelor termoelectrice de mare putere.

Cornel Coroiu — Modelarea proceselor chimice eterogene la arderea combustibililor solizi.

Oana Roxana Simona Constantinescu — Sinteza în seria ciclo-butanului. Reacțiile diverșilor terț-butil benzociclo-butadiene.

Cornelia Balaban — Intensificarea proceselor de transfer de masă.

Ho Dinh Tung — Contribuții la studiul sistemelor hidraulice de copiat, folosite la mașinile unelte.

Viorica Nistreanu — Studiul comparativ al metodelor de determinare spectrofotometrică a beriliului.

Dan Vasilache — Sistem de operare pentru multi acces.

Valerie Panaite — Procese termice în aparate de comutație.

Dinu Taraza — Contribuții la studiul autoaprinderii în motorul cu aprindere prin comprimare.

Constantin Bornaz — Sinteza și analiza unor derivați ai 4-piperidinei.

Gheorghe Zătreanu — Contribuții la studiul funcționării segmenților motoarelor cu ardere internă.

Eva Butuceanu — Studiul comportării aminelor aromatice la complexarea cu unii ioni bivalenți ai metalelor, de tranziție.

Georgeta Ungureanu — Influența descărcării corona asupra supratensiunilor în regim tranzitoriu de funcționare a liniilor electrice aeriene.

Traian Ionescu — Contribuții la optimizarea structurii și dimensionării rețelelor de distribuție a energiei electrice.

Vasile Caluianu — Contribuții la studiul transferului de căldură și masă în procesele de mișcare ale materialelor ceramice.

Nicolae Mureșan — Combinații cu sulf.

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

Elena Tănăsescu D. C. 517

Convective Energy Transport by Calculation of the Velocity and Convective Flux for a Star of Class B.

In this paper, was calculated thermodynamic quantities and convective flux for a star of class B with $Te = 18.000°$, $\log G = 4$, to obtain a temperature correction more accurate used in the calculating model stellar atmosphere.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXVII Nr. 2/1975

D. Bogdan, Tr. Creţu G. Macarie D. C. 513

The Establishment of the Formfactors Formulae for Beta Transitions between Nuclear States Nuclear States Described by Quasiparticlephonon Interaction

The spin-spin exchange interaction effect on the ft values for the allowed N-hindered transitions is calculated for the first time. The calculation procedure of this effect using the Woods-Saxon wane functions is indicated.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXVII Nr. 2/1975

I. Teoreanu, Nguyen Ngoc Anh D. C. 66

The Behavior of Aluminate Compounds of Portland Cement Clincker under the Action of Chloride and Sulphate Solutions

The corroding effect of solutions of chlorides and sulphates of some elements from the first and second group of the periodic system is studied. One determines the stability coefficients for the hardened binders curred in agressive solutions of different concentrations as well as the drop in the concentration of the SO_4^{2-} ions, in the case of sulphate solutions, due to the interaction with the hardened binders. The results are correlated taking in consideration the mechanism of the corroding process.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXVII Nr. 2/1975

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

Gh. Tudorache, M. Floarea, Gh. Ioniță C. D. 537.5

L'étude de la stabilité chimique des cationites indigènes

On a étudié la stabilité chimique des cationites indigènes en medium acide, oxydant et alcalin, en fonction des differentes paramètres

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" București Tom. XXXVII Nr. 2/1975

Eugenia Baltă, Renate Kraus D. C. 543.061

The Role of the Molecule Structure in the Paper Chromatography of Azoic Heterocyclic Dyes

The presented work followed to find some common criterions for paper chromatographic separation of azoic cationic heterocyclic pigments and dyes. The performed researches permit the specification of some concrete work conditions based on a fundamental property caracteristic for this type of dyes: the existence of a $p - \pi$ conjugation more or less spread on the whole molecule determining its basicity. Also is established the existence of a direct proportionality between R_f and the number of the unshared electron pairs wich determine the $p - \pi$ conjugation, as well as the fact that not the strength of the hidrogen bond bat its number determine the R_f value.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" București Tom. XXXVII Nr. 2/1975

Gh. Iordache C. D. 66.02

The Swelling Coefficient of Polymer Melts

Experimental measurements on the swelling of some thermoplasts when leaving a capillary of circular cross-section are presented. Some of the results do not agree with data formuly published in litterature.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" București Tom. XXXVII Nr. 2/1975

T. Dudaș, L. Șerbănati, B. Grünwald D. C. 621.4

Computing Program for a Diesel Engine Thermodynamic Cycle

In this work the principles of a program for the analysis of the efficiency of a diesel engine thermodynamic cycle is presented. The bloc diagram and the listing of the program are added.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" București Tom. XXXVII Nr. 2/1975

Резюме-Summary-Résume-Zusammenfassung

I. Dumitrache D.C. 621—52

An Algoritm for Compute the Response Time of the Fluidic Bistable

The paper is dealing with the establishment a new algoritm for compute the response time of the fluidic bistable.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXVII Nr. 2/1975

Gr. Brăileanu D.C. 517

An Iterative Procedure for Solving Pontryagin's Equations, Subject to Inequality Constraints in the State Space

An off-line procedure for computing the solution of optimal control problems is described. The state and control variables are subject to inequality constraints and a given objective functional is considered.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXVII Nr. 2/1975

E. Potolea, M. Eremia, Maria Tudose D.C. 621.3.016.4

The Study of the Dynamic Stability at the Small Perturbations by the Modal Method

This paper describes the construction of the $[A]$ matrix for a multimachine power system by a set of differential equations in the state space form $[\dot{x}] = [A]\,[x]$. Stability, determined by digital methods, is insured when the real part of the eigenvalues of the $[A]$-matrix at various states remains negative.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXVII Nr. 2/1975

M. Preda, F. Constantinescu D.C. 621.314.2

General Topological Synthesis Method for Active Multiports without Ideal Transformers

The proposed method relies on topological formulation of the network functions by means of directed trees. It is shown that the special synthesis methods, valid for peculiar network structures only, can be obtained from the presented method. Two applications are given: finding of the Cauer method algorithm and synthesis of a diport without ideal transformers starting from its Z matrix.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXVII Nr. 2/1975

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

V. Tache, I. Ungureanu C.D. 621

Quelques aspectes de la construction et de l'exploatation des systèmes de serage á vis actioné manuel.

De façon très convenable pour être utilisé en projection des dispositifs de serage des pieces sur les machines outiles, on donne des rezultates theoriques et expérimentales concernent les forces qui peut être realisé de façon manuel avec des systèmes de serage à vis.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXVII Nr. 2/1975

Д.К. 621

А. Рэдулеску, А. Власе, И. Попеску, В. Матаке

Вывод уравнения колебания износа у твердосплавных резцов P_{20} румынского и иностранного производства

В статье представлена методика определения уравнения колебания радиального износа и скорости износа твердых сплавов P_{20} румынского и иностранного производства.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXVII Nr. 2/1975

S. Raicu D.K. 656

Einfluss der Linienzahl der Aufnahmegruppe auf der Durchangskapazität des Untersystems Aufnahmegruppe-Rangieranlage

Die oben angegebene Wechselbeziehung wird mit Hilfe der analytischen Beziehungen der Massenbedienungstheorie untersucht. Die Untersuchung ist für den Fall der Poisosn-Verteilung der Ankünfte und der exponenziellen Verteilung der Rangierdauer gültig. Die Untersuchungsschlussfolgerungen sind für die Entwurfs — und Betriebstätigkeit der Rangierbahnhöfe nützlich.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXVII Nr. 2/1975

C. D. 65.01 : 625.28

A. Popa, A. Carabulea, Gh. Anton

Models mathematiques concernant la prognose de la traction electrique

Le but du travail est de construire des modeles mathématiques pour la prognose de la traction electrique en une d'optimiser les solutions pour l'étude construction et exploitation des réseaux électriques destinées à l'electrification des transports de toute classe.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXVII Nr. 2/1975

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 2
BUCUREȘTI

MATEMATICĂ

C.Z.: 517

TRANSPORTUL CONVECTIV AL ENERGIEI, CALCULAREA VITEZEI ȘI A FLUXULUI CONVECTIV PENTRU O STEA DE TIP B *

ELENA TĂNĂSESCU

Într-o atmosferă stelară, transportul energiei luminoase este în mod predominant radiativ. însă acesta nu este singurul mijloc posibil pentru transportarea energiei. În anumite condiții acest mecanism al transportului energiei prin procese radiative, poate să devină instabil, o mică perturbație, mici fluctuații în densitate pot da naștere unui sistem de curenți convectivi.

Schwarzschild a stabilit criteriul apariției convecției în stea, cînd gradientul radiativ de temperatură devine instabil și aceasta se întîmplă cînd valoarea sa absolută depășește valoarea absolută a gradientului adiabatic.

$$\left(-\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}\right)_{\mathrm{rad}} > \left(-\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}\right)_{ad} \tag{1}$$

În această situație, convecția poate transporta energia prin mișcarea elementelor gazoase în regiuni mai reci.

Gradienții de temperatură se exprimă de obicei prin derivatele logaritmice, încît condiția de apariție a convecției folosind ecuația echilibrului hidrostatic și ecuația gazelor perfecte se scrie :

$$\left(\frac{d\ln T}{d\ln P}\right)_A < \left(\frac{d\ln T}{d\ln P}\right)_R \tag{2}$$

sau mai simplu folosind notațiile :

$$\left(\frac{d\ln T}{d\ln P}\right) = \bar{V},\ \left(\frac{d\ln T}{d\ln P}\right)_A = \bar{V}_A,\ \left(\frac{d\ln T}{d\ln P}\right)_R = \bar{V}_R \tag{3}$$

pentru gradientul mediu de temperatură, pentru gradientul adiabatic și respectiv pentru gradientul radiativ condiția devine :

$$V_A < V_R < V \tag{4}$$

* Lucrare comunicată la Sesiunea Științifică a Observatorului Astronomic București 1973.

În această lucrare, vom prezenta un studiu al transportului convectiv al energiei într-o atmosferă stelară prin așa numita teorie a lungimii de amestec descrisă de Cox și Giuli în [1], și folosită de Kurucz [3] în forma cea mai simplă.

Într-un strat al atmosferei stelare, în echilibru radiativ, considerăm un element infinitezimal de masă dm, la distanța r de centru, avînd densitatea ρ, presiunea P și temperatura T. În deplasarea lui elementul de masă fixă dm devine mai cald decît toate celelalte elemente din jur cu cantitatea:

$$T = \left[-\frac{dT}{dx} - \left(-\frac{dT}{dx} \right)_R \right] \cdot l = (V - V_R) \frac{l}{h} \cdot T \tag{5}$$

unde $h = P_{\text{total}} / \rho \cdot g$ este înălțimea scării de presiune.

Dacă multiplicăm prin căldura specifică la presiune constantă obținem dE, excesul energiei pe unitatea de masă.

$$dE = \Delta T \cdot c_p = (\bar{V} - \bar{V}_R) \frac{l}{h} \, T c_p \tag{6}$$

Fluxul convectiv atunci va fi:

$$4\pi F_{\text{conv}} = \frac{1}{2} \left(\frac{l}{h} \right) \rho c_p T V_{\text{conv}} (\bar{V} - \bar{V}_R) \tag{7}$$

unde viteza convectivă are expresia:

$$V_{\text{conv}} = A (\bar{V} - \bar{V}_R)^{\frac{1}{2}} \tag{8}$$

cu

$$A = \sqrt{-(1/8)\, g h\, (l/h)^2} \left(\frac{\partial \ln}{\partial \ln T} \right)_P^{\frac{1}{2}} \tag{9}$$

Cantitățile implicate sînt evaluate astfel:

1) gradientul radiativ:

$$\bar{V} - \bar{V}_R = B^2 + (\bar{V} - \bar{V}_A) - \sqrt{B^4 + 2 (\bar{V} - \bar{V}_A) \cdot B^2} \tag{10}$$

cu

$$B = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{32 \sqrt{2}\, \sigma T^3}{K_{\text{Ross}} \rho^2 h\, c_p (l/h) \cdot A}$$

2) gradientul adiabatic:

$$\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} = - \frac{P_{\text{total}}}{T \rho\, c_p} \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_{P_{\text{total}}} \tag{11}$$

3) căldura specifică la presiune constantă :

$$c_p = \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{P_{\text{total}}} - \frac{P_{\text{total}}}{\rho^2}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{P_{\text{total}}} \tag{12}$$

unde E este energia pe unitate de masă

$$E = \frac{1}{\rho}\left[\frac{3}{2} KT \cdot n_{\text{total}} + 3\, P_{\text{rad}} + \sum n_i(E_i + F_i)\right] \tag{13}$$

E_i fiind energia stratului de bază și $F_i = (d\ln U_i/d\ln T) \cdot KT$ energia internă a atomului i, ρ densitatea, n_{total} numărul total de atomi, P_{rad}, presiunea de radiație

4) Cantitatea $\left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T}\right)_P = \frac{T}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{P_{\text{total}}}$.

Derivatele care intervin sînt :

$$\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_{P_{\text{total}}} = \frac{500}{T_0}\left[E(1{,}001\ T_0) - E(0.999\ T_0)\right]$$

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{P_{\text{total}}} = \frac{500}{T_0}\left[\rho(1{,}001\ T_0) - \rho(0.999\ T_0)\right]$$

Această teorie am aplicat-o la o stea de clasă B cu temperatura efectivă $T_e = 18.000°$, $\log G = 4$ și abundențele elementelor gazoase normale.

Pentru o astfel de stea am calculat presiunea totală prin rezolvarea ecuației echilibrului hidrostatic, opacitatea Rosseland, densitatea, numărul total de atomi.

Toate aceste variabile fizice ce definesc atmosfera stelei le-am calculat pe baza unei distribuții inițiale de temperatură dintr-o atmosferă gri. [2]

$$T^4 = \frac{3}{4} Te^4[\tau + q(\tau)] \tag{14}$$

unde

$$q(\tau) = 0{,}7104 - 0{,}2830\ E_2(\tau) + 0{,}5797\ E_3(\tau)$$

iar

$$E_k(\tau) = \int_1^\infty \frac{e^{-\tau x}}{x^k}\, dx \blacksquare$$

Această distribuție am corectat-o ulterior după o schemă iterativă folosind valorile numerice ale fluxului radiativ și fluxului convectiv calculate pentru 30 adîncimi optice în atmosferă.

Calculele pentru determinarea vitezei și fluxului convectiv precum și a derivatelor termodinamice ce intervin au fost efectuate pe calculatorul I.B.M. al Universității printr-un program în versiune Fortram IV folosind subrutina Convec a programului Atlas din Special raport 309 [3] de Robert L. Kurucz și subrutina DERIV din discoteca calculatorului în calcularea derivatelor termodinamice. În aceste calcule, presiunea de radiație s-a presupus proporțională cu T^4 iar presiunea de turbulență a fost neglijată.

În tabelul 1 sînt înregistrate rezultatele calculelor efectuate și anume : adîncimea optică în atmosferă, temperatura, densitatea, presiunea totală, numărul de atomi, viteza și fluxul convectiv pentru 30 de adîncimi începînd cu $\tau = 10^{-4}$ și ajungînd la $\tau = 63$ cu pasul 1/25.

Tabelul 1

Viteza și fluxul convectiv pentru stea de tip B

τ	T	ρ	P_{total}	N_{total}	V_{conv}	F_{conv}
0.1000×10^{-3}	14599.6	0.1678×10^{-11}	3.060	0.7591×10^{12}	0.	0.
0.1585	14600.1	0.2642	5.819	0.1195×10^{13}	0.	0.
0.2512	14601.0	0.4108	7.495	0.1856	0.	0.
0.3981	14602.3	0.6309	1.151×10	0.2855	0.	0.
0.6310	14604.5	0.9563	1.745	0.4327	0.	0.
0.1000×10^{-2}	14607.9	0.1428×10^{-10}	2.608	0.6461	0.	0.
0.1585	14613.3	0.2102	3.841	0.9511	0.	0.
0.2512	14621.8	0.3045	5.571	0.1378×10^{14}	0.	0.
0.3981	15635.2	0.4343	7.961	0.1965	0.	0.
0.6310	14656.4	0.6101	1.121×10^{2}	0.2760	0.	0.
0.1000×10^{-1}	14741.6	0.8448	1.560	0.3823	0.	0.
0.1585	14822.3	0.1154×10^{-9}	2.146	0.5221	0.	0.
0.2512	14945.9	0.1556	3.962	0.7040	0.	0.
0.3981	15132.5	0.2072	5.348	0.9374	0.	0.
0.6310	15407.5	0.2725	7.226	0.1233	0.	0.
0.1000×10^{0}	15799.4	0.3546	9.822	0.1605	0.	0.
0.1585	16339.0	0.4567	1.351×10^{3}	0.2066	0.1112×10^{-1}	0.2764×10^{-14}
0.2512	17054.1	0.5829	1.889	0.2638	0.1132×10^{0}	0.3826×10^{-11}
0.3981	17974.7	0.7374	2.688	0.3337	0.4357	0.2843×10^{-7}
0.6310	19143.3	0.2904	3.906	0.4165	0.1223×10^{1}	0.8076×10^{-6}
0.1000×10^{1}	20615.9	0.1125×10^{-8}	5.803	0.5090	0.2685	0.1060×10^{-5}
0.1585	22442.1	0.1325	8.760	0.5993	0.4685	0.6566×10^{-4}
0.2512	24652.2	0.1446	1.332	0.6543	0.6595	0.1984×10^{-3}
0.3981	27265.6	0.2347	2.021	0.7096	0.8297	0.4160×10^{-3}
0.6310	30302.9	0.3450	3.051	0.8556	0.6794×10^{2}	0.5609×10^{-2}
0.1000×10^{2}	33790.5	0.7859	4.631	0.9768	0.1325×10^{3}	0.5829×10^{-1}
0.1585	37762.7	0.8821	7.096	0.1561×10^{15}	0.3109	0.1222×10
0.2512	42262.6	0.1850×10^{-7}	1.092×10^{4}	0.3992	0.1111×10^{4}	0.1175×10^{3}
0.3981	45342.6	0.2312	1.683	0.4370	0,3170	0.4991×10^{4}
0.6310	47893.4	0.3535	2.051	0.6251	0.3234	0.5952×10^{4}

Din tabel se observă apariția fluxului convectiv prin valori sensibile aproximativ la adîncimea optică $\tau = 0.4$.

La atmosferele solare teoria lungimii de amestec a fost aplicată cu un oarecare succes de Böhm — Vitense în 1958 [4] folosind informații observaționale în privința unor parametrii ai regiunilor convective din granulație. S-a constatat că în atmosferele solare convecția se stabilește în jurul lui $\tau = 1.4$ așa adînc încît nu influențează temperatura acolo unde spectrul de linii ia naștere ci afectează cu mică pondere doar spectrul continuu observat.

În atmosferele solare însă, unde convecția se întîlnește în straturile mai apropiate suprafeței, unde radiația poate transporta o fracțiune apreciabilă a energiei, situația este mai complicată depinzînd de ionizarea hidrogenului și a heliului care se găsesc în zona convectivă.

În calculele efectuate s-a ținut seama de ionizarea hidrogenului de prima și a doua ionizare a heliului precum și de alte elemente chimice importante care afectează opacitatea.

Această proporție din fluxul total transportat prin convecție va fi folosit la corectarea distribuției temperaturii în scopul de a satisface condiția de bază în calcularea modelelor de atmosferă ca fluxul energiei să fie constant prin atmosferă

$$F = \int_0^\infty F_\nu d\nu + F_{\text{conv}} = \sigma T e^4$$

unde $F = 0.4736 \times 10^{12}$ și $Te = 18.000°$

Corecția distribuției temperaturii incluzînd și convecția este avantajoasă pentru calculul numeric deoarece reușește ca numai după opt interații să asigure constanța fluxului cu o eroare de 10^{-6}.

Catedra de matematică I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.

BIBLIOGRAFIE

1. *Cox, J. P. Giuli, R. T.*, Principles of Stellar Structure. Gordon and Breach, New-York, 1327 pag.
2. *L. H. Aller*, The Atmospheres of the Sun and Stars, ed. 2, New-York, Ronald Press Campany, 1963 cap. 5.
3. *R. L. Kurucz*, A Computer Program for Calculating Model Stellar Atmospheres. Special Rapport 309. 1969 Smithsonian Astrophysical Observatory.
4. *Böhm-Vitense*, In Proceeding First Harvard-Smithsonian Conference on Stellar Atmospheres, Smithsonian Astrophysical Observatory Spec. Rap. No. 167, pag. 99—107

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 2
BUCUREȘTI

FIZICĂ

C.Z.: 513

CALCULUL EFECTULUI POLARIZĂRII DE SPIN A MIEZULUI NUCLEAR ASUPRA TRANZIȚIILOR BETA PERMISE CU $\Delta N = 2$

D. BOGDAN, TR. CREȚU, G. MACARIE

1. Introducere

Sînt binecunoscute greutățile pe care le întîmpină creiarea unei teorii riguroase, dedusă dintr-un număr limitat de principii, pentru structura nucleului atomic. Din această cauză diversele încercări actuale de descriere a acestei structuri caută să obțină soluții aproximative a problemei. O răspîndire relativă mare a căpătat-o concepția avîndu-și originea la Institutul Niels-Bohr din Copenhaga, bazată pe alegerea unor hamiltoniene de modele nucleare după criteriul că pentru fiecare fenomen sau observabilă nucleară se alege sau se determină partea sau tipul cel mai important din forțele nucleare care trebuie luată în calcule. Această tratare semimicroscopică este o dezvoltare firească a vechii tratări fenomenologice prin modele nucleare și succesul său se bazează pe faptul că studiul structurii nucleului se limitează la descrierea stărilor nucleare de excitație avînd o energie joasă de excitare. De aceea problema complicată a mai multor corpuri care alcătuiesc nucleul este redusă la problema unui număr mic de grade de libertate. Această tratare se bazează pe o legătură și confruntare permanentă cu experiența pe baza căreia se determină parametrii potențialului mediu din nucleu. Pe baza unei analize cantitative a spectrelor de energie nucleare se alege tipul de forță nucleară efectivă potrivit și se efectuează calculele pentru o grupă largă de nuclee atomice. Ca rezultat se explică unele fapte de experiență și se fac cîteva prevederi „teoretice" valabile pentru nucleele respective. Forțele nucleare reale nu se cunosc, iar datele experimentale pe care le avem la dispoziție permit determinarea unor forțe nucleare efective care reflectă numai parțial pe cele reale. Descoperirea unor noi fapte experimentale permite însă să apropiem cît mai mult aspectul și mărimea forțelor efective de cele reale.

Acest stil de lucru în fizica nucleară teoretică actuală s-a putut dezvolta după apariția teoriei corelațiilor de perechi de tip suprafluid. Ca urmare în tratarea de care vorbim forțele nucleare efective sînt forțe care

Manuscris predat redacției la data de 1 noiembrie 1973

se exercită între cvasiparticule şi nu între particule fapt care se reflectă în structura hamiltonianului nuclear total folosit :

$$H = H_{av} + H_{rot} + H_{cor} + H_{pair} + H_{ef} \tag{1}$$

Primul termen reprezintă contribuţia cîmpului mediu nuclear, H_{rot} descrie rotaţia nucleului ca un tot şi în mod fenomenologic, H_{cor} reprezintă termenul de interacţie Coriolis de care ne-am ocupat pe larg în nişte lucrări precedente [1, 2] H_{pair} este interacţia care conduce la corelaţiile perechilor de nucleoni de tip suprafluid iar H_{ef} este forţa nucleară efectivă care conform filozofiei de mai sus domină fenomenele nucleare care se cercetează. De exemplu cînd se studiază vibraţiile nucleului se consideră o forţă de tip multipol-multipol. În cazul nostru este de aşteptat că aşa cum s-a obţinut pentru momentele magnetice tranziţiile γ de tip $M1$ şi beta permise rapide (vezi [3, 4, 5, 6]) şi în cazul tranziţiilor beta N-interzise forţa efectivă dominantă este de tipul spin-spin :

$$H_{ef} = \frac{V_0}{A}(\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\sigma}^{(2)}) + \frac{V_1}{A}(\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)})(\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\sigma}^{(2)}) \tag{2}$$

Primul termen din (2) nu constituie o interacţie de schimb şi el contribuie esenţial aşa cum au arătat Bochnacki, Ogaza şi Pyatov la renormalizarea momentelor magnetice nucleare şi a tranziţiilor β datorită polarizării miezului nuclear. Această polarizare are ca efect apariţia unor stări 1^+ în miez (care au o structură de două quasi-particule) care se cuplează cu o cvasiparticulă dînd o componentă de trei cvasiparticule care are acelaşi K ca şi cvasiparticula exterioară miezului nuclear. Acest „mecanism" are loc la nucleele cu A impar. Ca urmare funcţia de undă intrinsecă a nucleonului care evoluează în afara miezului şi care se confundă cu funcţia de undă a întregului nucleu este formată din cvasiparticula de moment cinetic K plus o sumă de componente de trei cvasiparticule cu acelaşi K care provin din polarizarea miezului :

$$\gamma_K = \{N_K \alpha_K^+ + \sum_{\nu,\lambda,\lambda'} R_{\lambda\lambda'}^{\nu K}[\alpha_\nu^+ A_{\lambda\lambda'}^+]_K\}|0> \tag{3}$$

unde $A_{\lambda\lambda'}^+$ este bozonul 1^+ care are o structură de o sumă de produse de două cvasiparticule, iar condiţia de normare este

$$N_K^2 + \sum_{\lambda',\lambda,\nu} (R_{\lambda\lambda'}^{\nu K})^2 = 1 \tag{4}$$

Cu ajutorul lui (3) şi (4) s-au obţinut renormări foarte importante ale momentelor magnetice şi probabilităţilor tranziţiilor γ. În acest fel au fost explicate abaterile momentelor magnetice experimentale de la previziunile modelului uniparticulă a lui Nilsson.

Bochnacki şi Ogdza iar mai apoi Gabrakow [7] au arătat că termenul al doilea din (2) care reprezintă o interacţie de schimb joacă un rol impor-

tant pentru tranzițiile β permise rapide și are ca efect tot o polarizare a miezului în stările inițială și finală care capătă tot o formă matematică de tipul (3) cu alte valori pentru coeficienții numerici de amestec $R^{\nu K}_{\lambda\lambda'}$.

Scopul lucrării de față este de a extinde acest început de calcul la tranzițiile β, la o categorie de tranziții beta care prezintă interes teoretic mult mai mare decît tranzițiile permise rapide și anume tranzițiile interzise, care deși ar trebui să nu aibe loc, se produc totuși datorită unor mecanisme intime care țin de structura nucleului. Asemenea tranziții se caracterizează prin valori *ft* anormal de mari. Noi vom căuta în lucrarea prezentă să determinăm cît de mari sînt corecțiile care trebuiesc aduse valorilor ft ale tranzițiilor *N*-interzise datorită prezenței interacției de schimb spin-spin în hamiltonian.

2. Efectul interacției de spin-spin

Pentru emisia beta este important așa cum am spus mai sus al doilea termen din interacția efectivă (2). Constanta de interacție V_1 se determină din energia de despicare a dubleților de două cvasiparticule cu $\Omega = \Omega_{p_1} \pm \Omega_{p_2}$ și se găsește

$$V_1 = \begin{cases} \dfrac{59}{2} MeV & \text{pentru } V_0^{np} = 0 \\ \dfrac{5}{8} 59\ MeV & \text{pentru } V_0^{np} = -\dfrac{1}{4} V_0^{pp} \end{cases} \tag{5}$$

Dacă operatorul de tranziție beta are forma cunoscută dată în cuantificarea a doua

$$\mathfrak{M} = \sum_{\nu_p \nu_n'} < \nu_p | s_{\pm 1} | \nu_n' > a^+_{\nu_p} b_{\nu_n'} \tag{6}$$

unde ν_p și ν_n reprezintă stări protonice, respectiv neutronice, atunci Bochnacki și Ogdza [4] arată că datorită polarizării în miezurile nucleare ale stărilor inițială și finală se produce o renormalizare a elementelor de matrice ale lui $\mathfrak{M}$. Dacă calculul se face prin analogie cu cel efectuat pentru momentele magnetice se obține pentru factoruld e renormare $R^{\sigma\pm 1}_{\beta}$

$$\mathfrak{M}'/\mathfrak{M} = R^{\sigma\pm 1}_{\beta} = 1/(1 - \alpha^{(1)}_{\beta}) \tag{7}$$

unde

$$\alpha^{(1)}_{\beta} = -\frac{8V_1}{A} \sum_{\nu_p > 0, \nu_n'} | < \nu_p | s_{+1} | \nu_n' > |^2 \{ A^{(1)}_{\nu_p \nu_n'} + A^{(2)}_{\nu_p \nu_n'} + A^{(3)}_{\nu_p \nu_n'} + A^{(4)}_{\nu_p \nu_n'} \} \tag{8}$$

și

$$A^{(1)}_{\nu_p \nu_n'} = \frac{u^2_{\nu_p} \cdot v^2_{\nu_n'}}{E_{\nu_p} + E_{\nu_n'} \pm (E_{\nu_{n_1}} - E_{\nu_{p_2}})}; \qquad A^{(2)}_{\nu_p \nu_n'} = A^{(1)}_{\nu_n' \nu_p}$$

$$A^{(3)}_{\nu_p\nu_n'} = \frac{u^2_{\nu_n} v^2_{\nu_p'}}{E_{\nu_n} + E_{\nu_p'} \mp (E_{\nu_n^1} - E_{\nu_p^2})}; \quad A^{(4)}_{\nu_p\nu_n'} = A^{(3)}_{\nu_n'\nu_p}$$

Semnul de sus se referă la cazurile în care numărul de perechi de nucleoni nu se schimbă ca urmare a tranziţiei.

Calculul amplitudinei R_β revine aşadar la calculul sumei (8). Pentru a-l putea efectua trebuiesc cunoscute funcţiile de undă uniparticulă $|\nu_p>$ şi $|\nu_n'>$. Noi vom presupune că acestea sînt de tipul Woods-Saxon cu o parte radială propusă de Gareev şi grupul său [7]. Ele sînt de forma

$$|\nu> = \sum_{n,l,j} a^{\nu}_{nlj}\, \mathcal{R}_{nlj}(r)\, \mathcal{Y}^{\nu}_{lj} \tag{9}$$

unde $\mathcal{Y}^{\nu}_{lj}$ este un tensor sferic iar partea radială $\mathcal{R}_{nlj}(r)$ este de forma :

$$\mathcal{R}_{nlj}(r) = \frac{N_n}{r}\sqrt{\frac{A}{C}}\, H_n[S(r)]\, exp\,[-S^2(r)/2] \tag{10}$$

n fiind numărul de noduri, iar funcţia $S(r)$ este dată de expresia

$$S(r) = \begin{cases} B \ln\left(\dfrac{r}{A}\right) & \text{pentru } r \geqslant A \\ B_1 \ln\left(\dfrac{r}{A}\right) & \text{pentru } r \leqslant A \end{cases}$$

parametrii N_n, A, B, B_1 şi C fiind tabelaţi. În lucrare am folosit tabelele de astfel de funcţii de undă, publicate în 1973. Sumarea (8) am efectuat-o

Tabela 1

Tranziţia		R^{σ}_{β} calculat
$3^+/2$ [411]	$5^+/2$ [642]	0,4017
$3^+/2$ [411]	$3^+/2$ [651]	0,3987
$3^+/2$ [411]	$1^+/2$ [660]	0,4944
$3^+/2$ [411]	$1^+/2$ [400]	0,4326
$3^+/2$ [411]	$3^+/2$ [402]	0,3139
$3^+/2$ [411]	$1^-/2$ [521]	0,4467
$3^+/2$ [411]	$3^-/2$ [521]	0,4477

pentru 27 de nivele neutronice şi 25 de nivele protonice situate deasupra şi dedesubtul nivelelor Fermi neutronic şi protonic. Aceste nivele sînt indicate în lucrarea [7].

Dacă operatorul de tranziţie beta are forma

$$\mathfrak{M} = \sum_{\nu_p \nu_n'} < \nu_p | s_0 | \nu_n' > a^+_{\nu_p} b_{\nu_u'} \tag{11}$$

atunci elementele sale de matrice diferite de zero sînt cele pentru care $\nu_p = \nu_n'$. Acest fapt sugerează ideea că în cazurile cînd avem elemente de matrice ale operatorului s_0 atunci putem considera drept amplitudine de renormare $R_\beta^{\sigma_0}$, valoarea obţinută pentru renormarea factorului giromagnetic de spin la momentele magnetice, deoarece şi acolo se produce o renormare datorită prezenţei elementului de matrice $< \nu | \sigma_0 | \nu >$.

Aşadar, vom considera în aceste cazuri

$$R_\beta^{\sigma_0} = \frac{g_s^{eff}}{g_s} \tag{12}$$

raport calculat deja de mulţi autori cu ocazia studiului momentelor magnetice [3, 5,6].

În felul acesta apare o interesantă legătură între probabilităţile de tranziţie beta şi momentele magnetice.

Calcule concrete am efectuat pentru unele componente Coriolis ale stării finale $5/2^+$ corespunzătoare tranziţiei $(3/2^+[411])$ $Tb^{161} \rightarrow Dy^{161}(5/2^+)$, Rezultatele sînt prezentate în Tabela 1.

3. Concluzii

În prezenta lucrare am adoptat formalismul de calcul al renormalizării elementelor de matrice care conţin spinul şi care era propus în cazul modelului Nillson, la cazul funcţiilor de undă de tip Woods-Saxon care sînt mai realiste. Am obţinut în acest fel nişte amplitudini de renormalizare pentru tranziţia N-interzisă $Tb^{161} \rightarrow Dy^{161}$. Din aceste valori rezultă imediat că valoarea teoretică absolută ft a acestei tranziţii va fi puternic modificată de interacţia efectivă de schimb considerată în această lucrare. În adevăr tranziţia respectivă fiind de tipul Gamow-Teller (deci avînd elemente de matrice care conţin spinul ca elemente dominante) valoarea $(ft)_{cal.}$ este dată de

$$(tf)_{cal} = \frac{(ft)^{W.S.}_{n.p.}}{(R_\beta^{\sigma_\tau})^2 \, R_{r.s.}}$$

unde $(ft)^{W.S.}_{n.p.}$ este valoarea ft calculată cu model Woods-Sacon uniparticulă iar $R_{r.f.}$ este corecţia de suprafluiditate uzuală.

În lucrări ulterioare vom efectua un studiu sistematic al efectelor polarizării miezului nuclear datorită acestei interacţii asupra valorilor log ft. ale tranziţiilor beta interzise de toate felurile.

Catedra de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucureşti
Institutul de Fizică Atomică Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *D. Bogdan, Tr. Creţu, G. Macarie, M. J. Chernej*, Zeitschfrit für Physik 263, (1973) 121
2. *D. Bogdan, Tr. Creţu, G. Macarie*, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej Bucureşti, XXXIV, 5 (1972) 45.
3. *Z. Bochnacki, S. Ogaza*, Nucl. Phys. 69 (1965) 186; 83 (1966) 619.
4. *Z. Bochnacki, S. Ogaza*, Nucl. Phys. A 102 (1967) 529.
5. *N. J. Pyatov, M. I. Chernej, M. I. Baznat*, Preprint E4-5468 Dubna (1970).
6. *M. I. Chernej, M. I. Baznat, N. I. Pyatov*, Preprint E4-5550 Dubna (1970).
7. *F. A. Gareev, S. P. Ivanova, V. G. Soloviev, S. I. Fedotov*, Monografia „Physics of Elementary Praticles and Stomic Nuclei", vol. 4, Part 3, Moscow Atomizdat (1973) pag. 357.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 2
BUCUREȘTI

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z.: 66

ПОВЕДЕНИЕ АЛЮМИНАТНЫХ СОЕДИНЕНИЙ ИЗ КЛИНКЕРА ПОРТЛАНДЦЕМЕНТА ПОД ДЕЙСТВИЕМ РАСТВОРОВ ХЛОРИДОВ И СУЛЬФАТОВ *

И. ТЕОРЯНУ, НГУЕН НГОК АНХ

В одной из предыдущих работ было подвергнуто анализу поведение силикатов кальция, составляющих клинкер портландцемента [1]. Для полного выяснения действия хлористых и сульфатных растворов на минералы портландцементного клинкера, мы исследовали также корродирующее влияние упомянутых растворов на затрвердевший камень трикальцевого алюмината на тетракальцевый ферритоалюминат.

В исследований использовали растворы хлорида натрия, калия, магния, кальция, меди и цинка, концентрация которых колебалась в пределах от 800 до 2000 мг Cl^-/л, а также расторы сульфата натрия, калия, магния и кальция, концентрация которых колебалось в пределах от 500 до 4000 (8000) мг /SO_4^-/л. Были определены коэффициенты устойчивости при хранении в течение 2-х, 3-х и 6-ти месяцев. С этой цею былил подготовлены микропризмы размера в $1 \times 1 \times 3$ см из раствора 1:3 (вяжущее вещество -песок). Для обеспечения условий основности, найболее приближенных к условиям основности портландцементного камня, растворы 3 $CaO.Al_2O_3$ и $4CaO.Al_2O_3.Fe_2O_3$ были приготовлены на насыщенном растворе $Ca(OH)_2$. Микрообразцы были погружены в агрессивные растворы после предварительного затрвердения в течение двух недель в дистиллированной воде. Для расчёта коэффициента устойчивости на действие агрессивных растворов были приготовлены образцы, которые хранили только в дистиллированной воде (коэффициент устойчивости определился отношением механической прочности образца, подвергнутого действию агрессивного раствора, на механическую прочность образца.

Для получения дополнительных сведений, одновременно производили химический анализ образцов, храненных в растворах сульфата, с целью выявлниея изменений, произведенных в ионных концентрациях агрессивных растворов (выраженных через ΔC — мг SO_4^{2-}/л.).

Полученные результаты представлены в таблицах 1 и 2, а также на рис. 1.

---

* Принято в редакцию 11 IX 1973

Как ожидалось, экспериментальные данные доказали глубокую коррозию образцов из $3CaO.Al_2O_3$ и $4CaO.Al_2O_3$. Fe_2O_3 под действием сульфатных растворов. В данном случае речь идет о расширяющейся коррозии, более сильной в случае трикальцевого алюмината чем в случае тетракальцевого ферриталюмината. Коррозия идет быстрее при хранении в сульфате магния, вследствие большей скорости химического взаимодействия. Это явление наблюдается более отчётливо, если учитывать механизм протекания процесса [1, 2]:

$$Ca(OH)_2 \leftrightarrows Ca^{2+} + 2HO^-$$

$$MeSO_4 \leftrightarrows Me^{2+} + SO_4^{--}$$

$$Me^{++} + 2H_2O \leftrightarrows Me(OH)_2 + 2H^+$$

$$2H^+ + 2HO^- \leftrightarrows 2H_2O$$

$$SO_4^{--} + Ca^{++} \leftrightarrows CaSO_4$$

$$3CaO \cdot Al_2O_3 \cdot 6H_2O + 3(CaSO_4 \cdot 2H_2O) + 19H_2O \leftrightarrows$$

$$\leftrightarrows 3\ CaO \cdot Al_2O_3 \cdot 3\ CaSO_4 \cdot 31\ H_2O$$

Чем меньше растворимость металлического гидроксида, тем выше скорость протекания процесса. При анализе гидроксидов, соответствующих рассмотренными катионами — Na^+, K^+, Mg^{2+} и Ca^{2+} вытекает, что найменьшей растворимостью характеризуется гидроксид магния.

Между результатами, относящимися к коэффициенту устойчивости, и результатами, относящимися к изменениям в концентрациях

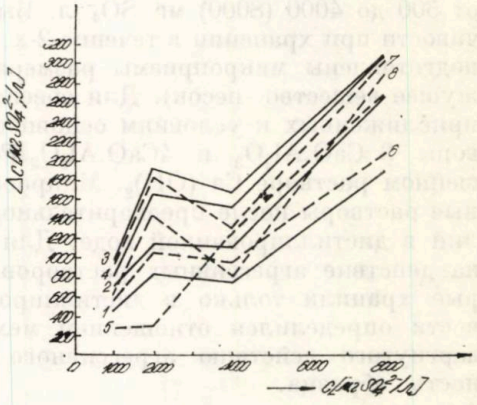


Рис. 1 — 1. Образцы C_3A сохранённые в растворе Na_2SO_4 в течение 2-х месяцев. 2. То же, сохраненные в течении 4-х месяцев (раствор заменили после 2 месяца). 3. Образцы C_3A сохраненные в растворе $MgSO_4$ в течении 2-х месяцев. 4. То же, сохраненные 4 месяца. 5. Образцы C_4AF сохраненные в растворе Na_2SO_4 в течении 2-х месяцев. 6. То же, сохраненные 4 месяца. 7. Образцы C_4AF сохраненные в растворе $MgSO_4$ в течении 2-х месяцев. 8. То же, сохраненные 4-х месяца.

ионов SO_4^{2-}, в агрессивном растворе существует квазиабсолютный параллелизм- рис. 1; найбольший спад в концентрации ионов SO_4^{2-} соответствует наименьшим коэффициентам устойчивости.

Растворы хлорида также оказывают значительно агрессивное воздействие на образцы из трикальцевого алюмината и тетракальцевого ферриталюмината, главным образом по-видиму, в результате повышения растворимости гидросоединений, которое влияет на процессы гидролиза и разложения. Этим можно было бы объяснить и нескалько повышенные

коэффициенты устойчивости, получаемые в случае хлорида кальция (раствор с общим ионов). Особый случай представляет поведение образцов трикальцевого алюмината при их хранении в насыщеном растворе хлорида цинка и меди. Возможен кальматаж образцов, вследствие более интенсивных и сплошных отложений $Cu(OH)_2$ и $Zn(OH)_2$ в условиях более высоких концентраций $CuCl_2$ и $ZnCl_2$ в агрессивных растворах и $Ca(OH)_2$ в межзернистых растворах проб $3CaO.Al_2O_3$ (при концентрации гидроксида кальция более высоком, чем в пробах $4\,CaO.Al_2O_3.Fe_2O_3$)*

Кафедра Технологии сичиктов и оксидных соединений

БИБЛИОГРАФИЯ

1. *И. Теоряну* и *Нгуен Нгок-Ан* — — ,,Соотношение между коррозивным эффектом растворов солей и природа ионов содержимых в них, при твердении силикатов кальция'', Бул. Политехн. Инст. Яссы **18/22** (3—4), 45 (1972)
2. *И. Теоряну*— ,,Технология вяжущих вещест и бетонов'', Педиздательство, Бухарест, 1967.

Таблица 1

Минералогическйи составляющий	Вид раствора	Срок хранения (мес.)	Коэффициент устойчивости при хранении в сульфатных растворах с концентрацией в мг SO_4^{2-}/л.					
			500	1000	1200	1500	2000	4000
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$3CaO \cdot Al_2O_3$	Na_2SO_4	2	0,775	0,632	—	—	0,512	0,464
		3	0,476	0,468	—	—	0,444	0,442
		6	0,430	0,408	—	—	0,407	0,392
	K_2SO_4	2	0,540	0,534	—	—	0,512	0,463
		3	0,473	0,466	—	—	0,419	0,391
		6	0,435	0,425	—	—	0,400	0,390
	$MgSO_4$	2	0,487	0,473	—	—	0,448	0,438
		3	0,471	0,463	—	—	0,393	0,333
		6	0,436	0,418	—	—	0,322	0,238
	$CaSO_4$	2	0,576	0,523	0,506	0,500	—	—
		3	0,477	0,444	0,416	0,412	—	—
		6	0,414	0,508	0,405	0,396	—	—
$4CaO.Al_2O_3.Fe_2O_3$	Na_2SO_4	2	0,784	0,664	—	—	0,639	0,598
		3	0,746	0,664	—	—	0,632	0,622
		6	0,736	0,652	—	—	0,555	0,530
	K_2SO_4	2	0,760	0,699	—	—	0,658	0,652
		3	0,739	0,662	—	—	0,631	0,532
		6	0,690	0,638	—	—	0,594	0,464
	$MgSO_4$	2	0,642	0,590	—	—	0,540	0,522
		3	0,630	0,550	—	—	—	—
		6	0,595	0,494	—	—	0,482	0,370
	$CaSO_4$	2	0,717	0,682	0,679	0,596	—	—
		3	0,686	0,672	0,662	0,603	—	—
		6	0,672	0,660	0,653	0,529	—	—

[1] Так как гидроксиды меди и цинка практически нерастворимы, процесс взаимодействия агрессивных растворов и вяжущего камня намного ускорены (см. вышеуказанный механизм).

Таблица 2

Минералогический составляющий	Вид раствора	Срок хранения (мес.)	Коэффициент усточивости при хранении в хлористых растворах с концентрацией в мг Cl^-/л			
			800	5000	10000	20000
1	2	3	4	5	6	7
$3CaO.Al_2O_3$	NaCl	2	0,877	0,807	0,798	0,781
		3	0,736	0,702	0,684	0,673
		6	0,672	0,701	0,675	0,648
	KCl	2	0,759	0,785	0,786	0,814
		3	0,744	0,745	0,786	0,674
		6	0,705	0,743	0,780	0,714
	$MgCl_2$	2	0,688	0,826	0,750	0,736
		3	—	0,810	0,707	0,655
		6	0,514	0,751	0,685	0,612
	$CaCl_2$	2	0,853	0,832	0,812	0,890
		3	0,830	0,785	0,780	0,835
		6	0,810	0,780	0,745	0,817
	$CuCl_2$	2	—	0,853	0,890	0,980
		3	0,731	0,899	0,935	0,965
		6	0,631	0,982	1,005	0,965
	$ZnCl_2$	2	0,766	0,832	0,850	0,950
		3	0,754	0,852	0,850	0,955
		6	0,636	0,760	1,002	0,925
$4CaO.Al_2O_3.Fe_2O_3$	NaCl	2	—	0,687	0,661	—
		3	0,682	0,672	0,662	0,651
		6	0,645	0,568	0,657	0,612
	KCl	2	0,726	0,727	0,744	—
		3	0,697	0,713	0,721	0,791
		6	0,684	0,697	0,703	—
	$MgCl_2$	2	0,600	0,775	0,768	0,721
		3	0,626	0,627	0,655	0,676
		6	0,602	0,640	0,648	0,669
	$CaCl_2$	2	0,603	0,860	0,906	0,912
		3	0,689	0,762	0,780	0,823
		6	0,685	0,760	0,768	0,821
	$CuCl_2$	2	0,650	0,732	0,769	0,690
		3	0,708	0,684	0,682	0,665
		6	0,605	0,622	0,615	0,605
	$ZnCl_2$	2	0,790	0,702	0,672	0,668
		3	0,760	0,665	0,658	0,655
		6	0,685	0,561	—	0,655

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 2
BUCUREȘTI

C.Z.: 537.5

STUDIUL STABILITĂȚII CHIMICE A IONIȚILOR INDIGENI

GHERGHINA TUDORACHE, MARIA FLOAREA, GH. IONIȚĂ

În prezent aplicațiile schimbătorilor de ioni în economia națională se extind din ce în ce mai mult, realizîndu-se simplificarea proceselor tehnologice, mărirea randamentelor de fabricație, îmbunătățirea calității produselor și reducerea prețului de cost.

Proprietățile chimice și fizico-mecanice caracteristice diferitelor tipuri de schimbători de ioni pe bază de copolimeri reticulați sînt în funcție atît de natura copolimerului reticulat, cît și de grupările ionogene și de dispunerea acestora în rețeaua macromoleculară.

Este cunoscut faptul că în timpul exploatării are loc o schimbare a proprietăților chimice și fizice ale ioniților ceea ce duce la pierderea parțială sau totală a capacităților de schimb.

Acest proces de uzură concomitent cu degradări mecanice este semnalat în literatura de specialitate sub denumirea de îmbătrînirea ioniților (2).

Procesul îmbătrînirii ioniților, se datorește mai multor factori, dintre care mai importanți sînt :

— utilizarea de soluții concentrate (acide, alcaline sau oxidante);

— variații brusce de pH, exploatarea lor la temperaturi necorespunzătoare, adsorbția ireversibilă de substanțe organice, etc.

Una dintre cele mai importante caracteristici chimice ale rășinilor schimbătoare de ioni este stabilitatea chimică.

Sub acțiunea mai îndelungată a oxidanților, bazelor și acizilor concentrați, capacitatea de schimb a ioniților diminuează considerabil.

Cunoașterea stabilității chimice a ioniților are o mare importanță practică permițînd să se stabilească dinainte domeniul lor de utilizare.

Stabilitatea chimică se apreciază după :

— variația capacității totale de schimb a ionitului ;

— oxidabilitatea soluției care a fost în contact cu ionitul ;

— pierderea în greutate a ionitului.

Deja în ultimul timp în literatura de specialitate au apărut o serie de publicații referitoare la stabilitatea chimică a unor tipuri de ioniți în soluții apoase, alcoolice, alcaline, acide sau oxidante (3—9).

Partea experimentală

Lucrarea de față și-a propus studierea stabilității chimice a cationiților indigeni : Vionit CS_3, Vionit CS_{21}, Vionit CS_{22}, Vionit CC_1, în soluții de acid sulfuric, acid azotic și hidroxid de sodiu de diferite concentrații.

* Manuscris predat redacției la data de 8 septembrie 1973.

Stabilitatea chimică s-a apreciat în funcție de variația capacității totale de schimb a ionitului și în funcție de oxidabilitatea soluției care a stat în contact cu ionitul.

Pentru comparație s-a studiat și cationitul de import Lewarit *LS*. 100_{G1}.

Ioniții de studiat au fost pregătiți pentru determinări conform indicațiilor din literatură [10], apoi într-un pahar conic de 250 ml, s-a introdus o cantitate de ionit în stare uscată, cîntărită la balanța analitică cu o precizie de 0,0001 g (1 g) și 100 ml acid sulfuric, sau de acid azotic, sau de hidroxid de sodiu, variind concentrația de la 1 *N* pînă la 15 *N*. Paharul s-a fixat la un refrigerent ascendent pe baia de apă (adusă la fierbere) și s-a ținut 90 de minute la temperatură constantă. După aceea, cationitul s-a separat de soluție prin filtrare pe un filtru cu placă poroasă G_1.

Ionitul rămas pe filtru s-a spălat bine cu apă distilată, s-a uscat la temperatura ambiantă 100 ore apoi s-a trecut cantitativ într-un pahar conic de 250 ml cu dop șlefuit pentru determinarea capacității de schimb (după contactul cu diferiți reactivi) prin metoda statică.

În aceleași condiții s-au determinat și capacitățile inițiale de schimb ale ioniților studiați.

Pentru determinarea capacității de schimb în condiții statice s-a folosit soluție de clorură de calciu 0,1 *N*.

Timpul de contact al ioniților cu soluția a fost de 120 ore, probele fiind agitate periodic. S-a filtrat și s-a determinat calciu din soluție prin metoda complexonometrică.

Capacitatea de schimb s-a experimentat în mech/g.

Stabilitatea chimică a ioniților s-a calculat după relația :

$$X = \frac{C_s'}{C} \cdot 100$$

în care :

X — stabilitatea chimică (%)
C_s — capacitatea de schimb inițială
C_s' — capacitatea de schimb după contact

Soluția separată de ionit, a fost utilizată pentru determinarea oxidabilității după cum urmează : într-un pahar conic de 250 ml s-au introdus 20 ml soluție de analizat. 10 ml soluție H_2SO_4 1/4 și 20 ml permanganat de potasiu 0,01 *N*. Paharul s-a ținut pe baia de apă la fierbere timp de 15 minute, după care s-au adăugat 20 cm^3 soluție de acid oxalic 0,01 N. Excesul de acid oxalic s-a titrat cu soluție de permanganat de potasiu 0,01 *N* la cald.

Oxidabilitatea ionitului exprimată în mgO_2/g ionit s-a calculat după relația :

Oxidabilitatea $mgO_2/g = (a - b)$ 0,08.5 în care : a — ml sol. de permanganat de potasiu 0,01 *N*
b — ml. sol. de acid oxalic 0,01 *N*
0.08 — cantitatea de oxigen corespunzătoare la 1 ml de $KMnO_4$ 0,01 *N* în mg.

Rezultatele obținute la studierea ioniților indicați mai sus sînt prezentate sub formă de tabele

Tabela 1

Variația capacității de schimb în soluții de acid sulfuric

Concentrația H_2SO_4	Capacitatea de schimb după contact (C_s') mech/g				
	Vionit CS_3 $C_s = 3,41$	Vionit CS_{21} $C_s = 3,61$	Vionit CS_{22} $C_s = 3,50$	Vionit CC_1 $C_s = 8,01$	Levatit LS_{100} $C_s = 4,15$
1 *N*	3,40	3,60	3,49	7,99	4,14
3 *N*	3,40	3,56	3,48	7,98	4,13
5 *N*	3.8	3,49	3,48	7,98	4,13
7 *N*	3,36	3,47	3,44	7,97	4,13
9 *N*	3,36	3,44	6,40	7,95	3,98
11 *N*	3,35	3,38	3,38	7,87	3,97
13 *N*	3,29	3,36	3,36	7,78	3,97
15 *N*	3,26	3,32	3,35	7,72	3,95

Tabela 2

Variația capacității de schimb în mediu de acid azotic

Concentrația HNO_3	Capacitatea de schimb după contact (C_s') mech/g				
	Vionit CS_3 $C_s = 3,41$	Vionit CS_{21} $C_s = 3,61$	Vionit CS_{22} $C_s = 3,50$	Vionit CC_1 $C_s = 8,01$	Levatit $LS_{100}G_1$ $C_s = 4,15$
1 *N*	3,38	3,54	3,41	7,98	4,13
3 *N*	3,29	3,51	3,38	7,96	4,11
5 *N*	3,22	3,48	3,35	7,94	4,09
7 *N*	3,20	3,46	3,32	7,90	4,06
11 *N*	3,15	3,35	3,24	7,85	4,02
13 *N*	3,11	3,30	3,22	7,83	4,02
15 *N*	3,02	3,24	3,16	7,76	3,99
9 *N*	3,18	3,40	3,28	7,87	4,04

Tabela 3

Variația capacității de schimb a cationiților în soluții de hidroxid de sodiu

Concentrația NaOH	Capacitatea de schimb (C_s') mech/g după contact				
	Vionit CS_3 $C_s = 3,41$	Vionit CS_{21} $C_s = 4,2$	Vionit CS_{22} $C_s = 4,0$	Vionit CC_1 $C_s = 9,4$	Levatit LS_{100} $C_s = 4,5$
1 *N*	3,04	3,98	3,88	9,08	4,29
3 *N*	3,04	3,88	3,88	9,08	4,29
5 *N*	3,04	3,88	3,88	0,08	4,19
7 *N*	3,03	3,80	3,88	9,08	4,18
9 *N*	3,03	3,78	3,88	9,08	4,14
11 *N*	3,03	3,78	3,88	8,99	4,09
13 *N*	3,03	3,69	3,88	8,98	4,09

Tabela 4

Stabilitatea chimică a cationiților în mediu de acid sulfuric

Concentrația H_2SO_4	Stabilitatea chimică (X) %				
	Vionit CS_3	Vionit CS_{21}	Vionit CS_{22}	Vionit CC_1	Levatit LS_{100}
1 N	99,70	99,72	99,71	99,75	99,75
3 N	99,70	98,61	99,42	99,75	99,75
5 N	99,12	97,17	99,42	99,75	99,75
7 N	98,53	96,11	99,88	99,50	99,75
8 N	98,53	95,29	97,14	99,25	99,14
11 N	98,26	93,62	96,30	98,24	95,60
13 N	96,48	93,07	96,00	97,12	95,66
15 N	95,60	91,68	95,71	96,37	95,18

Tabela 5

Stabilitatea chimică a cationiților în mediu de acid azotic

Concentrația HNO_3	Stabilitatea chimică (X) %				
	Vionit CS_3	Vionit CS_{21}	Vionit CS_{22}	Vionit CC_1	Levatit $LS_{100}G_1$
1 N	99,91	98,06	97,42	99,62	99,27
3 N	96,49	97,22	96,55	99,37	99,03
5 N	94,42	96,39	95,71	99,12	98,77
7 N	93,84	95,84	94,85	98,74	97,82
9 N	93,84	94,18	93,71	98,24	97,35
11 N	82,37	92,79	92,56	98,00	96,86
13 N	91,20	91,41	92,00	97,62	96,86
15 N	88,56	89,75	90,28	96,91	96,14

Tabela 6

Stabilitatea chimică a cationiților în mediu de hidroxid de sodiu

Concentrația NaOH	Stabilitatea chimică (X) %				
	Vionit CS_3	Vionit CS_{21}	Vionit CS_{22}	Vionit CC_1	Levatit LS_{100}
1 N	89,14	97,14	97,00	96,59	95,33
3 N	89,14	92,38	97,00	96,59	95,33
5 N	89,14	92,38	97,00	96,59	91,22
7 N	88,85	90,48	97,00	96,59	92,88
9 N	88,85	90,00	97,00	96,59	92,00
11 N	88,85	90,00	97,00	95,63	90,88
13 N	88,85	87,87	97,00	95,53	90,88

Cationiții indigeni (Vionit CS_3, Vionit CS_2°, Vionit CS_{22}, Vionit CC_1) au o bună stabilitate chimică în soluții de acid sulfuric de concentrații 1—15 N.

Stabilitatea lor chimică este comparabilă cu cea a cationitului de import Lewatit $LS_{100}{}^{G}{}_{1}$.

Cu creșterea concentrației soluției de acid sulfuric, se constată o slabă variație a stabilității chimice, care în majoritatea cazurilor este mai mare de 95% (cu excepția cationitului Vionit CS_{21}, în soluții de acid sulfuric de o concentrație mai mare de 11 N.

În mediu oxidant (soluții de acid azotic de concentrație 1—15 N), stabilitatea chimică este puțin mai scăzută.

În cazul cationiților CS_3, CS_{21}, CS_{22}, stabilitatea chimică a scăzut sub 93%, în soluții de acid azotic cu o concentrație mai mare de 7 N.

În mediu alcalin (soluții de hidroxid de sodiu 1—13 N) s-au remarcat variații mici ale capacității de schimb, după contact, însă stabilitatea chimică numai în cazul cationitului CS_3 a fost sub 90%.

Tabela 7

Oxidabilitatea soluțiilor de acid sulfuric după contactarea cu cationiți

Concentrația H_2SO_4	Oxidabilitatea mg.O_2/g ionit				
	Vionit CS_3	Vionit CS_{21}	Vionit CS_{22}	Vionit CC_1	Levatit LS_{100}
1 N	0,29	0,65	0,61	0,27	0,56
3 N	0,87	1,53	0,64	0,33	0,68
5 N	1,42	2-27	0,97	0,37	0,72
7 N	1,69	2,78	2,03	0,79	0,96
9 N	2,01	3,75	3,22	2,42	2,53
11 N	3,39	4,22	3,38	3,23	3,35
13 N	4,16	5,09	4,06	4,53	3,82
15 N	4,77	5,31	4,69	4,44	4,07

Tabela 8

Oxidabilitatea soluțiilor de acid azotic după contactarea cu cationiți

Concentrația HNO_3	Oxidabilitatea mg O_2/g ionit				
	Vionit CS_3	Vionit CS_{21}	Vionit CS_{22}	Vionit CC_1	Lewatit LS_{100}
1 N	1,36é	3,26	3,99	1,10	1,28é
3 N	6,50	3,33	4,52	2,21	2,00
5 N	11,40	5,05	5,41	2,92	2,85
7 N	12,58	6,69	6,50	4,00	4,21
9 N	13,78	11,60	7,72	5,24	5,70
11 N	14,70	12,61	9,68	6,66	7,45
13 N	16,12	14,01	10,71	7,20	7,62
15 N	17,69	14,03	11,29	7,45	7,78

Tabela 9

Oxidabilitatea soluțiilor de hidroxid de sodiu după contactarea cu cationiți

Concentrația NaOH	Oxidabilitatea mg O_2/g ionit				
	Vionit CS_3	Vionit CS_{21}	Vionit CS_{22}	Vionit CC_1	Lewatit LS_{10C}
1 *NN*	0,79	0,83	0,91	0,79	0,75
3 *N*	0,79	0,83	0,91	0,79	0,75
5 *N*	0,79	0,83	0,91	0,79	0,75
7 *N*	0,79	0,88	0,91	0,79	0,75
9 *N*	0,79	0,87	0,91	0,79	0,75
11 *N*	0,79	0,87	0,91	0,79	0,79
13 *N*	0,83	0,89	0,91	0,79	0,79

Cu creșterea concentrației soluției de acid sulfuric, se constată o ușoară creștere a oxidabilității soluției care a stat în contact cu cationitul (0,27—5,31 mgO_2/g).

În mediu oxidant, oxidabilitatea soluțiilor după contactarea cu cationiții studiați a fost mai mare (1,1—17,69 mgO_2/g).

În mediu alcalin oxidabilitatea soluțiilor după contactarea cu cationiții a rămas aproape constantă, fiind sub 1 mgO_2/g.

Această neconcordanță între rezultatele obținute după oxidabilitatea soluției care a stat în contact cu cationitul și între stabilitatea chimică, calculată în funcție de capacitatea de schimb după contact, se datorește probabil compoziției granulometrice a cationiților care nu a fost constantă.

Concluzii

1. Cationiții indigeni (Vionit CS_3, Vionit CS_2, Vionit CS_{22}, Vionit CC_1) au o bună stabilitate chimică în mediu acid, alcalin și oxidant.

2. Proprietățile lor de schimb se mențin aproximativ aceleași, chiar și în soluții concentrate și după o perioadă de contact mai îndelungată.

3. Cationiții studiați pot fi utilizați în mediu acid și în mediu alcalin, atît în soluții diluate, cît și în soluții concentrate.

Catedra de chimie și tehnologie chimică anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *K. M. Saldatze*, Ionoobmenie viscomoleculearnie soedinenia. Goshimizdat Moscova, 1960.
2. *Al. Davidov, G. M. Lisovina* Kolloid Jurnal, 23, 1961, pg. 145.
3. *T. D. Ionescu* Schimbători de ioni. Ed. didactică 1964, pg. 174.
4. *I. Petrariu O., Petreiuș* Revista de chimie nr. 3, 1971, pg. 177.
5. *M. A. Saburov, K. M. Soldatze* Jurnal priklod khim, 1, 1966, pg. 106.
6. *A. C. Koniseva, N. M. Morozova* Sintez i sovistva ionoobmenih materialov. Ed. A. N. SSSR 1968, pg. 115.
7. *I. Petrariu, S. Drăgan* Revista de chimie nr. 4, 1970, pg. 207.
8. *N. W. Frisch, Kunin* Ind. Ing. Chem. 49, 1957, pg. 365.
9. *T. Mizuno* Kogyo Kagaku Zasshi 69, 1966, pg. 1254.
10. *T. D. Ionescu și alții* Lucrări practice tehnologia chimică generală și schimb ionic.
11. *E. B. Trostianskaia* Ionoobmennie smoli (ioniti). Ionini obmen i evo primenenie. Academia nauk SSSR, Moscova, 1959.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 2
BUCUREȘTI

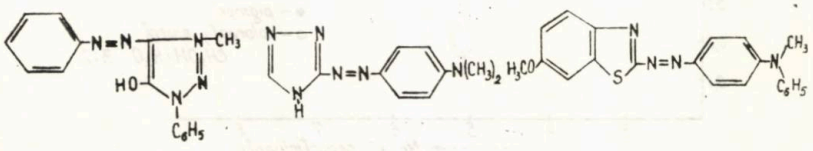
C.Z.: 543.061

ROLUL STRUCTURII MOLECULEI ÎN CROMATOGRAFIA PE HÎRTIE APLICATĂ LA COLORANȚI AZOICI HETEROCICLICI

EUGENIA BALTĂ, RENATE KRAUS

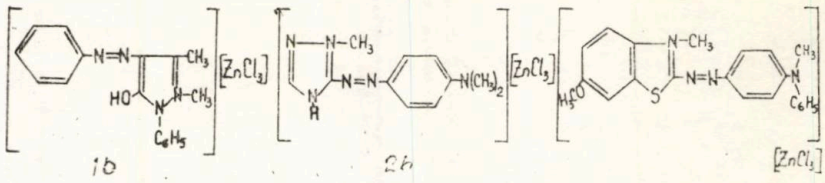
Datele din literatură referitoare la cromatografia pe hîrtie aplicată la separarea coloranților prezintă în general aspecte legate de determinarea purității, fără a indica însă existența unor corelații între diverși parametri care stau la baza acestei metode. Datorită acestui fapt, precum și a absenței unor lucrări referitoare la cromatografia pe hîrtie în domeniul coloranților azoici cationici heterociclici, s-au inițiat în cadrul laboratorului de Chimie Anorganică și Analitică din Institutul Politehnic București, o serie de lucrări în această clasă de compuși organici [1—2]. Astfel, s-a pornit de la o serie de puncte de vedere originale în domeniul cromatografiei coloranților și anume, pe de o parte de la existența unei proprietăți comune tuturor coloranților azoici heterociclici: prezența unei conjugări $p-\pi$ în moleculă și pe de altă parte, de la existența unei sarcini pozitive apărute în urma cuaternizării. Deasemenea, s-a ținut cont și de o indicație din literatură [3] care arată că moleculele compușilor ce formează cu eluentul utilizat legături de hidrogen intermoleculare, au R_f-ul mai mare decît cele la care acest tip de legături lipsesc.

Pigmenții și coloranții studiați în prima parte a lucrării conțin în molecula lor un nucleu 1-fenil-3-metil-5-pirazolonic (1), 1,2,4-triazolic (2) și 6-metoxi-benzotiazolic (3), cu următoarele formule (*a*-pigment, *b*-colorant):



1a 2a 3a

* Manuscris predat redacției la data de 21 martie 1973



1b 2b 3b

Datorită caracterului bazic mai mult sau mai puțin pronunțat, este de așteptat ca un eluent cu proprietăți acide să dea rezultate satisfăcătoare; deasemenea, datorită existenței proprietății comune, conjugarea $p-\pi$ mai mult sau mai puțin extinsă pe întreaga moleculă, același eluent ar trebui să prezinte în cele trei cazuri, o separare netă, acceptabilă din punct de vedere cromatografic. Încercările efectuate au confirmat valabilitatea ipotezelor emise, prin găsirea unui eluent optim CH_3OH-H_2O 3 : 2 (în volume) pe hîrtie cromatografică MN 214, cînd s-au obținut următoarele R_f-uri: compuși pirazolonici: 1a 0,45, 1b 0,78; compuși triazolici: 2a 0,80, 2b 0,85; compuși benzotiazolici: 3a 0,98, 3b 0,9. Din datele prezentate, trebuie reținute două aspecte: valorile apropiate ale R_f-ului în cazul pigmentului și colorantului triazolic și inversarea valorilor R_f-ului la componenții benzotiazolici. Primul aspect se poate explica ținînd seama de faptul că atît în molecula pigmentului cît și a colorantului 1,2,4-triazolic există un număr suficient de mare de perechi de electroni neparticipanți pentru a forma legături de hidrogen cu eluentul (atomi de azot, răspunzători de formarea acestor legături existînd atît în hetero-

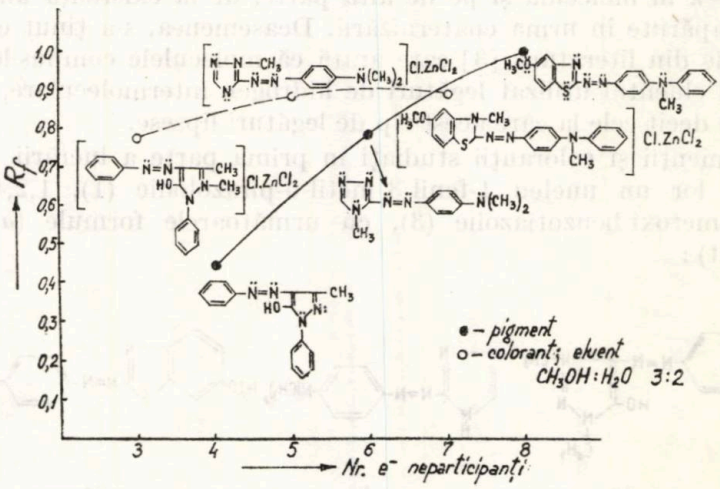
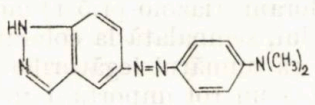


Fig. 1. Corelarea între R_f și numărul perechilor de electroni neparticipanți la pigmenți și coloranți azoici heterociclici cu nucleu pirazolonic, 1,2,4-triazolic și benzotiazolic.

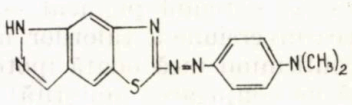
ciclu, cît și în molecula cuplantei). Al doilea aspect, inversarea valorilor R_f-ului la componenții benzotiazolici, confirmă pe de o parte faptul că numărul legăturilor de hidrogen joacă un rol esențial și pe de altă parte faptul că atomii care formează legături de hidrogen cele mai puternice sînt cei de azot. Astfel, prin blocarea heteroatomului de azot din benzotiazol în urma reacției de cuaternizare, cînd se formează colorantul 3b, scad „centrii" de formare a legăturilor de hidrogen, în consecință R_f-ul pigmentului va fi mai mare decît cel al colorantului.

Pe baza datelor obținute, s-a încercat o corelare între R_f și numărul perechilor de electroni neparticipanți care contribuie la bazicitatea moleculei și la apariția legăturilor de hidrogen. Această corelare, prezentată în figura 1, confirmă, așa cum era de așteptat ținînd cont de premiza de la care s-a pornit, existența unei proporționalități între cei doi factori menționați. Panta diferită a dreptelor în cazul pigmenților și a coloranților, se explică prin suprapunerea unei sarcini pozitive peste legăturile de hidrogen formate, în cel de al doilea caz, conducînd la micșorarea pantei dreptei respective.

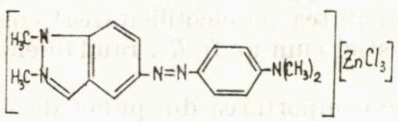
Dependența stabilită a fost verificată cu ajutorul a doi pigmenți și coloranți heterociclici și anume cu nucleu indazolic (4 a și b) și tiazolo-[4,5f]-indazolic (5a și b), utilizînd același eluent și aceiași hîrtie cromatografică :



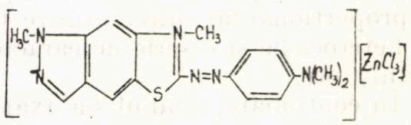
4a



5a



4b



5b

Din figura 2, în care sînt corelate și valorile R_f-urilor celor doi pigmenți și coloranți de mai sus, se observă că R_f-ul pigmentului indazolic ($R_f = 0{,}59$) este mai mare decît al celui pirazolonic ($R_f = 0{,}45$) datorită unui număr mai mare de perechi de electroni neparticipanți, iar R_f-ul pigmentului tiazolo- [4,5 f]-indazolic ($R_f = 0{,}81$) este mai mic decît al pigmentului benzotiazolic ($R_f = 0{,}98$) (cu același număr de perechi de electroni neparticipanți) datorită unei conjugări mai puțin extinse în primul component (5).

În consecință, această corelație între R_f și structura unor coloranți cu heterociclu diferit s-ar putea explica printr-o conjugare $p - \pi$ mai mult sau mai puțin extinsă pe întreaga moleculă, ceea ce determină for-

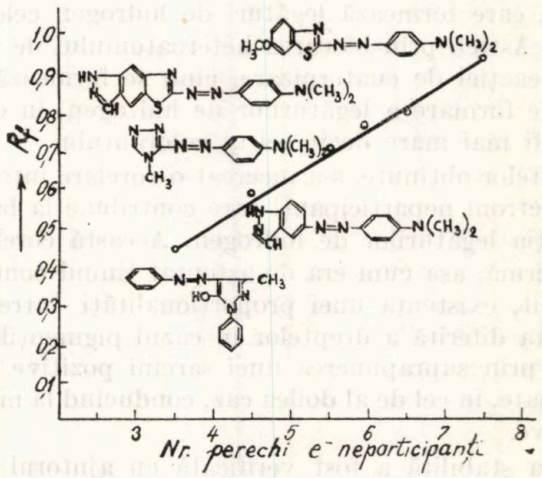
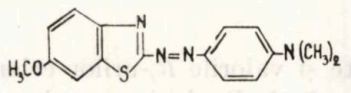


Fig. 2. Corelarea între R_f și numărul perechilor de electroni neparticipanți în clasa coloranților azoici heterociclici.

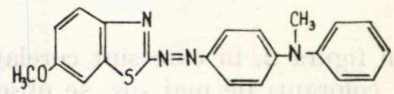
marea de legături de hidrogen într-un număr diferit. Se menționează faptul că și la sistemul pigment — colorant tiazolo-[4,5 f]-indazolic se observă acea inversiune a valorilor R_f-ului, semnalată la coloranți benzotiazolici, confirmînd încă odată ipoteza că numărul legăturilor de hidrogen (legată de conjugarea amintită) joacă un rol important în acest domeniu.

Această dependență între R_f și structura coloranților azoici heterociclici a fost confirmată de studii efectuate cu ajutorul metodei de analiză termică diferențială în soluție și suspensii [4] generalizînd astfel existența unei proporționalități directe între bazicitatea (nucleofilicitatea) colorantului heterociclic și o serie de caracteristici cum ar fi R_f, randamentul în colorant, etc.

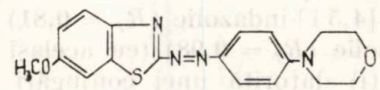
În continuare, studiul s-a axat pe comportarea din punct de vedere cromatografic a unor coloranți cu heterociclu comun și cuplantă diferită. Este vorba de pigmenții și coloranții benzotiazolici, prezentați mai jos :



6a



7a



8a

a căror importanţă practică este extrem de mare. Pe baza datelor cunoscute şi din cele prezentate pînă acum, se poate afirma că, din seria studiată, aceşti coloranţi prezintă bazicitatea cea mai pronunţată, ea variind în cazul de mai sus astfel : 2-amino-6-metoxi-benzotiazol → dimetil-anilină (6a) > 2-amino-6-metoxi-benzotiazol → N-metil-difenilamină (7a) > 2-amino-6-metoxi-benzotiazol → N-fenil-morfolină (8a). În legătură cu aceşti coloranţi benzotiazolici s-a pus problema găsirii unui eluent care să prezinte o aciditate mai mare, corespunzătoare bazicităţii pigmenţilor respectivi, fiind în acelaşi timp mai convenabil din punct de vedere economic. O serie de studii efectuate au condus la recomandarea eluentului CH_3-COOH : H_2O (1 : 1) în volume, utilizînd aceeaşi hîrtie cromatografică MN 214, cînd au fost obţinute următoarele valori : $R_f(6) = 0{,}42$; $R_f(7) = 0{,}61$; $R_f(8) = 0{,}40$.

Datele obţinute în acest caz par la prima vedere surprinzătoare. Dacă în cazul coloranţilor, valoarea obţinută la cel cu N-metil-difenil amină (7) coincide la utilizarea acidului acetic ca eluent ($R_f = 0{,}93$) cu cea rezultată la folosirea metanolului ca eluent ($R_f = 0{,}9$) şi conduce la ideea că existenţa sarcinii pozitive este cea care domină asupra legăturilor de hidrogen (egalînd valorile), problema apare ceva mai complicată în cazul pigmenţilor ca atare, întrucît se observă că ordinea descrescătoare a bazicităţii lor nu coincide cu variaţia R_f-ului în acelaşi sens. Aceasta s-ar putea explica ţinînd cont de o serie de aspecte particulare atît a eluentului cît şi a pigmenţilor respectivi. Astfel, în ceea ce priveşte acidul acetic, acesta poate forma legături de hidrogen cu substanţe care au o bazicitate corespunzătoare, respectiv care prezintă centre cu perechi de electroni neparticipanţi şi care ar determina astfel manifestarea caracterului polar al acidului acetic.

În ceea ce priveşte pigmenţii benzotiazolici, valorile R_f-urilor obţinute s-ar putea explica ţinînd cont de localizarea sau de delocalizarea electronilor neparticipanţi la atomii apţi de a forma legături de hidrogen. În acest sens, valoarea cea mai mare a R_f-ului obţinut la pigmentul benzotiazolic (7) s-ar datora faptului că conjugarea $p - \pi$ mai puţin extinsă, ar localiza electronii p, favorizînd formarea unor legături de hidrogen mai numeroase. Pe baza acestei determinări apare evidentă concluzia că nu atît tăria legăturii de hidrogen determină valoarea R -ului, ci numărul de legături de hidrogen pe care le formează componentul adecvat al eluentului cu pigmentul respectiv.

Datele obţinute în continuare confirmă această ipoteză. Astfel, în cazul pigmentului benzotiazolic (6), conjugarea $p - \pi$ extinsă pe întreaga moleculă delocalizează electronii p de la atomii apţi de a forma legături de hidrogen, mărind astfel densitatea de electroni la heteroatomul de azot din ciclu, dar micşorînd numărul centrilor de formare al legăturilor de hidrogen. Deşi bazicitatea moleculei respective este mai mare, deci legătura de hidrogen care se formează ar fi mai puternică, totuşi R_f-ul este sensibil mai mic decît în cazul precedent, deoarece el este determinat de numărul de legături de hidrogen formate. În ceea ce priveşte valoarea R_f-ului pigmentului benzotiazolic (8) el este practic identic cu cel al pigmentului (6), deşi primul prezintă o bazicitate mult micşorată comparativ cu pigmenţii benzotiazolici anteriori. Aceasta s-ar explica

deasemenea prin fenomenul de delocalizare al electronilor p datorat atomului de oxigen din morfolină, care prezintă o electronegativitate pronunțată.

Faptul că legăturile de hidrogen joacă un rol important în cromatografia pe hîrtie al coloranților azoici heterociclici este atestat și de valorile mai mici ale R_f-ului pigmenților benzotiazolici obținute la utilizarea acidului acetic ca eluent comparativ cu folosirea metanolului în același scop. Ori, este cunoscut faptul că alcolii formează mai ușor legături de hidrogen decît acizii organici, conducînd astfel la obținerea unor valori mai mari ale R_f-ului.

Concluzii

În lucrarea de față s-a urmărit corelarea valorii R_f-ului cu caracteristici de bază ale pigmenților și coloranților azoici heterociclici. S-a pus astfel în evidență pentru prima dată la cromatografia coloranților faptul că bazicitatea (nucleofilicitatea) moleculei respective determină valoarea R_f-ului, existînd o proporționalitate directă între numărul perechilor de electroni neparticipanți care determină conjugarea $p-\pi$ și R_f. Deasemenea s-a precizat că numărul legăturilor de hidrogen și nu tăria lor determină în mod pregnant valoarea R_f. În consecință, substanțele organice care aparțin clasei coloranților azoici heterociclici pot fi studiate cromatografic utilizînd unul din cei doi eluenți indicați în lucrarea prezentată, funcție de caracteristicile structurale (conjugarea $p-\pi$ mai mult sau mai puțin extinsă) ale moleculei respective.

Catedra de chimie și tehnologia chimică anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Eugenia Baltă*, Comunicare la cea de a III-a Conferință Națională de Chimie Analitică, sept. 1971; publicată în materialele conferinței, Vol. IV, p. 145–150.
2. *Eugenia Baltă*, Chim. Anal. 2, *4*, p. 262–265 (1972)
3. *I. M. Hais, K. Macek*, Cromatografia pe hîrtie, ed. Tehnică, București, p. 675 (1960) (traducere din l. cehă)
4. *Eugenia Baltă*, Rev. Roum. Chimie,17, *7*, p. 1241–1252 (1972)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ",
Tomul XXXVII – 1975, Numărul 2
BUCUREȘTI

UTILAJ CHIMIC

C.Z.:66.02

COEFICIENTUL DE UMFLARE A TOPITURILOR DE POLIMER LA EFORTURI DE FORFECARE MEDII ȘI MICI *

GHEORGHE IORDACHE

Scurgerea unei topituri de polimer printr-un ajutaj este însoțită, în general, de umflarea vînei de topitură la ieșirea în atmosferă [1—4].

Fenomenul se consideră că se datorează eforturilor unitare normale ce se dezvoltă în topitură [4—7]. Energia elastică corespunzătoare, acumulată în material, în măsura în care eforturile unitare normale nu au relaxat pe parcursul trecerii lor prin ajutaj, duce la umflarea vînei.

Pe cale teoretică, umflarea nu a putut fi reprezentată, pînă acum [1]. O posibilitate de abordare a problemei — cu utilizarea legilor de conservare a masei și a momentului — este prezentată în cele ce urmează [3.

Legea conservării masei, exprimată pentru planele AB și XY ale vînei de topitură, figura 1, dă:

$$2\pi\rho \int_0^{R_0} ru(r)\,dr = \rho\, U_\infty \pi R_\infty^2, \tag{1}$$

în care ρ — densitatea materialului, $u(r)$ — viteza materialului în planul AB; U_∞ — viteza materialului, constantă pe secțiune, după umflarea la valoarea finală.

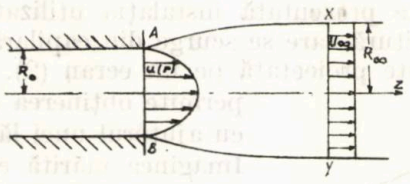


Fig. 1. — La legea conservării masei.

Relația (1) a fost scrisă în ipoteza că se neglijează efectul gravitației și cel al tensiunii superficiale și că, în condițiile fenomenului examinat, densitatea nu variază. Se neglijează, de asemenea, efectul frecării

* Manuscris predat redacției la data de 21 martie 1973

dintre vîna de topitură și aer. În aceste condiții, ecuația momentelor, scrisă pentru secțiunile AB și XY considerate, este :

$$-2\pi g\int_0^{R_0} r\tau_{zz}(r)dr + 2\pi\rho\int_0^{R_0} ru^2(r)\,dr = \rho U_\infty^2\pi R_\infty^2, \qquad (2)$$

unde $\tau_{zz}(r)$ — componenta normală, după axa z, a tensorului eforturilor unitare normale; g — factor dimensional.

Mărimile U_∞ și (R_∞/R_0) — coeficientul de umflare — care sînt caracteristici ale fenomenului, pot fi determinate cu ajutorul relațiilor (1) și (2) dacă sînt cunoscute funcțiile $u(r)$ și $\tau_{zz}(r)$. În cazul fluidelor pur vîscoase newtoniene, pentru care $\tau_{zz}(r) = 0$, rezultă, după cum arată [2]

$$(R_\infty/R_0) = 0{,}866 < 1.$$

Se constată că, în acest caz, este vorba despre o gîtuire a vînei la ieșirea din ajutaj.

Pentru cazul general, al fluidelor nenewtoniene, cu comportare vîscoelastică, determinarea analitică a valorilor eforturilor unitare normale este încă legată de dificultăți.

Efectul de umflare este în majoritatea cazurilor nedorit, deoarece modifică dimensiunile și chiar forma produsului, după ce acesta părăsește capul de extrudere. De aceea este necesar să se cunoască coeficientul de umflare, ceea ce permite corectarea profilului filierei, pentru obținerea produsului finit la forma și dimensiunile dorite.

În cele ce urmează se prezintă determinări experimentale pentru variația coeficientului de umflare, în funcție de efortul unitar de forfecare, pentru trei materiale plastice, dintre cele mai frecvent utilizate : polietilenă de înaltă densitate, polistiren și PVC, la diferite valori ale arportului L/D_0 (lungime/diametru pentru capilară).

Aparatura utilizată

În figura 2 este prezentată instalația utilizată pentru măsurarea umflării. Vîna de topitură care se scurge din capilară (1), a unui plastometru cu capilară, este proiectată pe un ecran (2). Setul de lentile (3) permite obținerea unei imagini mărite, cu ajutorul unei lămpi de proiecție (4). Imaginea mărită este măsurată pe ecran. Cunoscînd diametrul capilarei și diametrul vînei de topitură, după umflare, determinarea coeficientului de umflare (D_∞/D_0) este simplă. S-au utilizat cinci capilare ale căror caracteristici geometrice sînt prezentate în tabelul 1, iar eforturile unitare la peretele

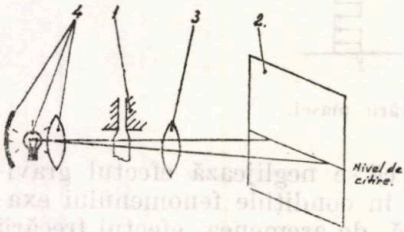


Fig. 2. — Schema aparatului.
1. capilară; 2. ecran; 3. set de lentile; 4. lampă de proiecție.

capilarei, unde s-au efectuat măsurătorile, sînt indicate în tabelul 2, în funcție de presiunile de lucru alese și de raportul L/D_0 al capilarei.

Tabela 1

L/D_0	D_0 [cm]	L [cm]
12,715	0,2373	3,0172
19,877	0,3015	5,9932
29,97	0,1922	5,9679
40,8	0,1955	7,967
52,08	0,1921	10,0045

Tabelul 2

L/D_0	τ[daN/cm²]		
	$\Delta p = 3$	$\Delta p = 6$	$\Delta p = 9$
12,715	0,006	0,12	0,18
19,877	0,0377	0,0754	0,1131
29,97	0,025	0,05	0,075
40,8	0,0177	0,0354	0,0531
52,08	0,0144	0,0288	0,0432

* Efortul unitar a fost calculat cu relația:

$$\tau = \frac{\Delta p\, D_0}{4L}.$$

Temperaturile de lucru au fost astfel alese, încît efectul de umflare să fie convenabil.

Studiind familiile de curbe obținute, funcție de efortul unitar de

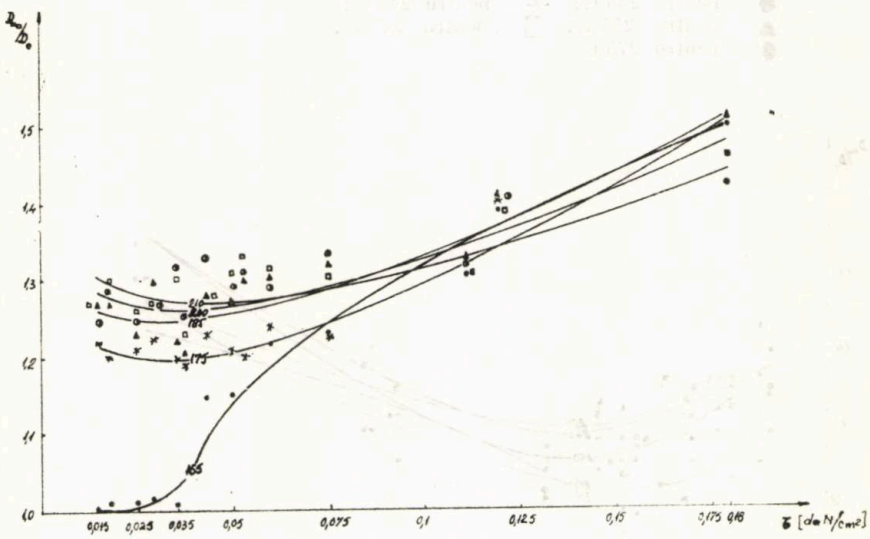


Fig. 3. — Dependența coeficientului de umflare de efortul unitar de forfecare, pentru polietilenă, la diferite temperaturi.
● — pentru 165°C; ✳ — pentru 175°C;
▲ — pentru 185°C □ — pentru 200°C;
◐ — pentru 210°C.

forfecare, pentru diferite materiale la diferite temperaturi (fig. 3—5), se pot trage următoarele concluzii:

1. În general alura curbelor se păstrează neschimbată pentru toate temperaturile și toate materialele, cu excepția curbelor cuprinzînd valori

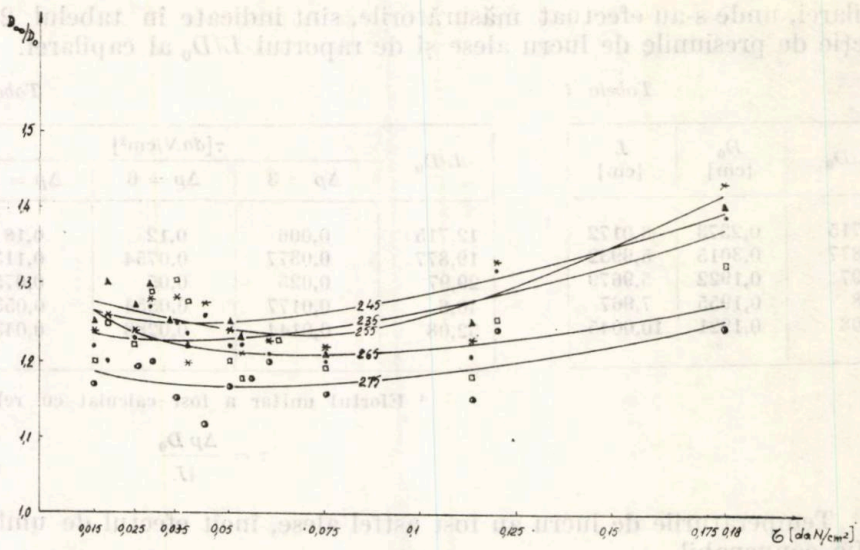


Fig. 4. — Dependența coeficientului de umflare funcție de efortul unitar de forfecare pentru PVC, la diferite temperaturi.

● — pentru 235°C; ✳ — pentru 245°C;
▲ — pentru 255°C; □ — pentru 265°C;
◐ — pentru 275°C.

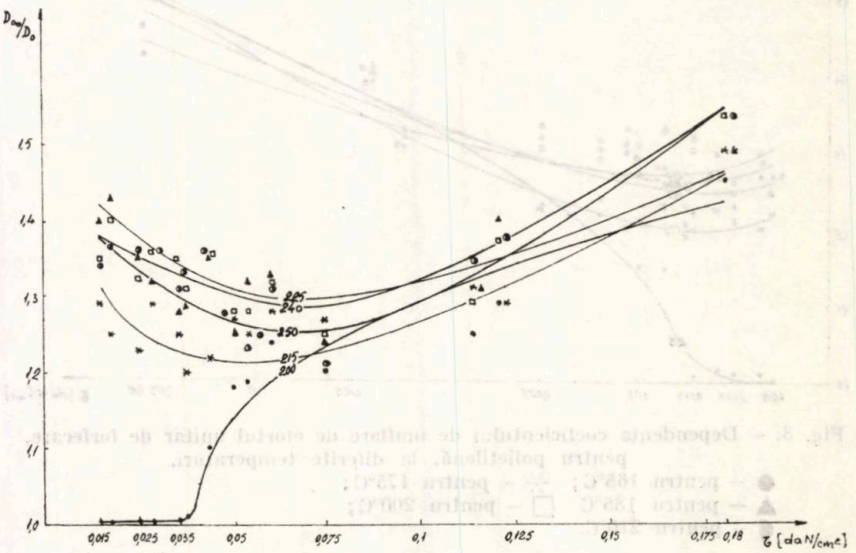


Fig. 5. — Dependența coeficientului de umflare funcție de efortul unitar de forfecare, pentru polistiren, la diferite temperaturi.

● — pentru 200°C; ✳ — pentru 215°C;
▲ — pentru 255°C; □ — pentru 240°C;
◐ — pentru 250°C.

prea reduse ale temperaturii, la care materialul nu este suficient plastifiat (fig. 3, pentru temperatura de 165° C și fig. 5, pentru temperatura de 200°C.)

2. Curbele coeficientului de umflare prezintă o valoare minimă pentru fiecare temperatură în parte (fig. 3—5).

3. Valorile coeficientului de umflare prezintă un cîmp de împrăștiere minim la o anumită valoare a efortului unitar de forfecare, care depinde de material. Astfel pentru polietilenă, împrăștierea minimă este la $\tau = 0{,}12$ daN/cm^2, pentru PVC la $\tau = 0{,}06$ daN/cm^2, iar pentru polistiren la $\tau = 0{,}1$ daN/cm^2.

4. Lucrările de specialitate [3], menționează adeseori scăderea coeficientului de umflare cu creșterea temperaturii. Din examinarea curbelor prezentate se constată că, la începutul intervalului, coeficientul de umflare crește, și pe măsură ce materialul devine mai plastic (prin creșterea temperaturii), coeficientul acesta începe să scadă. Mai bine poate fi pusă în evidență această comportare, dacă se urmărește curba coeficientului de umflare funcție de temperatură. Astfel de exemplu pentru PVC la $\Delta p = 6$ daN/cm^2 și pentru trei valori ale raportului L/D_0 se constată că, există cîte două valori ale temperaturii pentru care coeficientul de umflare are aceeași valoare (fig. 6).

De menționat că în toate situațiile examinate, alura curbelor rămîne aceeași, indiferent de material, de raportul L/D_0 sau de presiunea de lucru, Δp.

5. Nu întotdeauna creșterea raportului L/D_0 duce la o scădere a coeficientului de umflare, așa cum se consideră în literatură [7]. Această afirmație este foarte bine pusă în evidență dacă se reprezintă curba coefi-

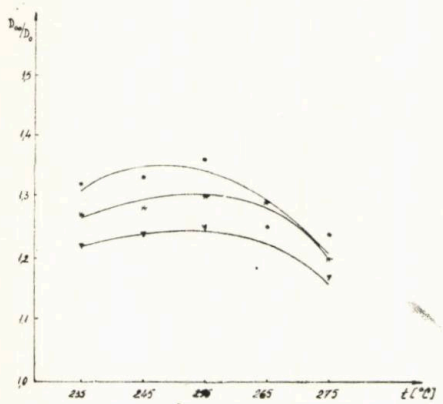


Fig. 6. — Dependența coeficientului de umflare al PVC, funcție de temperatură, la diferite rapoarte L/D_0, pentru $\Delta p = 6$ daN/cm²
● — $L/D_0 = 12{,}715$; ✳ — $L/D_0 = 19{,}877$;
▲ — $L/D_0 = 51{,}08$.

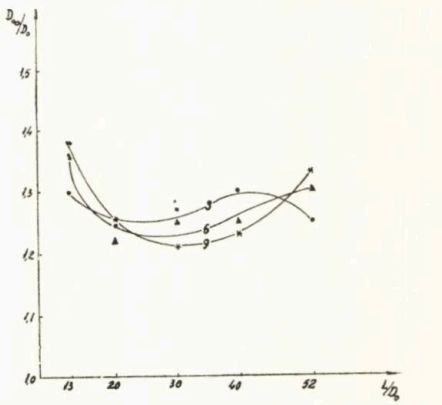


Fig. 7. — Dependența coeficientului de umflare funcție de raportul L/D_0, pentru PVC, la temperatura de 255°C, pentru diferite presiuni Δp.
● — pentru $\Delta p = 2$ daN/cm^2;
▲ — pentru $\Delta p = 6$ daN/cm^2;
✳ — pentru $\Delta p = 9$ daN/cm^2.

cientului de umflare funcție de valoarea raportului L/D_0, la diferite presiuni de lucru (fig. 7). În situația de față s-a ales materialul PVC, la temperatura de lucru de 255°C. După cum se vede, valoarea minimă a coefi-

cientului de umflare are loc la $L/D_0 \approx 30$, după care se observă o creștere. Această creștere poate fi pusă pe seama frecării vîscoase; efectul ei termic nu poate fi pus în evidență cu ajutorul instalației utilizate.

Concluzia generală, care rezultă în urma acestor observații este că, pentru fiecare caz în parte, trebuie determinat în laborator coeficientul de umflare, ceea ce va permite efectuarea corelațiilor necesare pentru profilul capetelor de extrudere.

Catedra de utilaj chimic
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *B. D. Coleman, H. Marcovitz, W. Noll*, Viscosimetric Flows of Non-Newtnian Fluids, Springer Verlag, Berlin. Heidelberg. New York, 1966, p. 48.
2. *S. Richardson*, Rheologica Acta, 9, nr. 2, 1970, p. 193.
3. *C. D. Han, T. C. Yu*, Rheologica Acta, 10, nr. 3, 1971, p. 398.
4. *A. S. Lodge*, Elastic Liquids, Academic Press London — New York, 1964, p. 215.
5. *S. Middleman*, The Flow of High Polymers, Ed. John Wiley, New York—London—Sydney—Toronto, 1968, p. 40.
6. *J. R. Van Wazer, J. W. Lyons, K. Y. Kim, R. E. Colwell*, Viscosity and Flow Measurement, Ed. John Wiley, New York—London, 1963, p. 195.
7. *G. V. Vinogradov, N. Prozorovskaia*, Rheologica Acta, 3, nr. 3, 1964, p. 156.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII – 1975, Numărul 2
BUCUREȘTI

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z.: 621.4

UN PROGRAM DE CALCUL PENTRU OPTIMIZAREA CICLULUI TERMIC AL MOTORULUI CU APRINDERE PRIN COMPRIMARE *

TR. DUDAȘ, L. SERBĂNAȚI, B. GRÜNWALD

În lucrările anterioare [1], [2], a fost prezentat un model de ciclu termic pentru motorul cu aprindere prin comprimare care permite studiul influenței unor factori fundamentali — nivelul presiunii maxime și al vitezei de creștere a presiunii, durata fazelor de ardere și repartiția căldurii pe faze, nivelul pierderilor de căldură — asupra performanțelor de consum și lucru mecanic specific al motoarelor disel.

Ciclul termic a fost programat pe calculatoare numerice în vederea determinării variantelor optime prin explorarea unui mare număr de soluții.

Analiza metodelor de calcul al ciclului termic a condus la concluzia că singura cale posibilă de investigare cel puțin în prezent — este aceea de a urmări evoluțiile fluidului motor într-o formă globală. Adoptînd un asemenea procedeu de calcul s-a apreciat însă, că în raport cu metodologia clasică este necesar să se intervină în cîteva compartimente importante ale ciclului, ținînd seama de posibilitățile pe care le oferă calculatoarele numerice în vederea sporirii preciziei de calcul. Astfel, s-a imaginat o modalitate de calcul al evoluțiilor de comprimare *ad* și de destindere *zu* (fig. 1a), impunîndu-se inițial un anumit nivel al pierderilor de căldură. În

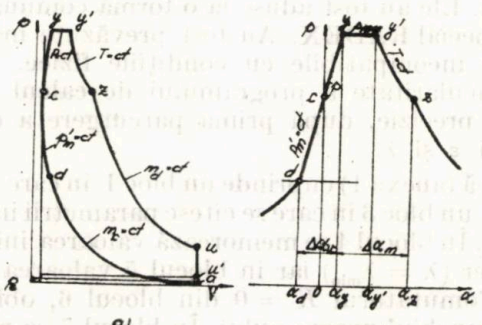


Fig. 1

* Manuscris predat redacției la data de 5 februarie 1974

consecinţă exponenţii politropici m_c şi m_d s-au determinat în concordanţă cu valoarea acestor pierderi, ţinînd seama de variaţia căldurilor specifice cu temperatura, precum şi de modificarea lor cu compoziţia gazelor. O asemenea soluţie este posibilă, cunoscut fiind că rezolvarea succesivă a unui număr de ecuaţii exponenţiale nu constituie dificultăţi pentru calculatoarele numerice. Organizarea arderii în trei faze distincte dy, yy', $y'z$ (fig. 1b) a creat posibilitatea să se restrîngă cîmpul de temperatură, caracteristic fiecărei faze, ceea ce a îngăduit să se exprime cu mare precizie dependenţa liniară a căldurilor specifice de temperatură.

Pentru a elimina alegerea arbitrară a unor mărimi de stare s-a imaginat un test, care verifică dacă are loc închiderea ciclului calculat sau, cu alte cuvinte, dacă mărimile finale de stare sînt apropiate, în limita unor erori impuse, cu cele alese iniţial la declanşarea calculului. Relaţiile de calcul care definesc modelul de ciclu sînt stabilite în lucrările [1] şi [2]. În lucrarea de faţă se prezintă programul de calcul.

Pentru analiza ciclurilor termice se precizează iniţial un număr I de variante, care diferă între ele prin parametrii ce caracterizează legea de variaţie a presiunii în timpul arderii — p_{max}, p'_m, π, q — sau nivelul transferului de căldură pe evoluţiile de comprimare şi destindere ξ_c, ξ_d.

Fiecare dintre variante trebuie explorată pentru un şir de valori ale raportului de comprimare şi ale coeficientului excesului de aer. În programul de calcul se precizează limitele de variaţie ale raportului de comprimare — limita inferioară ε_{min} = CRCMI, limita superioară ε_{max} = = CRCMA — şi limitele de variaţie ale coeficientului excesului de aer — — limita inferioară λ_{min} = CEAMI, limita superioară λ_{max} = CEAMA. De asemenea, se precizează pasul cu care se parcurge şirurile de valori, în program adoptîndu-se de pildă, o unitate pentru raportul de comprimare şi 0,15 unităţi pentru coeficientul excesului de aer.

În unele cazuri, faţă de parametrii precizaţi iniţial, este posibil ca valorile mici ale raportului de comprimare să fie incompatibile. Dacă ε_{min} este mai mic decît raportul de comprimare minim admisibil ε_{ad}, atunci programul stabileşte ca ε să parcurgă numai şirul de valori ε_{ad} ... ... ε_{max}. Întrucît ε_{ad} poate lua valori diferite de numerele întregi, se rotunjeşte valoarea calculată iniţial şi se verifică dacă este compatibilă.

Metoda de calcul al ciclului cuprinde şase ecuaţii de bilanţ energetic de tip exponenţial. Ele au fost aduse la o formă comună şi se soluţionează într-un program special RADEX. Au fost prevăzute mai multe teste care elimină rădăcinile incompatibile cu condiţiile fizice.

O altă particularitate a programului de calcul constă în aceea că verifică testul de precizie, după prima parcurgere a ciclului pentru fiecare valoare a lui ε şi λ.

Schema logică (anexa 1) cuprinde un bloc 1 în care se memorează constantele iniţiale şi un bloc 3 în care se citesc parametrii iniţiali ai variantelor de calcul (anexa 3). În blocul 4 se memorează valoarea iniţială a coeficientului excesului de aer ($\lambda = \lambda_{min}$) iar în blocul 5 valoarea finală a raportului de comprimare. Comutatorul $K = 0$ din blocul 6, obligă calculatorul să parcurgă iniţial trunchiul programului. În blocul 7 se precizează expresiile de calcul dependente de compoziţia fluidului motor, prin coeficientul excesului de aer. În blocul 8 se calculează mărimile caracteristice la finele cursei de admisie.

Blocurile 9 și 10 apelează la subprogramul denumit RADEX, pentru rezolvarea ecuațiilor exponențiale în k_c, respectiv m_c. Urmează apoi testul $K = 0$, necesar pentru a diferenția prima parcurgere a ciclului de următoarele. La prima parcurgere a ciclului ($K = 0$) se determină ε_{ad} și se aplică operația de rotunjire, după care se verifică condiția $\delta_d \leqslant 1$, Dacă inegalitatea nu este satisfăcută se apelează la o nouă rotunjire a lui ε_{ad} în blocul 12, după care se trece la calculul definitiv al lui δ_d în bolcul 13. Parcurgerea programului de calcul pentru $\varepsilon > \varepsilon_{ad}$ nu mai pretinde operațiile de rotunjire. În aceste cazuri comutatorul K ia valoarea unitară și blocurile 11 și 12 sînt evitate. Se testează apoi condiția $\varepsilon \leqslant \varepsilon_{ad}$, necesară, întrucît pentru anumite condiții inițiale este posibil ca ε_{ad} să depășească valoarea ε_{max}.

În blocul 15 se calculează în final presiunea p_c. Aceasta trebuie să satisfacă o condiție fundamentală exprimată de testul $p_c < p_{max}$.

În blocul 16 se calculează un șir de mărimi caracteristice și expresii ajutătoare, iar în blocul 17 se rezolvă ecuația bilanțului energetic al arderii, pe evoluția izobară. Dintre cele două rădăcini ale ecuației de gradul doi, δ_{p1} = XDEPI, δ_{p2} = XDEP2 — numai una are sens fizic și anume aceea care satisface condiția $\delta_p > 1$. Testele dintre blocurile 17 și 20, urmăresc să stabilească valoarea lui δ_p, interesantă din punct de vedere fizic.

Cu mărimile ajutătoare calculate în blocul 20 se rezolvă ecuația bilanțului energetic pe evoluția de ardere izotermă în blocul 21 cu subprogramul RADEX, se verifică dacă rădăcina are sens fizic ($\delta_t > 1$) și se trece la blocul 22, unde se calculează o serie de mărimi caracteristice ale ciclului.

În blocurile 23 și 24 se rezolvă ecuațiile exponențiale care precizează necunoscutele k_d și m_d. După calculul mărimilor de stare T_u, p_u în blocul 25, se rezolvă cu subprogramul RADEX ecuația exponențială în k_u (blocul 26) și se calculează în fine (blocul 27), funcția E_{tu} cu care se testează închiderea ciclului. Dacă testul de precizie este îndeplinit calculul se încheie în blocul 30; dacă testul de precizie nu este îndeplinit se reia ciclul cu noua valoare a funcției E_{tu}, astfel încît valoarea atribuită inițial CT devine $CT = E_{tu}$ (blocul 28). Se aplică apoi condiția $K = 0$ în blocul 29.

Dacă prima parcurgere a ciclului a reușit, în blocul 31 se memorează comutatorul $K = 1$, pentru ca la reluarea calculelor, cu valoarea superioară a lui ε, să se evite blocurile 11 și 12.

În blocul 32 se înregistrează rezultatele, după care se trece la calculul unui nou ciclu, mărind cu o unitate vechea valoare a lui ε (blocul 23). Calculul reîncepe numai dacă este satisfăcută condiția $\varepsilon \leqslant \varepsilon_{max}$ (testul următor). În caz contrar se trece la blocul 34, mărind vechea valoare a lui λ cu un pas. Dacă $\lambda \leqslant \lambda_{max}$ (testul următor) se calculează un nou ciclu. În caz contrar înseamnă că au fost explorate toate valorile lui ε și λ, astfel că varianta de calcul este încheiată.

Cînd ciclul termic este incompatibil cu condițiile inițiale, în blocul 32 nu se înregistrează nici o valoare. Pentru a lua cunoștință că și în acest caz au fost făcute explorările necesare, în blocul 35 este transcris un mesaj final. Blocul 36 comandă trecerea la o nouă variantă de calcul, iar blocul 37 declanșează comanda de oprire.

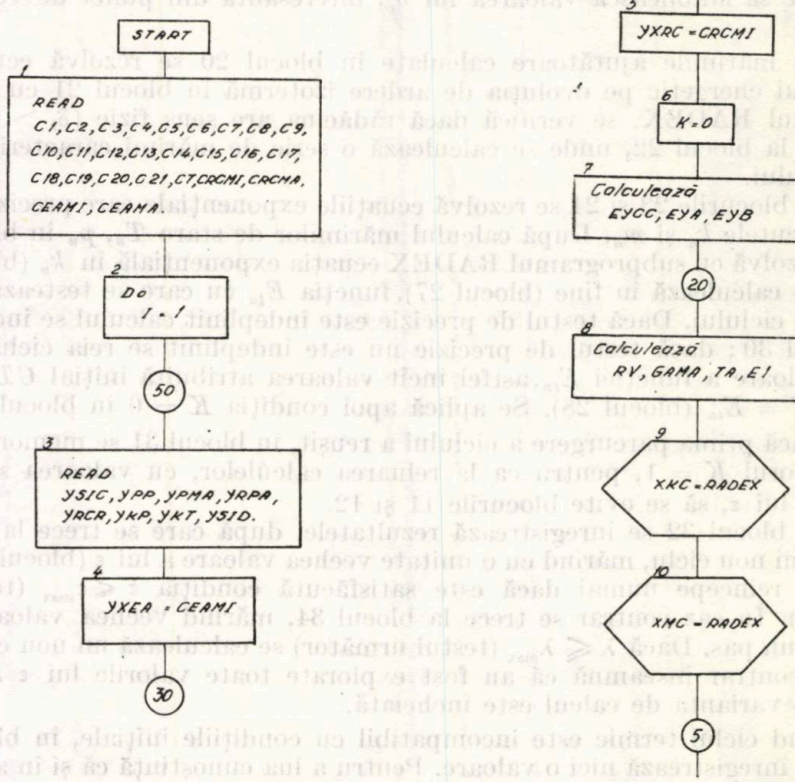
Listingul unui program de calcul, care poate fi folosit direct pe calculator de către cititor, este arătat în anexa 2. În anexele 3 şi 4 se arată semnificaţia constantelor din programul de calcul, respectiv simbolurile mărimilor caracteristice înregistrate în program.

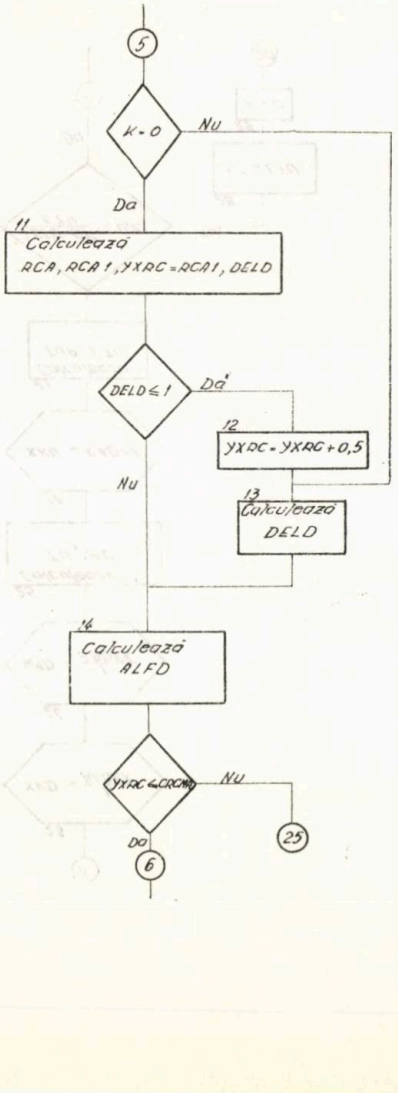
Catedra de motoare cu ardere internă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

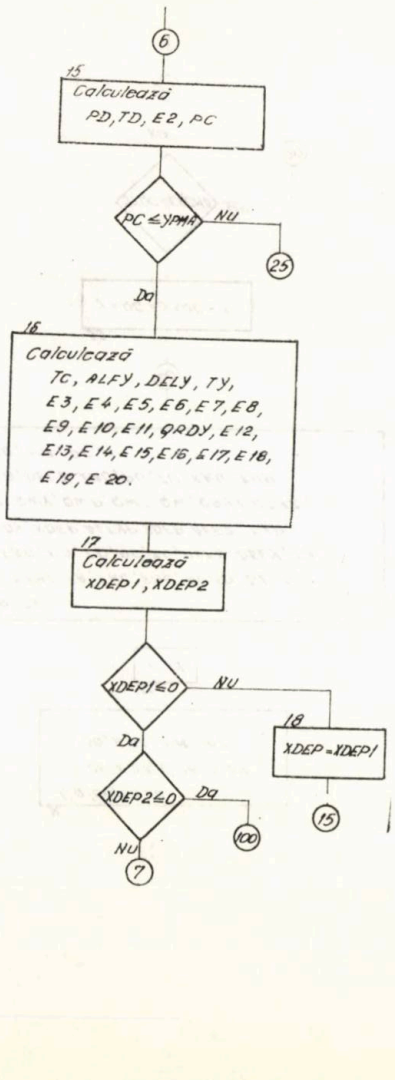
BIBLIOGRAFIE

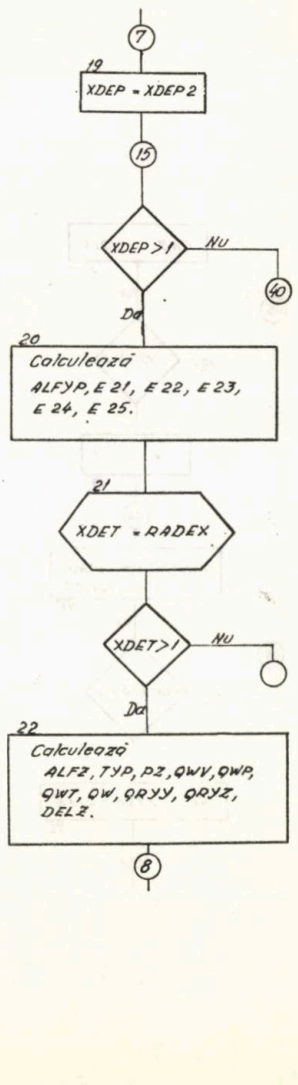
1. *Dudaş T.* — Contribuţii la optimizarea ciclului termic al motorului cu aprindere prin comprimare. Teză de doctorat. Inst. politehnic Bucureşti, 1972.
2. *Dudaş T.* — Ciclul termic optim al motorului cu aprindere prin comprimare cu admisie normală. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" 'Bucureşti Nr. 6, 1971.

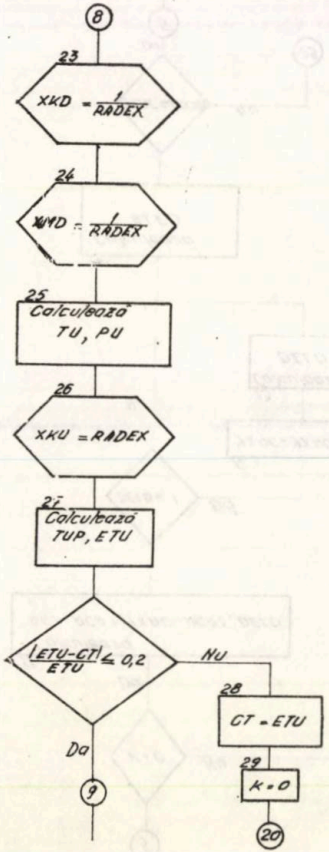
SCHEMA LOGICA
A PROGRAMULUI DE CALCUL AL CICLULUI MOTORULUI CU APRINDERE PRIN COMPRIMARE.

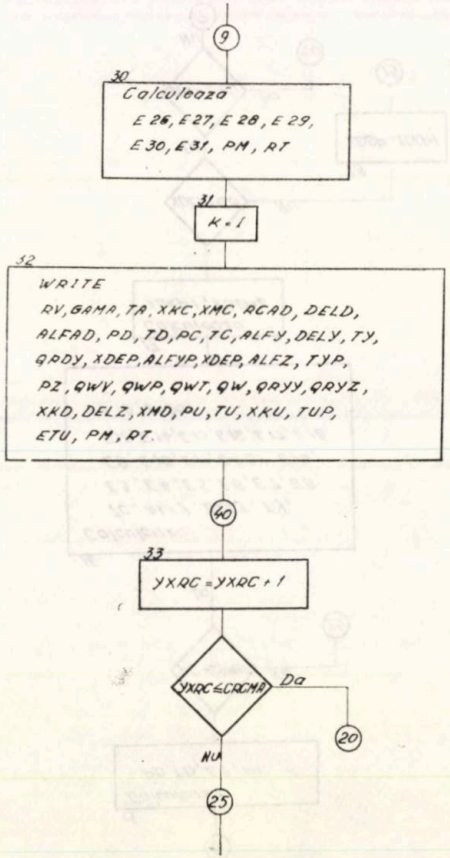


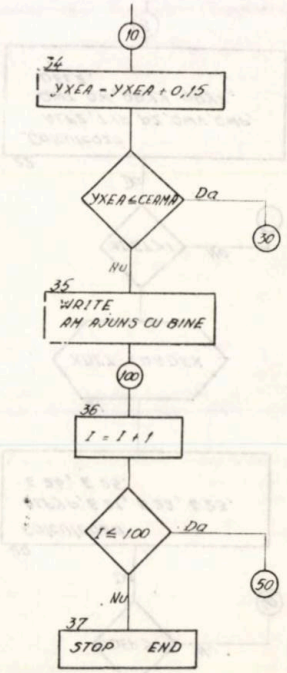

5
K = 0
Nu
Da
11
Calculează
RCA, RCA 1, YXRC = RCA1, DELD
DELD ≤ 1
Da
12
YXRC = YXRC + 0,5
Nu
13
Calculează
DELD
14
Calculează
ALFD
YXRC ≤ CROM
Nu
Da
25
6


6
15
Calculează
PD, TD, E2, PC
PC ≤ YPMA
Nu
25
Da
16
Calculează
TC, ALFY, DELY, TY,
E3, E4, E5, E6, E7, E8,
E9, E10, E11, QRDY, E12,
E13, E14, E15, E16, E17, E18,
E19, E20.
17
Calculează
XDEP1, XDEP2
XDEP1 ≤ 0
Nu
18
XDEP = XDEP1
Da
XDEP2 ≤ 0
Da
100
15
Nu
7


7
19
XDEP = XDEP2
15
XDEP > 1
Nu
40
Da
20
Calculează
ALFYP, E21, E22, E23,
E24, E25.
21
XDET = RADEX
XDET > 1
Nu
Da
22
Calculează
ALFZ, TYP, PZ, QWV, QWP,
QWT, QW, QRYY, QRYZ,
DELZ.
8


8
23
XKD = 1/RADEX
24
XMD = 1/RADEX
25
Calculează TU, PU
26
XKU = RADEX
27
Calculează TUP, ETU
|ETU-GT|/ETU ≤ 0,2
NU
Da
28
GT = ETU
29
K = 0
9
20


9
30
Calculează E 26, E 27, E 28, E 29, E 30, E 31, PM, RT
31
K = 1
32
WRITE RV, GAMA, TA, XKC, XMC, RCAD, DELD, ALFAD, PD, TD, PC, TC, ALFY, DELY, TY, QRDY, XDEP, ALFYP, XDEP, ALFZ, TYP, PZ, QWV, QWP, QWT, QW, QRYY, QRYZ, XKD, DELZ, XMD, PU, TU, XKU, TUP, ETU, PM, RT.
40
33
YXQC = YXQC + 1
YXQC ≤ CRCMA
Da
NU
20
25


10
74
YXEA = YXEA + 0,15
YXEA ≤ CERMA
Da
30
NU
35
WRITE AM AJUNS CU BINE
100
36
I = I + 1
I ≤ 100
Da
50
NU
37
STOP END

ANEXA 2

PROGRAMUL DE CALCUL AL CICLULUI TERMIC AL MOTORULUI CU APRINDERE PRIN COMPRIMARE.

```
// JOB
// DUP
*DELETE              RADEX
// FOR
*LIST ALL
*ONE WORD INTEGERS
      FUNCTION RADEX(ALFA,A,B,XO,P)
      COMMON I
      F(X)=(ALFA**(P*(1.-1./X))+B)*(X-XO)-A
      GB TB(20,30,20,20,50,20),I
   30 X1=0.99 +0.2
      X2=4
      GBTB 40
   50 x1=0.99 -0.5
      X2=4 -3.01
      GB TB 40
   20 X1=0.1
        X2=4
   40 IF(F(X1)*F(X2))2,11,1
    1 WRITE(5,3) I
    3 FORMAT(' ALT INTERVAL PENTRU ECUATIA',I1)
   10 RETURN
   11 IF(F(X1))13,12,13
   12 RADEX=X1
      GB TO 9
   13 RADEX=X2
      GO TO 9
   14 RADEX=X
      GO TO 9
    2 X=(X1+X2)/2
      IF(F(X)*F(X2))4,14,5
    5 X2=X
      GO TO 6
    4 X1=X
    6 IF(ABS(X1-X2)-0.001)7,2,2
    7 RADEX=(X1+X2)/2
    9  RETURN
      END
// DUP
*STORE       WS  UA  RADEX
// FOR
*IOCS(CARD,1403 PRINTER)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST ALL
      DIMENSION KM(60),KP(60),KN(60)
      COMMON IX
      DATA C1,C2,C3,C4,C5,C6,C7,C8,C9,C10,C11,C12,C13,C14,C15,C16,C17,C1
     *8,C19,C20,C21 /293.,1.,0.13,-12,1.05,1.4,
     *4.602,1.3057E-3,.9E-4/20137.,0.87,1.12,0.4966,4./29,1.09E-3,0.0678
     *,5.339,7.01E-4,0.475,.276E-3,.87E-4/
      DATA CRCMI,CRCMA,CEAMI,CEAMA,CT/13.,23.,1.2,1.8,.4/
      DATA KM/60*'='/,KN/60*'-'/,KP/60*'*'/
      DO 100 I=1,100
      READ(2,1)YSIC,YPP,YPMA,YRPA,YRCR,YKP,YKT,YSID
    1 FORMAT(8F4.2)
      WRITE(5,101)YSIC,YPP,YPMA,YRPA,YRCR,YKP,YKT,YSID
  101 FORMAT('1YSIC=',F5.3,'  YPP=',F4.1,'  YPMA=',F3.0,'  YRPA=',F4.2,'
     *  YRCR=',F4.2,'  YKP=',F3.0,'  YKT=',F3.0,'  YSID=',F4.2)
      YXEA=CEAMI
   30 YXRC=CRCMI
      K=0
      EYCC=1+C16/YXEA
      EYA=C17+C19/YXEA
      EYB=C18+C20/YXEA
   20 RV=(1-C3)/C5/C6*(C6*(C4+C3)/(1-C3)/(YXRC-1))
      GAMA=CT/RV/(YXRC-1)
      TA=YXRC/(YXRC-1)*(1-C3)*C1*C5/RV/(1+GAMA)
      E1=YPMA/C11/YRPA
      IX=1
      XKC=RADEX(E1,2*1.986/C8/TA,1+2*C7/C8/TA,1.,1.)
      FACTR=(XKC-1)*YSIC/YXEA/(1+GAMA)*C10/1.986/TA
      IX=IX+1
      XMC=RADEX(E1,-FACTR*(XKC-1),FACTR*1,XKC,1.)
      IF(K)52,51,52
   51 RCA=(YPMA/C11/YRPA)**(1./XMC)
      RCA1=IFIX(RCA+1)
      YXRC=RCA1
      DELD=YXRC/(E1)**(1./XMC)
      IF(DELD-1)2,2,3
    2 YXRC=YXRC+0.5
   52 DELD=YXRC/(E1)**(1./XMC)
    3 ALFD=SQRT((DELD-1)/C9/(YXRC-1))
      IF(YXRC-CRCMA)70,70,25
   70 PD=C11*(YXRC/DELD)**XMC
      TD=TA*(YXRC/DELD)**(XMC-1)
      E2=ALFD*YPP/PD
      PC=PD*(1-E2)
      IF(PC-YPMA)60,60,25
   60 TC=TD*(1-E2)/DELD
      ALFY=(YPMA-PC)/YPP
      DELY=1+C9*(YXRC-1)*ALFY*ALFY
      TY=TA*YPMA/C11*DELY/YXRC
      E3=(ALFY/ALFD)**2
      E4=ALFY*YPP/PC
      E5=(C14+.5*C15*(TY+TD))*(TY-TD)
      E6=1.986*C9*(YXRC-1)*ALFD*ALFD*TD/DELD
```

```
      E7=1.-.666*E2
      E8=E3*(1.-E2)*(1.+.666*E4)
      E9=.0174*YKP*YPMA*(ALFY-ALFD)
      E10=E9/(YXEA*(1.+GAMA)*C13)
      E11=E5-E6*(E7-E8)+E10
      QRDY=YXEA*C13*(1.+GAMA)*E11
      E12=EYCC*(1.986+EYA+.5*EYB*TC)
      E13=.5*EYB*TY
      E14=(1.986+C14+0.5*C15*(TY+TC))*(TY-TC)
      E15=DELY*YRPA/DELD**XMC
      E16=(C10/YXEA/(1.+GAMA)-E11)/(1.+YRCR)+E14
      E17=E12/E13
      E18=EYCC*TC/TY
      E19=E16*EYCC/(E13*TY)
      E20=YKP*YPMA*EYCC/(E13*TY)/YXEA/C13/(1.+GAMA)
      XDEP1=(E18-E17-E20+SQRT((E17-E18+E20)**2+4*(E19+E17*E18+E20)))*0.5
      XDEP2=(E18-E17-E20-SQRT((E17-E18+E20)**2+4*(E19+E17*518+E20)))*0.5
      IF(XDEP1)4,4,5
    4 IF(XDEP2)6,6,7
    6 WRITE(5,8)
    8 FORMAT(' RADACIN) NEGATIVE')
      GOTO100
    5 XDEP=XDEP1
      GO TO 9
    7 XDEP=XDEP2
    9 IF(XDEP-1)40,40,10
   10 ALFYP=SQRT((DELY*XDEP-1)/C9/(YXRC-1))
      E21=YRCR/(1+YRCR)*(C10/YXEA/(1+GAMA)-E11)
      E22=1.986*TY*XDEP
      E23=YKT*YPMA/YXEA/C13/(1+GAMA)
      E24=E21/E22
      E25=E23/E22
      IX=IX+1
      XDET=RADEX(EXP(1.),EXP(E24),0,0,E25)
      IF(XDET-1)40,40,11
   11 ALFZ=SQRT((DELY*XDEP*XDET-1)/C21/(YXRC-1))
      TYP=TY*XDEP/EYCC
      PZ=YPMA/XDET
      QWV=.0174*YKP*YPMA*(ALFY-ALFD)
      QWP=YKP*YPMA*(XDEP-1)
      QWT=YKT*YPMA*(XDET-1)/XDET
      QW=(QWV+QWP+QWT)/C10/C13
      QRYY=(C10*C13-QRDY)/(1+YRCR)
      QRYZ=QRYY*YRCR
      DELZ=YXRC/XDEP/XDET/DELY
      IX=IX+1
      XKD=1./RADEX(DELZ,-2*1.986/EYB/TYP,2*(1.986+EYA)/EYB/TYP+1,1.,1.)
      FACTR=(XKD-1)/YXEA/(1+GAMA)/EYCC*YSID*C10/1.986/TYP
      IX=IX+1
      XMD=1./RADEX(DELZ,FACTR/XKD*(1-1/XKD),FACTR/XKD-1,1/XKD,1.)
      IX=IX+1
      TU=TYP*DELZ**(1-XMD)
      PU=PZ/DELZ**XMD
      FACTR=2/EYB/TU
      XKU=RADEX(C12/PU,FACTR*1.986/1+EYA*FACTR,1.,1.)
      TUP=TU*(C12/PU)**(1-1/XKU)
      ETU=C1/C2*PU/TU*(C12/PU)**(1./XKU)
      IF((ABS(ETU-C1)/ETU)+0.2)22,22,21
   21 CT=ETU
      K=0
      GO TO 20
   22 E26=C11/(YXRC-1)*YXRC**XMC
      E27=C9*(YXRC-1)*ALFD*(E8-E7)/DELD**XMC *ALFD
      E28=E15*(XDEP-1)
      E29=E15*XDEP*ALOG(XDET)
      E30=E15*XDEP/(XMD-1)*(1-1/DELZ**(XMD-1))
      E31=(1-(DELD/YXRC)**(XMC-1))/(XMC-1)/DELD**(XMC-1)
      PM=E26*(E27+E28+E29+E30-E31)
      RT=1.986*PM/C2*YXEA*C1/RV/C10
      K=1
      YXEA=YXEA+0.0001
      WRITE(5,41)KM,KN,RV,GAMA,TA,XKC,XMC,RCA1,DELD,ALFD,RD,TD,KM,KN,PC,
     *TC,ALFY,DELY,TY,QRDY,XDEP,ALFYP,XDET,ALFZ,KM
      WRITE(5,42)KN,TYP,PZ,QWV,QWP,QWT
     *,QW,QRYY,QRYZ,XKD,DELZ,KM,KN,XMD,PU,TU,XKU,TUP,ETU,PM,RT,E26,E27,
     *KM,KN,E28,E28,E30,E31,YXRC,YXEA,KP
   41 FORMAT(' ',60A2/6X,'RV',9X,'GAMA',9X,'TA',9X,'XKC',9X,'XMC',9X,'RC
     *A1',8X,'DELD',8X,'ALFD',9X,'RD',10X,'TD'/' ',60A2/' ',10(E11.4,1X)
     */' ',60A2/ 6X,'PC',10X,'TC',9X,'ALFY',8X,'DELY',9X,'TY',9X,'QRDY',8 ,'
     *X,'XDEP',8X,'ALFYP',7X,'XDET',8X,'ALFZ'/' ',60A2/' ',10(E11.4,1X)/
     *' ',60A2)
   42 FORMAT(6X,'TYP',9X,'PZ',10X,'QWV',9X,'QWP',9X,'QWT',9X,'QW',9X,'Q
     *RYY',8X,'QRYZ',9X,'XKD',8X,'DELZ'/' ',60A2/' ',10(E11.4,1X)/' ',60A
     *2/6X,'XMD',9X,'PU',10X,'TU',10X,'XKU',9X,'TUP',9X,'ETU',9X,'PM',10X
     *,'RT',10X,'E26',9X,'E27'/' ',60A2/' ',10(E11.4,1X)/' ',60A2/6X,'E
     *28',9X,'E29',9X,'E30',9X,'E31',8X,'YXRC',8X,'YXEA'/' ',60A2/' ',6(
     *E11.4,1X)/' ',60A2)
      YXEA=YXEA-0.0001
   40 YXRC=YXRC+0.5+0.5
      IF(YXRC-CRCMA)20,20,25
   25 YXEA=YXEA+0.15
      IF(YXEA-CEAMA)30,30,31
   31 WRITE(5,32)
   32 FORMAT(' AM AJUNS CU BINE')
  100 CONTINUE
      CALL EXIT
      END
// XEQ
```

ANEXA 3

SEMNIFICAȚIA CONSTANTELOR DIN PROGRAMUL DE CALCUL AL CICLULUI MOTORULUI CU APRINDERE PRIN COMPRIMARE*)

C1	$= T_0$	C13	$= I_{min}$	CEAMA	$= \lambda_{max}$
C2	$= p_0$	C14	$= a_v$	CT	$= E_{tu1}$
C3	$= b_a$	C15	$= b_v$	YSIC	$= \xi_c$
C4	$= b_u$	C16	$= 0{,}068$	YPP	$= p_m'$
C5	$= \theta$	C17	$= a_{ga}$	YPMA	$= p_{max}$
C6	$= k$	C18	$= b_{ga}$	YRPA	$= \pi$
C7	$= a_c$	C19	$= a_{ga}^*$	YRC	$= q$
C8	$= b_c$	C20	$= b_{ga}^*$	YSID	$= \xi_d$
C9	$= a$	C21	$= a$	YKP	$= K_p$
C10	$= Q_{iam}$	CRCMI	$= \varepsilon_{min}$	YKT	$= K_t$
C11	$= (1 - b_a).p_0$	CRCMA	$= \varepsilon_{max}$		
C12	$= (1 + b_u).p_0$	CEAMI	$= \lambda_{min}$		

*) Notațiile constantelor inițiale corespund celor adoptate în lucrarea [2], la stabilirea relațiilor de calcul.

ANEXA 4

SIMBOLURILE MĂRIMILOR CARACTERISTICE ÎNREGISTRATE ÎN PROGRAMUL DE CALCUL AL CICLULUI MOTORULUI CU APRINDERE PRIN COMPRIMARE*)

RV	$= \eta_v$	TY	$= T_y$	QRYZ	$= Q_{ryz}$
GAMA	$= \gamma$	QRDY	$= Q_{rdy}$	XKD	$= k_d$
TA	$= T_a$	XDEP	$= \delta_p$	DELZ	$= \delta_z$
XKC	$= k_c$	ALFYP	$= \alpha_y'$	XMD	$= m_d$
XMC	$= m_c$	XDET	$= \delta_t$	PU	$= p_u$
RCAD	$= \varepsilon_{ad}$	ALFZ	$= \alpha_z$	TU	$= T_u$
DELD	$= \delta_d$	TYP	$= \iota_y'$	XKU	$= k_u$
ALFD	$= \alpha_d$	PZ	$= p_z$	TUP	$= T_u'$
PD	$= p_d$	QWV	$= Q_{wv}$	ETU	$= E_{tu}$
TD	$= T_d$	QWP	$= Q_{wp}$	PM	$= p_m$
PC	$= p_c$	QWT	$= Q_{wt}$	RT	$= \eta_t$
TC	$= T_c$	QW	$= Q_w$	YXRC	$= \varepsilon$
ALFY	$= \alpha_y$	QRYY	$= Q_{ryy}'$	YXEA	$= \lambda$
DELY	$= \delta_y$				

*) Notațiile mărimilor caracteristice corespund celor adoptate în lucrarea [2], la stabilirea relațiilor de calcul.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 2
BUCUREȘTI

AUTOMATICA

C.Z.: 621—52

ALGORITM DE CALCUL AL TIMPULUI DE RĂSPUNS A UNUI BISTABIL FLUIDIC*

ION DUMITRACHE

Unul dintre cei mai importanți parametri dinamici ai unui element fluidic îl reprezintă timpul de răspuns al acestuia. Acest timp îl definim ca timpul ce se scurge de la aplicarea semnalului de comandă la intrarea

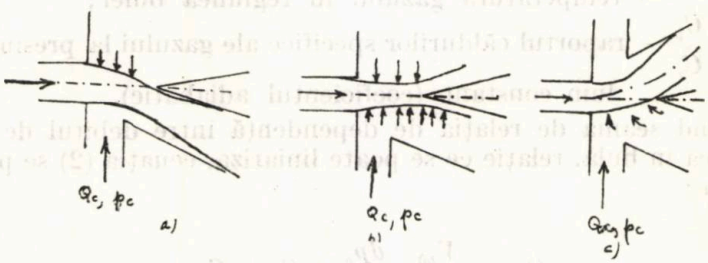


Fig. 1

bistabilului pînă la apariția semnalului în canalul de ieșire opus. În figura 1 sînt prezentate principalele faze ce definesc dinamica bistabilului.

Dinamica unui bistabil fluidic funcționînd pe principiul atașării jetului la pereți solizi (efectul Coandă) poate fi descrisă evidențiind trei faze distincte și anume : faza de detașare a jetului de la perete, faza de deviere a jetului în canalul opus și faza de atașare a jetului la peretele opus și traversarea canalului de ieșire opus [1.]

Evident că timpul de răspuns reprezintă suma timpilor ce caracterizează fiecare fază în parte, aceștia fiind funcție atît de parametrii constructivi cît și de parametrii funcționali ai elementului.

Detașarea jetului de la perete este determinată pe de o parte de modificarea gradientului de presiune în bula de separație ca urmare a debitului de comandă introdus în bulă, iar pe de altă parte datorită momentului jetului de comandă ce acționează asupra jetului de putere.

Modelul jetului atașat precum și modificarea volumului bulei sub influența semnalului de comandă se vede în figura 2. Aplicarea semnalului de comandă determină modificarea poziției punctului de atașare din *A* în *B*.

* Manuscris predat redacției la data de 26 aprilie 1973.

Volumul bulei se modifică de la V_{b0} la V_{bc} cînd jetul se desprinde de perete. Timpul de detaşare va fi determinat dacă se va cunoaşte momentul cînd jetul se desprinde de perete, respectiv cînd volumul bulei devine V_{bc}.

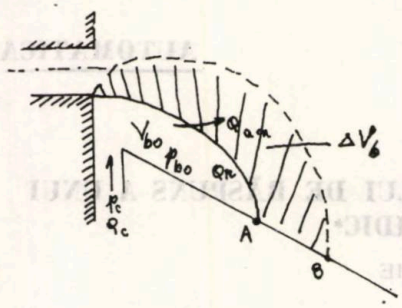


Fig. 2

Ecuaţia conservării debitului masic în condiţiile amintite în [1] este :

$$Q_c + Q_r - Q_{an} = \frac{dV_b}{dt} + \frac{V_b}{RTx} \cdot \frac{dp_b}{dt} = Q_{t1} \tag{1}$$

Dacă volumul bulei nu se modifică ci numai presiunea în bulă sub influenţa debitului de comandă ecuaţia (1) se poate scrie sub forma :

$$Q_c + Q_r - Q_{an} = \frac{V_{b0}}{RTx} \cdot \frac{dp_b}{dt} = Q_{t2} \tag{2}$$

În relaţiile (1) şi (2) s-au folosit notaţiile :

R este constanta gazelor perfecte ;

T — temperatura gazului în regiunea bulei ;

$x = \frac{C_p}{C_v}$ — raportul căldurilor specifice ale gazului la presiune şi volum constant (coeficientul adiabatic).

Ţinînd seama de relaţia de dependenţă între debitul de comandă şi presiunea în bulă, relaţie ce se poate liniariza, ecuaţia (2) se poate scrie sub forma :

$$Q_{t2} = \frac{V_{b0}}{RTx} \cdot \frac{dp_b}{dt} = C_1 + C_2 p_b \tag{3}$$

unde coeficienţii C_1 şi C_2 se pot determina prin liniarizarea caracteristicii $p_b = f(Q)$.

Relaţia (3) este valabilă în cazul unui regim staţionar de umplere a bulei fără modificarea volumului acesteia, presiunea bulei de regim staţionar fiind p_{b1}.

Revenind la relaţia (1) în care se ia în considerare şi modificarea debitelor de antrenare şi de retur iar debitul de comandă se scrie printr-o relaţie de forma :

$$Q_c = C_0 + C_3(p_c - p_{b1}) \tag{4}$$

relaţie obţinută prin liniarizarea caracteristicii de intrare, se obţine :

$$Q_{t1} = C_0 + C_3(p_c - p_{b1}) - \alpha_1 p_{b1} + \alpha_2 P_{b1} = \\ = Kv \frac{dp_{b1}}{dt} + \frac{V_{b0}}{RTx} \cdot \frac{dp_{b1}}{dt} \tag{5}$$

În relația (5) s-au notat :

α_1, α_2 — coeficienții de pondere ce caracterizează dependența debitului de antrenare și de retur de presiunea în bulă iar suma lor totdeauna este egală cu unitatea ;

$K_v = \frac{\Delta V_b}{\Delta p_b}$ — coeficient volumic ce se determină din curba $V_b = f(p_b)$ reprezentînd o mărime caracteristică pentru fiecare element fluidic ;

C_0, C_3 — coeficienți de liniaritate obținuți din caracteristica de intrare $Q_c = f(p_c)$.

Prin aranjarea termenilor în ecuația (5) se obține :

$$T_d \frac{dp_{b1}}{dt} + p_{b1} = K_d p_c + K_0 \tag{6}$$

unde s-a notat :

$$T_d = \frac{K_v + \frac{V_{b0}}{RTx}}{C_3 + \alpha_1 - \alpha_2}; \quad K_d = \frac{C_3}{C_3 + \alpha_1 - \alpha_2}; \quad K_0 = \frac{C_0}{C_3 + \alpha_1 - \alpha_2}. \tag{7}$$

Rezultă că procesul de detașare poate fi gîndit ca un proces de întîrziere de ordinul I iar timpul de detașare este determinat cunoscînd constanta de timp T_d.

Dacă se evidențiază dependența presiunii în bulă de debitul de comandă se obține :

$$T'_d \frac{dp_b}{dt} + p_b = K'_d Q_c \tag{8}$$

unde s-a notat :

$$T'_d = \frac{K_v + \frac{V_{b0}}{RTx}}{\alpha_1 - \alpha_2}; \quad K'_d = \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} \tag{9}$$

Dacă notăm prin p_{cp} și Q_{cp} parametrii funcționali pentru care are loc comutarea jetului se poate determina timpul de detașare cu relația :

$$\tau_d = \frac{K_v + \frac{V_{b0}}{RTx}}{\alpha_1 - \alpha_2} \ln \frac{\frac{Q_{cp}}{\alpha_1 - \alpha_2}}{p_{cp} - \frac{Q_{cp}}{\alpha_1 - \alpha_2}} \tag{10}$$

Rezultă evident că timpul de detașare a jetului este funcție atît de parametrii constructivi cît și de parametrii funcționali ai elementului fluidic considerat.

Pentru calculul timpului de deviere a jetului vom considera că devierea are loc sub influenţa momentului creat de jetul de comandă. Unghiul de devierea a jetului β, a cărei viteză medie este v_m este determinat de raportul între momentul creat de jetul de comandă şi de momentul jetului de putere. Este uşor de observat că acest timp de transport este proporţional cu unghiul de deviere a jetului.

$$\tau_t = K_t \cdot \operatorname{tg} \beta \tag{11}$$

unde : K_t este un coeficient de proporţionalitate.

Calculul acestui coeficient se poate efectua admiţînd (fig. 3) că distanţa parcursă de jetul deviat este l iar expresiile acestuia cu notaţiile din figura 3 devin :

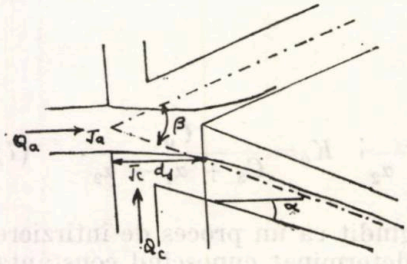


Fig. 3

$$K_t = \frac{1}{v_m} = \frac{2\,ds\,\operatorname{tg}\alpha}{v_m} \tag{12}$$

deci :

$$\tau_t = \frac{2\,ds\,\operatorname{tg}\,\beta\,\operatorname{tg}\,\alpha}{v_m} \tag{13}$$

Este de remarcat faptul că acest timp de transport este cu atît mai mare cu cît α şi β sînt mai mari şi este invers proporţional cu viteza medie a jetului de putere.

Pentru ataşarea jetului, presupunem că este necesar un timp a cărui valoare se poate determina printr-un procedeu similar celui folosit la calculul timpului de detaşare. Acest timp de ataşare îl vom considera în cazul unui element perfect simetric egal cu timpul de detaşare. Valoarea acestuia fiind de asemenea influenţată atît de parametrii geometrici cît şi de parametrii funcţionali ai elementului.

Ţinînd seama de cele menţionate, dinamic un asemenea element poate fi caracterizat prin funcţiile de transfer proprii celor trei faze definite astfel :

$$H_1(s) = \frac{K_d}{T_d s + 1}$$

$$H_3(s) = \frac{K_a}{T_a s + 1} \tag{14}$$

$$H_2(s) = e^{-\tau_l s}$$

unde indicaţiile a şi d se referă la faza de ataşare şi detaşare a jetului.

Pentru a completa modelul definit prin relaţiile (14) vom introduce şi neliniaritatea tipică acestui tip de element. Pe baza acestor considerente modelul bistabilului se poate reprezenta ca în figura 4.

Acest model permite analiza fiecărui parametru asupra dinamicii

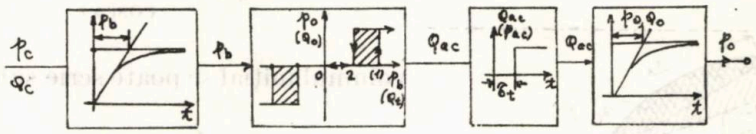


Fig. 4

bistabilului printr-o simulare corespunzătoare pe calculator s-au folosind caracteristicile de frecvenţă în cazul unei liniarizări armonice.

Revenind la modelul din figura 4 timpul total de răspuns al bistabilului se poate defini cu ajutorul relaţiei :

$$t = \tau_d + \tau_t + \tau_a = T_d \ln \frac{K_d Q_{cp}}{p_{cp} - K_d Q_{cp}} + \\ + \frac{2s}{v_m} \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta + T_a \ln \frac{K_a Q_{es}}{p_{es} - K_a Q_{es}} \tag{15}$$

unde Q_{es} şi p_{es} sînt parametrii jetului la ieşirea în regim staţionar. Aceşti parametrii pot fi definiţi pentru o sarcină dată cu ajutorul relaţiilor :

$$p_{es} = C_{rp} \cdot p_a \text{ şi } Q_{es} = C_{rq} \cdot Q_a \tag{16}$$

în funcţie de coeficienţii de recuperare în debit şi presiune C_{rq} şi C_{rp}.

Pe baza relaţiei (15) se poate calcula timpul de răspuns admiţînd că la detaşare, volumul bulei atinge o valoare maximă $V_{b\,max} = V_{bc}$ iar T_d se obţine printr-un proces iterativ conform organigramei din figura 5.

Calculul volumului bulei de separaţie

Volumul iniţial al bulei cum se vede din figura 5 se obţine din relaţia :

$$V_{b0} = V_{01} + V_{02} + V_{03} \tag{17}$$

unde volumele elementare V_{0i} se pot calcula avînd în vedere mărimile geometrice ce intervin în figura 5 astfel :

$$V_{01} = \frac{1}{2} R^2(\alpha + \theta) \tag{18}$$

$$V_{02} = \frac{1}{2} h[X_a \cos(\alpha) \cdot (D - b_c \operatorname{tg}(\alpha)] \tag{19}$$

$$V_{03} = \frac{1}{2} h b_c [D - b_c \operatorname{tg}(\alpha)] \tag{20}$$

Dacă ţinem seama de faptul că distanţa X_a pînă la punctul de atașare se poate scrie în funcţie de raza de curbură a jetului sub forma :

$$X_a = \frac{R \sin(\alpha + \theta)}{\cos(\alpha)} \tag{21}$$

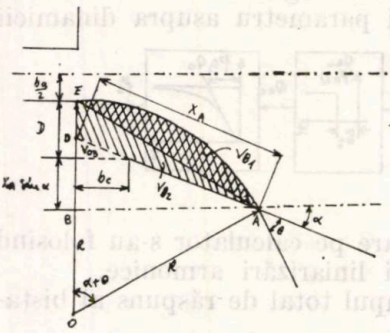


Fig. 5

volumul inițial se poate scrie sub forma :

$$V_{b0} = \frac{1}{2} R^2(\alpha + \theta) + \frac{1}{2} h[D - b_c \operatorname{tg}\alpha][b_c + R\sin(\alpha + Q)] \tag{22}$$

În mod similar cu notaţiile din figura 5 se poate determina expresia analitică a volumului bulei în condiţiile deformării acesteia.

$$V_b = \frac{1}{2} R^2(\alpha + \beta + \theta) + \frac{1}{2} h[D - b_c \operatorname{tg}\alpha][b_c + R(\sin + \beta\sin(\alpha + \beta + \theta)] \tag{23}$$

Pentru a stabili relaţia de dependenţă între V_b și p_b admitem în concordanţă cu rezultatele experimentale că $\beta = \operatorname{arc\,tg} Q_c$. Pentru o caracteristică statică liniarizată se poate scrie :

$$\beta = \operatorname{arc\,tg}[C_0 + C_3(p_c - p_b)] \tag{24}$$

Folosind relaţiile (23), (24) și datele corespunzătoare pentru C_0 și C_3 respectiv coeficienţii de pondere α_1 și α_2 se poate determina coeficientul K_v și evident T_d și K_d mărimi ce definesc procesul de detașare a jetului.

Rezultatele obţinute cu ajutorul calculatorului evidenţiază o bună concordanţă cu rezultatele experimentale $tr = 0{,}7 \div 0{,}9$ ms faţă de $tr = 1{,}0$ ms obţinut cu ajutorul algoritmului propus.

Elementul luat în studiu este bistabilul $R-S$ din cadrul sistemului SELF. Parametrii constructivi și funcţionali ai elementului sînt prezentaţi în [1].

Catedra de automatică II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *I. Dumitrache*, Contribuţii la sinteza elementelor şi circuitelor fluidice numerice Teza de doctorat, 1970.
2. *9. Epstein*, Theoretical Investigation of the Switching Mechanism in a Bistable wall-Attachiment Fluid Amplifier ASME, 1971.
3. *J. M. JKirschner*, Fluid Amplifiers Mc Graw-Hill, New-York, 1966.
4. *I. Dumitrache*, Some Aspects about Dynamic of DigitaW Fluid Amplifiers—Lucrare realizată la O.S.U. Stillwater.
5. *P. A. Lush*, A Theoretical and Experimental Investigation of the Switching Mechanism in a Wall Attachment Fluid Amplifier Proc. I.F.A. C Symposium on Fluidics, 1968.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 2
BUCUREȘTI

C.Z.: 517

PROCEDEU DE REZOLVARE ITERATIVĂ A ECUAȚIILOR LUI PONTRIAGHIN ÎN CAZUL LIMITĂRILOR ÎN SPAȚIUL STĂRILOR*

GRIGORE BRĂILEANU

Problema sintezei sistemelor automate liniare se consideră rezolvată în general, bazîndu-se pe metode de calcul care recurg fie la rezolvarea analitică a sistemului de ecuații diferențiale ale sistemului automat fie la metode directe prin care se stabilește o corespondență între performanțele de calitate impuse și structura sau parametrii sistemului; toate aceste metode care evită determinarea soluțiilor generale ale sistemului de ecuații diferențiale utilizează însă principiul superpoziției și implicit proprietatea sistemelor liniare de a putea fi apreciate prin comportarea la un singur tip de semnal de probă, aplicat la intrare, de exemplu semnalul treaptă unitară.

Trebuie precizat însă faptul că performanțele obținute în urma unei asemenea sinteze pot fi, în general, departe de performanțele optime, corespunzătoare — în condiții egale de fiabilitate și preț de cost — considerării clasei tuturor dispozitivelor de automatizare posibile; într-adevăr, teoria sistemelor automate liniare, limitîndu-se la clasa dispozitivelor de automatizare liniare nu permite utilizarea optimă a întregului domeniu din spațiul stărilor admis de procesul dinamic automatizat și nici evaluarea performanțelor optime care s-ar putea obține în condițiile date.

Rezultă deci că, atît în cazul considerării clasei tuturor dispozitivelor de automatizare cît și în cazul proceselor tehnologice neliniare, sistemele automate care rezultă sînt descrise de ecuații diferențiale neliniare, ceea ce conduce la dificultăți cunoscute în realizarea unei sinteze eficiente; aceste deficultăți sînt accentuate de faptul că în cazul considerării clasei tuturor dispozitivelor de automatizare, în vederea determinării celui mai bun sistem automat în condițiile tehnologice date, se impune considerarea întregului spațiu al stărilor admis, deci considerarea limitărilor variabilelor de stare datorită realizărilor tehnologice.

În acest studiu al problemei desigur că aplicarea rezultatelor teoretice în practică trebuie să se efectueze printr-un compromis între avantajele sporite ale conducerii optimale în comparație cu creșterea prețului de cost. Optimul teoretic însă, chiar dacă nu este realizat practic, oferă o bază pentru aprecierea strategiilor suboptimale și pentru a determina dacă un efort suplimentar de proiectare este sau nu justificat.

---

* Manuscris predat redacției la data de 1 februarie 1973.

În consecință calculul „off-line" al traiectoriilor optime va rămîne o etapă importantă în proiectare, fiind specific proiectării sistemelor automate pe calculatorul numeric.

1. Formularea problemei

În forma sa generală scopul sintezei constă deci în asigurarea unei traiectorii a punctului de stare, îndeplinind condițiile impuse, iar stabilirea acestei traiectorii, dintre toate traiectoriile posibile, se realizează prin intermediul unei funcționale al cărei extrem corespunde optimului teoretic căutat.

Rezolvarea analitică este în general, imposibilă, astfel încît este indicat să se utilizeze o metodă de stabilire automată, în fiecare moment de timp, a mărimilor de comandă ale procesului tehnologic, optime în sensul funcționalei date. Este vorba deci, de o determinare a acestor mărimi prin intermediul unor experimente caracteristice funcționării optimizatoarelor automate. Abordarea problemei de realizare a dispozitivelor de automatizare prin mijloacele tehnicii numerice de calcul este legată, aproape în exclusivitate, de rezolvarea ecuațiilor principiului maximului și are rezultate remarcabile, permițînd utilizarea combinată a unor algoritmi de integrare aproximativă a ecuațiilor diferențiale dar cu timp de calcul redus și a unor algoritmi cu precizie ridicată de calcul. Într-adevăr, este permisă utilizarea unor procedee iterative foarte rapide dar fără o precizie ridicată, și anume în circuitele de calcul a mărimilor de comandă optimă, datorită faptului că, întotdeauna comanda optimală se găsește în extremitățile domeniului comenzilor admise, iar întregul sistem funcționează ca un regulator stabil cu reacție, care lucrează cu erorile corespunzătoare mărimilor de comandă.

Principiul maximului se poate enunța în felul următor: fie $u(t) = [u(t), \ldots u_r(t)]$, $t_0 \geqslant t \geqslant t_1$, comanda admisă care conduce obiectul reglat din punctul x al spațiului stărilor în punctul x_1 și fie $x(t) = [x^n(t), \ldots, x(t)]$ traiectoria corespunzătoare; se consideră obiectul reglat descris de sistemul de ecuații.

$$\frac{dx^i}{dt} = f^i(x, u), \quad i = 2, \ldots, n \tag{1}$$

precum și criteriul integral de calitate, care trebuie minimizat:

$$I = \int_{t_0}^{t_1} f^0(x, u)\, dt; \tag{2}$$

pentru optimizarea, în sensul minimizării funcționalei (2), a procesului $u(t)$, $x(t)$, $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$, este necesară determinarea unei constante $\psi_0 \leqslant 0$ și a unei soluții, diferită de soluția banală, $\psi(t) = [\psi_1(t), \ldots, \psi_n(t)]$, $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$ a sistemului:

$$\frac{d\psi_i}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}[\psi, x(t), u(t)]}{\partial x^i}, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{3}$$

unde

$$\mathcal{H}(\psi, x, u) = \sum_{i=0}^{n} \psi_i f^i(x, u), \tag{4}$$

astfel încît pentru orice moment t, în care mărimile de comandă $u(t)$ sînt continue, să fie îndeplinită condiţia de maxim :

$$\max_{u \in U} \mathcal{H}[\psi(t), x(t), u] = \mathcal{H}[\psi(t), x(t), u(t)] = 0 \tag{5}$$

Introducerea limitărilor inerente ale variabilelor de stare sub forma inegalităţilor corespunzătoare, ar face inabordabilă soluţionarea problemei pe baza principiului maximului ; de aceea limitările din spaţiul stărilor se vor introduce, în mod implicit prin intermediul unor termeni de penalizare, în expresia funcţionalei (2), care să crească considerabil valoarea funcţiei $f^0(x, u)$ în momentul apropierii valorii unei variabile de stare de valoarea sa maxim admisă.

De exemplu pentru o limitare de forma

$$-X_{k\max} \leqslant x_k \leqslant X_{k\max}$$

se poate utiliza cu foarte bune rezultate funcţia de penalizare.

$$\mu(x_k) = -\ln\left[\cos\left(\frac{\pi}{2X_{k\max}} \cdot x_k\right)\right].$$

Metoda funcţiilor de penalizare pentru introducerea limitărilor variabilelor de stare nu are o influenţă sensibilă asupra rezultatelor proiectării sistemelor automate şi datorită faptului că limitările reale impuse de procesele tehnologice sînt de asemenea limitări de tip moale ; în plus prin utilizarea funcţiilor de penalizare se păstrează posibilitatea descrierii analitice a termenilor ecuaţiilor diferenţiale, ceea ce simplifică în mod considerabil algoritmul de integrare.

2. Rezolvarea iterativă a problemei optimizării

Complexitatea sistemului de ecuaţii (1)—(6) este datorată limitărilor impuse atît variabilelor de comandă cît şi variabilelor de stare, prin intermediul funcţionalei (2) — şi în general nu permite rezolvarea analitică şi nici chiar rezolvarea printr-o schemă de calcul analogic, aceasta datorită existenţei relaţiei (5), de maximizare a funcţiei $\mathcal{H}[\psi(t), x(t), u]$ în raport cu vectorul u al mărimilor de comandă, cu luarea în considerare a limitărilor impuse.

De aceea rezolvarea problemei optimizării prin utilizarea ecuaţiilor lui Pontriaghin presupune formarea unui procedeu iterativ de calcul prin care se pot obţine rezultate pe deplin satisfăcătoare, în condiţiile calculului „off-line" al sistemelor automate optimale.

Principiul metodei de rezolvare iterativă este prezentat în fig. 1.

Se observă că este necesară măsurarea variabilelor de stare ale obiectului reglat, prin intermediul elementelor $T_{in}, T_1, \ldots, T_n$; de asemenea se presupune cunoscută descrierea matematică exactă a procesului astfel încît să se permită obţinerea funcţiilor $\psi(t)$ în dispozitivul de calcul al $\psi(t)$ (fig. 1), prin rezolvarea pe cale analogică a sistemului de ecuaţii (3). Stabilirea mărimilor de comandă care îndeplinesc condiţia de maxim (5) se efectuează considerînd procesul automatizat, împreună cu dispozitivul de calcul al $\psi(t)$ ca un singur obiect, reglat, caracterizat prin parametrul reglat $\mathcal{H}(\psi, x, u)$, dat de relaţia (4), depinzînd de mărimile $u(t) = [u^1(t), \ldots, u^j(t)]$; maximul parametrului $H(\psi, x, u)$ se caută cu ajutorul unui optimizator automat care primeşte totodată şi restricţiile impuse variabilelor $u(t)$, exprimate sub forma unor inegalităţi;

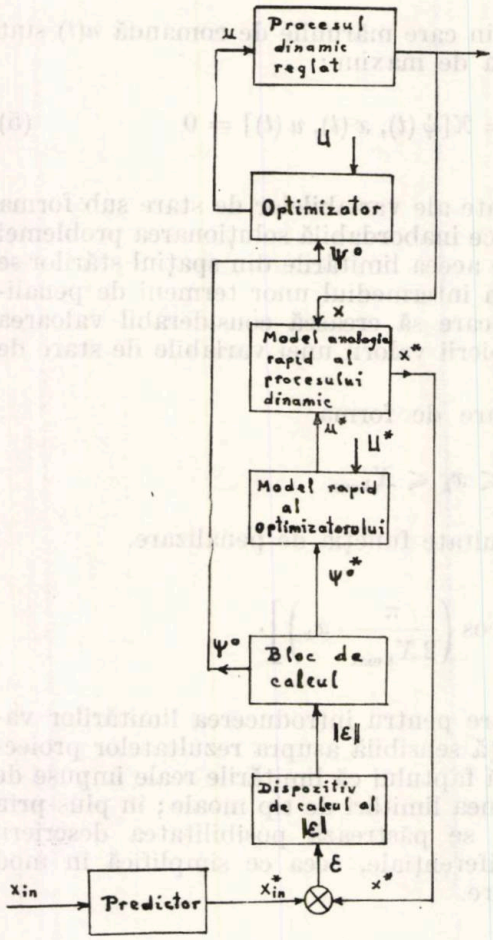


Fig. 1. Metoda generală de rezolvare a ecuaţiilor Pontriaghin

$$u_j(t^1, \ldots, u^j) \leqslant 0, \quad j = 1, \ldots, r \quad (6)$$

urmînd să stabilească deci la ieşire valorile căutate ale $u(t)$; aceste valori, după cum se observă şi din fig. 1 sînt transmise procesului automatizat şi dispozitivului de calcul al $\psi(t)$, întregul ansamblu formînd deci un sistem complex cu reacţie.

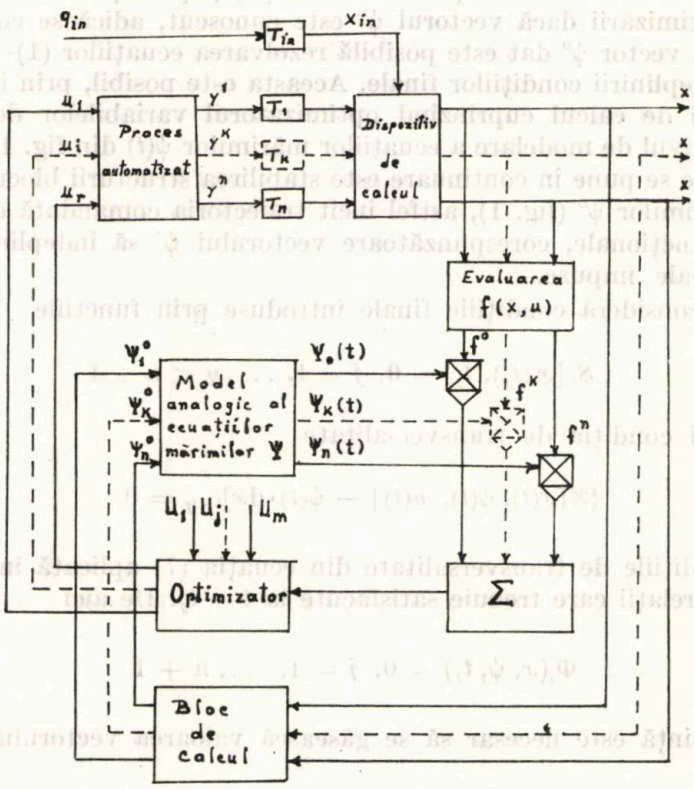
Metoda de determinare a extremului funcţiei $\mathcal{H}(x, \psi, u)$ convenabilă de utilizat în optimizatorul din acest sistem este metoda celei mai mari pante, combinată cu metoda gradientului.

Se observă că mai rămîne de rezolvat problema determinării condiţiilor iniţiale $\psi^\circ = \psi(t_0)$ din schema de modelare utilizată în dispozitivul de calcul al $\psi(t)$ pentru care punctul final în care ajunge sistemul în spaţiul stărilor să fie cel dorit şi anume $x^1 = x(t_1)$. Datorită faptului că nu există o cale generală de stabilire riguroasă a mărimilor ψ° trebuie utilizată o metodă iterativă de calcul, comanda iniţierii şi reluării calculelor fiind realizată de blocul de calcul (fig. 1).

În continuare se vor prezenta două metode posibile de calcul a condiţiilor iniţiale ale sistemului de ecuaţii diferenţiale (3) şi anume utilizarea unui sistem iterativ cu predicţie cu model rapid, propus în [4], precum şi o metodă iterativă-bazată pe metoda Newtox-Raphson de rezolvarea ecuaţiilor algebrice neliniare — propusă în [5].

3. Calculul mărimilor $\psi^\circ = [\psi_1(t_0), \ldots, \psi_n(t)]$ cu un sistem iterativ cu predicţie cu model rapid

Sistemele optimale cu predicţie cunoscute realizează, cu ajutorul unui model rapid al procesului optimizat, calculul traiectoriilor ulterioare din spaţiul stărilor, urmînd să stabilească momentul comutării mărimilor de comandă ale instalaţiei tehnologice în funcţie de forma acestor traiectorii precise. Aceste sisteme simplifică în mod considerabil schema de comandă optimală cu rapiditate a proceselor liniare a căror matrice caracteristică are valori proprii reale, dar conduc la complicaţii prohibitive în



2. Schema funcţională a sistemului optimal cu model rapid

cazul matricilor de rang superior cu valori proprii complexe, unde numărul comutaţiilor mărimilor de comandă poate creşte considerabil fiind funcţie de starea sistemului la un moment dat.

Continuînd metoda de rezolvare pe cale analogică a ecuațiilor principiului maximului, se observă posibilitatea utilizării unui sistem cu predicție determinarea mărimilor ψ°. Schema funcțională a întregului dispozitiv de calcul este dată în figura 2 cu utilizarea notațiilor vectorilor ale mărimilor. Se realizează un model rapid al ansamblului proces automatizat — optimizator al mărimilor de comandă, iar stabilirea mărimilor ψ° se efectuează cu ajutorul unui alt optimizator bazat pe metoda gradientului care minimizează norma $||\varepsilon||$ a vectorului de eroare al instalației $\varepsilon(t) = [^1\varepsilon(t), \ldots, \varepsilon^n(t)]$, considerînd evident :

$$||\varepsilon|| = F[\psi_1(t_0), \ldots, \psi_n(t)].$$

4. Calculul mărimilor $\psi^\circ = [\psi_1(t), \ldots, \psi_n(t_0)]$ prin metoda Newton-Raphson

Această metodă este prezentată în [5] și presupune rezolvată problema optimizării dacă vectorul ψ° este cunoscut, adică se consideră că pentru un vector ψ° dat este posibilă rezolvarea ecuațiilor (1)—(5) cu excepția îndeplinirii condițiilor finale. Aceasta este posibil, prin intermediul circuitului de calcul cuprinzînd optimizatorul variabilelor de comandă și dispozitivul de modelare a ecuațiilor mărimilor $\psi(t)$ din fig. 1. Deci problema care se pune în continuare este stabilirea structurii blocului de calcul a mărimilor ψ° (fig. 1), astfel încît traiectoria comandată de celelalte blocuri funcționale, corespunzătoare vectorului ψ° să îndeplinească condițiile finale impuse.

Se consideră condițiile finale introduse prin funcțiile

$$S_j[x(t_f), t_f] = 0, \; j = 1, \ldots, q < n + 1 \tag{6}$$

precum și condiția de transversalitate

$$\{\mathcal{H}[x(t), \psi(t), u(t)] - \psi(t) \cdot \mathrm{d}x\}_{t=t_f} = 0 \tag{7}$$

Condițiile de transversalitate din ecuația (7) aplicată în (6) conduc la $n + 1$ relații care trebuie satisfăcute la $t = t_f$. De aici

$$\Phi_j(x, \psi, t_f) = 0, \; j = 1, \ldots, n + 1 \tag{8}$$

În consecință este necesar să se găsească valoarea vectorului

$$\psi^\circ = [\psi_1(t), \ldots, \psi_n(t_0)] = p$$

astfel încît prin funcționarea dispozitivului de calcul din fig. 1, pentru $t = t$ să fie satisfăcute ecuațiile (8). În momentul în care se asigură această condiție soluția ecuației diferențiale (1) este traiectoria optimă căutată.

Algoritmul de calcul constă în următoarele operaţii :
a) se defineşte vectorul Q, dat de : $Q_i = \Phi_1^2$, $i = 1, \ldots, n$; dacă notăm valoarea optimă cu p^* rezultă desigur :

$$Q_i > 0, \quad \text{pentru} \quad p \neq p^*$$
$$Q_i = 0, \quad \text{pentru} \quad p = p^*, \quad i = 1, \ldots, n.$$

b) se rezolvă sistemul de ecuaţii

$$\begin{cases} Q_1(p, \ldots, p_n) = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ Q_n(p^\circ, \ldots, p_n) = 0 \end{cases}$$

printr-o dezvoltare Taylor a acestor ecuaţii şi reţinînd numai termenii pînă la ordinul I, astfel încît

$$p(k+1) = p(k) - \left[\frac{\partial Q}{\partial p}\right]^{-1} \cdot Q \tag{9}$$

această aproximaţie liniară este metoda Newton—Raphson în n dimensiuni. Cu ajutorul acestei formule se realizează în cadrul fiecărei noi iteraţii corecţia componentelor anterioare ale vectorului Q şi această corecţie, după cum rezultă din relaţia (9), este invers proporţională cu panta, ceea ce conduce la o convergenţă foarte bună a procesului iterativ.

Funcţia $\dfrac{\partial Q}{\partial p}$ se calculează cu ajutorul formulei

$$\frac{\partial Q}{\partial p} = 2\Phi\left[\frac{\partial \Phi}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial p} + \frac{\partial \Phi}{\partial \psi}\frac{\partial \psi}{\partial p} + \frac{\partial \Phi}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial p}\right] \tag{10}$$

în care s-a utilizat notaţia vectorial-matricială

$$\frac{\partial u}{\partial v} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial u_1}{\partial v_1} & \cdots & \dfrac{\partial u_1}{\partial v_n} \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \dfrac{\partial u_n}{\partial v_1} & \cdots & \dfrac{\partial u_n}{\partial v_n} \end{bmatrix},$$

unde u şi v sînt n-vectori.
c) se definesc matricile de sensibilitate

$$y = \frac{\partial x}{\partial p}, \quad z = \frac{\partial \psi}{\partial p}.$$

Se poate arăta că aceste funcţii pot fi determinate de-a lungul unei traiectorii, prin integrarea următoarelor sisteme de ecuaţii auxiliare, scrise de asemenea vectorial-matricial.

$$\frac{dY}{dt} = \frac{\partial t}{\partial x} y + \frac{\partial f}{\partial \psi} z, \quad y(t_0) = 0$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial g}{\partial x} y + \frac{\partial g}{\partial \psi} z, \quad z(t_0) = I$$

d) se calculează termenul $\frac{\partial z_f}{\partial p}$ cu ajutorul formulei

$$\frac{\partial t_f}{\partial p} = \frac{\frac{\partial w}{\partial x} y + \frac{\partial w}{\partial p} z}{\frac{\partial w}{\partial x} f + \frac{\partial w}{\partial p} g + \frac{\partial w}{\partial t}}$$

e) se calculează termenul $\frac{\partial Q}{\partial p}$ cu ajutorul relaţiilor stabilite mai sus şi se reevaluează valorile vectorului Q.

f) se calculează expresia

$$V = \sum_{i=1}^{m} Q_i$$

prin integrarea tuturor ecuaţiilor, pentru vectorul p determinat;

dacă $V \leqslant \varepsilon$ rezultă că s-a găsit valoarea optimă;

dacă $V > \varepsilon$ se reevaluează valorile componentelor vectorului conform ecuaţiei(9), reluîndu-se întregul ciclu de calcul.

5. Concluzii

Procedeul discutat în cele de mai sus, destinat rezolvării iterative a ecuaţiilor lui Pontriaghin, în condiţiile considerării limitărilor în spaţiul stărilor, este specific calculului „off-line" datorită complexităţii algoritmului de calcul, precum şi a timpului de calcul în general mai mare în raport cu constantele de timp caracteristice proceselor rapide.

Catedra de automatică II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *V. G. Boltianskii.* Matematiceskie metodi optimalnogo upravlenia. Moscova 1969.
2. *I. S. Pontriaghin, V. G. Boltianskii, V. R. Gamkrelidze, E. F. Miscenco,* Matematiceskaia teoria optimalnih proţessov. Moscova 1969.
3. *A. A. Feldbaum.* Ob avtomatceskom sinteze optimalnih sistem avtomaticeskogo upravleniai. Sbornic „Kombinirovannie vicislitelnîe maşini" Moscova, 1962.
4. *Gr. Brăileanu.* Comunicare la Sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic Bucureşti, aprilie 1970. Utilizarea dispozitivelor analogice de calcul în sistemele optimale.
5. *M. D. Levine.* Trajectory Optimization Using the Newton Raphson. Method. Automatica (The International Journal on Automatic Control and Automation) vol. 3, 1966.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 2
BUCUREȘTI

ENERGETICA

C.Z.: 621.3.016.4

STUDIUL STABILITĂȚII DINAMICE LA MICI PERTURBAȚII PRIN METODA MODALĂ

E. POTOLEA, M. EREMIA, MARIA TUDOSE

1. Considerații generale

În spațiul variabilelor de stare modelul matematic care redă răspunsul dinamic al sistemului electroenergetic este similar modelului matematic a unui sistem automat și poate fi redat sub forma:

$$\dot{x} = Ax + BU(t) \tag{1}$$

în care x este vectorul variabilelor de stare:

$\dot{x}$ — derivata în raport cu timpul a vectorului variabilelor de stare;
A, B — matrici coeficient constante;
$U(t)$ — vectorul de intrare a funcțiilor de reglare.

Simularea răspunsului dinamic implică soluționarea simultană a următoarelor trei probleme matematice:

1) soluționarea sistemului liniar de ecuații algebrice ce leagă tensiunea de curentul nodal în rețeaua de transport;
2) integrarea ecuațiilor diferențiale neliniare ale mașinilor sincrone și ale buclelor de control;
3) satisfacerea condițiilor de neliniaritate de graniță impuse de sarcini.

Multe metode de calcul folosite în prezent, includ tehnici iterative pentru soluționarea oricăreia din aceste probleme, în timp ce alte metode folosesc o formă matricială închisă pentru prima problemă, dar recurg la o diagramă fazorială echivalentă iterativă pentru mașinile sincrone și făcînd ipoteza că sarcinile sînt reprezentate printr-o impedanță constantă pentru realizarea unui algoritm complet într-o formă închisă.

Integrarea unei forme închise a sistemului de ecuații diferențiale necesită ca ecuațiile combinate algebrice și diferențiale ale sistemului să fie aduse la forma:

$$\dot{x} = A \cdot x \tag{2}$$

* Manuscris predat redacției la data de 17 decembrie 1973.

în care de data aceasta vectorul de intrare a funcţiilor de reglare a fost exprimat în spaţiul stărilor şi ecuaţiile diferenţiale ale reglajului s-au adăugat la ecuaţiile diferenţiale ale maşinilor.

În cazul cînd sarcina este reprezentată printr-o impedanţă constantă integrarea sistemului de ecuaţii diferenţiale de mai sus are loc într-o singură iteraţie.

O tehnică de calcul modernă folosită în teoria controlului automat permite determinarea răspunsului dinamic al sistemului fără integrarea sistemului de ecuaţii diferenţiale.

Procedeul constă în reţinerea primilor termeni din dezvoltarea în serie Taylor a ecuaţiilor în jurul unui punct de funcţionare şi în evaluarea stabilităţii în domeniul pentru care rezultatele ecuaţiilor liniarizate sînt valabile. Sistemul de ecuaţii diferenţiale în spaţiul variabilelor de stare obţinut în urma liniarizării poate fi pus sub forma (2) în care prin vectorul x al variabilelor de stare trebuie să se înţeleagă vectorul creşterilor variabilelor de stare.

Odată obţinută matricea A, prin folosirea unui program de calcul se obţin valorile proprii şi vectorii proprii ale acesteia, care dau indicaţii asupra stabilităţii sistemului şi a măsurilor necesare pentru îmbunătăţirea stabilităţii.

Rădăcinile ecuaţiei caracteristice sau valorile proprii ale matricei A sînt în general numere complexe a căror părţi reale dau amortizarea şi a căror părţi imaginare dau frecvenţa modurilor naturale ale sistemului. O rădăcină cu partea imaginară nulă corespunde la un mod neoscilant. Valorile proprii care sînt foarte apropiate de axa imaginară se numesc valori proprii critice.

Întrucît comportarea în regim dinamic a sistemului este dependentă de localizarea valorilor proprii ale matricii A sau a rădăcinilor ecuaţiei caracteristice în planul complex, devine necesar să se studieze efectul sensibilităţii rădăcinilor caracteristice ale sistemului la variaţia diferiţilor parametri ai sistemului.

Fiecare derivată a unei valori proprii în raport cu un anumit parametru indică sensibilitatea valorii proprii corespunzătoare la o schimbare incrementală în acel parametru.

Partea reală a derivatei indică sensibilitatea amortizării iar partea imaginară sensibilitatea la frecvenţă. Părţile reale ale derivatelor valorilor proprii au cea mai mare importanţă pentru studiile de stabilitate întrucît descriu tendinţele oscilaţiilor de a deveni instabile sau stabile, după cum sînt variaţi anumiţi parametri.

Pentru fiecare valoare proprie este necesar să se cunoască vectorul propriu corespunzător şi derivatele acestuia în raport cu parametrii sistemului.

Din cunoaşterea matricei coeficient A se pot identifica elementele sistemului electroenergetic real care sînt asociate cu fiecare element component al vectorului propriu. Amplitudinea absolută a elementelor vectorului propriu indică răspunsul relativ a diferitelor părţi ale sistemului real.

Se studiază în general numai vectorii proprii asociaţi valorilor proprii critice. Semnificaţia fizică a vectorului propriu este că amplitudinea fiecărui element component este o măsură a amplitudinii oscilaţiei variabilei sistemului real la care se referă.

Utilitatea esențială a factorilor de sensibilitate și a derivatelor vectorilor proprii este aceea că ajută la determinarea celor mai importanți parametri pentru stabilitate.

În literatura de specialitate au fost propuse mai multe metode pentru formarea matricei coeficient A [4], [6], [7]. În cadrul acestei lucrări pentru construirea matricei A se folosesc submatricele corespunzătoare elementelor individuale ale sistemului studiat.

2. Alegerea spațiului de referință și stabilirea ecuațiilor rețelei.

Funcționarea rețelei este descrisă complet prin metoda tensiunilor nodale :

$$[I_n] = [Y_n][V_n] \tag{3}$$

în care prin n se înțelege numărul de noduri al rețelei.

Se consideră pentru rețea sistemul de axe de referințe D, Q având următoarele semnificații : componentele după axa directă — D și după axa în cuadratură Q sînt părțile reale și imaginare ale mărimilor complexe respective. În relația (3) vectorii curenților respectiv tensiunilor nodale au cîte două componente i_D, i_Q, respectiv v_D, v_Q. Pe baza acestei reprezentări propuse în [3] sistemul de n ecuații complexe din (3) se transformă în $2n$ ecuații reale.

Considerînd sistemul de studiat compus din două mașini interconectate printr-o linie, obținem :

$$\begin{vmatrix} i_{D_1} \\ i_{Q_1} \\ i_{D_2} \\ i_{Q_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} G_{11} & -B_{11} & G_{12} & -B_{12} \\ B_{11} & G_{11} & B_{12} & G_{12} \\ G_{21} & -B_{21} & G_{22} & -B_{22} \\ B_{21} & G_{21} & B_{22} & G_{22} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} v_{D_1} \\ v_{Q_1} \\ v_{D_2} \\ v_{Q_2} \end{vmatrix} \tag{4}$$

Pentru cazul general, relația (4) se scrie simbolic:

$$[i_R] = [Y_R][v_R] \tag{5}$$

Relația de trecere de la tensiunile din sistemele de axe d, q ale mașinilor la sistemul de axe D, Q a rețelei electrice se exprimă prin următoarea ecuație matricială :

$$\begin{vmatrix} v_{D_1} \\ v_{Q_1} \\ v_{D_2} \\ v_{Q_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\delta_1 & -\sin\delta_1 & & \\ \sin\delta_1 & \cos\delta_1 & & \\ & & \cos\delta_2 & -\sin\delta_2 \\ & & \sin\delta_2 & \cos\delta_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} v_{d_1} \\ v_{q_1} \\ v_{d_2} \\ v_{q_2} \end{vmatrix} \tag{6}$$

sau

$$[v_R] = [T]\,[v_m] \tag{7}$$

În cazul regimului dinamic unghiurile δ_i vor suferi abateri diferite față de viteza sincronă și în consecință axele d, q ale diverselor mașini nu vor mai fi în sincronism. Prin urmare se impune stabilirea unei relații între abaterile variabilelor Δi_m, Δv_m, prin intermediul abaterilor față de valorile de regim permanent.

Trecînd la creșteri finite ale variabilelor în relația (6) se obține următoarea ecuație matricială, în formă simbolică :

$$[\Delta v_R] = [T][\Delta v_m] + [P][\Delta\delta] \tag{8}$$

Similar se obține relația de trecere pentru curenți:

$$[i_m] = [T]^t\,[i_R] \tag{9}$$

Trecînd la creșteri finite ale variabilelor se obține

$$[\Delta i_m] = [T]^t\,[\Delta i_R] + [IDQ]\,[\Delta\delta] \tag{10}$$

Matricile $[T]$, $[P]$ și $[IDQ]$ pot fi scrise folosind valorile curenților, tensiunilor și unghiurilor din regimul permanent i_m, v_m și δ_i.

În ecuația (5) scrisă pentru mici perturbații în jurul unui punct de funcționare, folosind relațiile (8) și (10) rezultă

$$[\Delta i_m] = [Y_m]\,[\Delta v_m] + [S]\,[\Delta\delta] \tag{11}$$

în care

$$[Y_m]=[T]^t\,[Y_R]\,[T];\ [S]=[T]\,[Y_R]\,[P] + [IDQ] \tag{12-13}$$

Relația matricială (11) conține expresiile restricțiilor impuse de rețeaua de transport asupra funcționării fiecărei mașini sincrone, exprimate în sistemul de axe propriu fiecărei mașini și luînd în considerație abaterile de viteză unghiulară.

3. Ecuațiile mașinilor sincrone pentru mici perturbații

Ecuațiile de funcționare ale mașinii sincrone cu înfășurări de amortizare sînt scrise în sistemul d, q obținut prin transformarea Park [1]. Ecuațiile corespunzătoare unui regim oarecare după [2] prin dezvoltarea

în serie Taylor în jurul unui punct de funcționare, neglijînd termenii de ordinul II inclusiv sînt:

— Ecuațiile magnetice în axele d și q;

$$\begin{vmatrix} \Delta\varphi_{fd} \\ \Delta\varphi_{d} \\ \Delta\varphi_{1d} \\ \Delta\varphi_{q} \\ \Delta\varphi_{1q} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_{ffd} & -x_{ad} & x_{f1d} & & \\ x_{ad} & -x_{d} & x_{ad} & & \\ x_{fdk} & -x_{ad} & x_{kkd} & & \\ & & & -x_{q} & x_{aq} \\ & & & -x_{aq} & x_{k1q} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \Delta i_{fd} \\ \Delta i_{d} \\ \Delta i_{1d} \\ \Delta i_{q} \\ \Delta i_{1q} \end{vmatrix} \tag{14}$$

— Ecuațiile electrice în axele d și q:

$$\frac{\Delta e_q}{x_{fd}} = \frac{1}{\omega_0 r_{fd}} \cdot p\ \Delta\varphi_{fd} + \Delta i_{fd} \tag{15}$$

$$0 = \frac{1}{\omega_0 r_{1d}} \cdot p\Delta\varphi_{1d} + \Delta i_{1d} \tag{16}$$

$$0 = \frac{1}{\omega_0 r_{1q}} \cdot p\ \Delta\varphi_{1q} + \Delta i_{1q} \tag{17}$$

$$\Delta v_d = \frac{1}{\omega_0} \cdot p\Delta\varphi_d - R \cdot \Delta i_d - \frac{\varphi_q}{\omega_0}\Delta\omega - \Delta\varphi_q \tag{18}$$

$$\Delta v_q = \frac{1}{\omega_0} \cdot p\ \Delta\varphi_q - R \cdot \Delta i_q + \frac{\varphi_d}{\omega_0}\Delta\omega + \Delta\varphi_d \tag{19}$$

— Expresia cuplului electromagnetic:

$$\Delta c_e = \varphi_d \cdot \Delta i_q + i_q \cdot \Delta\varphi_d - \varphi_q \cdot \Delta i_d - i_d \Delta\varphi_q \tag{20}$$

— Expresia tensiunii la borne:

$$\Delta v_g = \frac{v_d}{v_g} \cdot \Delta v_d + \frac{v_q}{v_g} \cdot \Delta v_q \tag{21}$$

Aceste ecuații sînt scrise în sistemul unităților relative, în care fiecare tensiune, flux, curent și impedanță este raportată la valoarea de bază aleasă.

4. Ecuațiile mașinilor în spațiul variabilelor de stare

Sistemul variabilelor de stare ales pentru a descrie funcționarea mașinilor sincrone în această lucrare este constituit din cele 5 fluxuri de inducție din axele longitudinală și transversală, din transformarea Park. Alegerea fluxurilor și nu a tensiunilor și curenților ca variabile de stare prezintă avantajul că nu este necesar calculul unor noi valori inițiale după fiecare schimbare a unui parametru a sistemului, deoarece conform legii lui Lenz, fluxul de inducție în mașină rămîne constant pe durata apariției unei astfel de schimbări.

În sistemul de ecuații liniarizate (18) și (19) se înlocuiesc valorile creșterilor de tensiuni și curenți Δv_d, Δv_q respectiv Δi_d, Δi_q funcție de creșterile variabilelor de stare.

$$[\Delta v_m] = \frac{1}{\omega_0}[p\Delta\varphi_m] + [\Delta\varphi_m] + [FDQ][a] - [R_m][\Delta i_m] \tag{22}$$

Înlocuind Δv_m din ecuația (22) în ecuația (11) rezultă:

$$[\Delta i_m] = [C][p\,\Delta\varphi_m] + \omega_0[C][\Delta\varphi_m] + \omega_0[CF][a] + [SC][\Delta\delta] \tag{23}$$

în care

$$[C] = [[1] + [Y_m][R_m]]^{-1} \cdot [Y_m] \tag{24}$$

$$[SC] = [[1] + [Y_m][R_m]]^{-1} \cdot [S];\ [CF] = [C][FDQ] \tag{25–26}$$

Ecuația (23) se rearanjează prin operații simple pentru a fi pusă sub forma:

$$[\Delta i_m] = [C][p\Delta\varphi_m] + [W] \cdot [\Delta\varphi_m,\ \Delta\delta,\ a] \tag{27}$$

Ecuația (27) se extinde pentru a cuprinde și ecuațiile circuitului rotoric (15), (16) și (17). Această operație se realizează completînd vectorii $[\Delta i_m]$, $[p\Delta\varphi_m]$, și $[\Delta\varphi_m,\ \Delta\delta,\ a]$, rezultînd astfel noii vectori $[\Delta i]$, $[p\Delta\varphi]$ și $[x']$ legați prin relația simbolică:

$$[\Delta i] = [M][p\Delta\varphi] + [N][x'] \tag{28}$$

Prin eliminarea vectorului $[\Delta i]$ din ecuația (28) se ajunge la un sistem de ecuații diferențiale cuprinzînd numai variabilele și derivatele lor din spațiul stărilor.

Ecuațiile fluxurilor magnetice ale mașinilor se pot scrie sub forma matricială:

$$[\Delta\varphi] = [X][\Delta i] \tag{29}$$

Prin înmulțirea la stînga a ecuației (28) cu matricea reactanțelor $[X]$ și avînd în vedere relația (29) se obține:

$$[\Delta\varphi] = [X]\,[M]\,[p\Delta\varphi] + [X]\,[N]\,[x'] \tag{30}$$

Avînd în vedere că în vectorul $[x']$ al variabilelor de stare primele zece elemente sînt chiar elementele lui $\Delta\varphi$ relația (30) poate fi scrisă în felul următor:

$$[J'] \cdot [p\Delta\varphi] = [K'] \cdot [x'] \tag{31}$$

în care

$$[J'] = [X] \cdot [M];\ [K'] = [[1,0] - [X]\,[N]] \tag{32-33}$$

Sistemul de ecuații (31) este constituit din 10 ecuații diferențiale independente, vectorii $[p\Delta\varphi]$ și $[x']$ conținînd 10 respectiv 16 variabile.

5. Ecuațiile diferențiale ale regulatoarelor în spațiul variabilelor de stare

Sistemul de reglare a tensiunii descris în [5] modifică tensiunea electromotoare e_q în funcție de abaterea tensiunii v_g la bornele mașinii și se reprezintă prin următoarea ecuație diferențială în creștere finite:

$$(1 + pT_r)\ \Delta e_q = K_r \cdot \Delta v_g \tag{34}$$

În relația (34) este necesar să exprimăm pe Δv_g în funcție de variabilele de stare. Pe baza ecuației (23) abaterea tensiunilor la bornele mașinilor se poate scrie:

$$[\Delta v_m] = \frac{1}{\omega_0}\,[p\Delta\varphi_m] + [V]\,[\Delta\varphi_m, \Delta\delta, a] - [R_m]\,[\Delta i_m] \tag{35}$$

Înlocuind ecuația (27) în (35) rezultă:

$$[\Delta v_m] = [L] \cdot [p\Delta\varphi_m] + [LW] \cdot [\Delta\varphi_m,\ \Delta\delta\text{-}\ a] \tag{36}$$

în care

$$[L] = \left[\frac{1}{\omega_0}\,[1] - [R_m]\,[C]\right];\ [LW] = [[V] - [R_m]\,[W]] \tag{37-38}$$

Expresia (21) a abaterilor absolute ale tensiunii la bornele mașinilor se scrie:

$$[\Delta v_g] = [VDQ] \cdot [\Delta v_m] \tag{39}$$

Înlocuind ecuația (36) în (39) obținem:

$$[\Delta v_g] = [VDQ] \cdot [L] \cdot [p\Delta\varphi_m] + [VDQ]\,[LW]\,[\Delta\varphi_m,\ \Delta\delta, a] \tag{40}$$

Ecuaţia (34) scrisă sub forma matricială este:

$$[TR] \cdot [p\,\Delta e_q] = [KR] \cdot [\Delta v_g] - [\Delta e_q] \tag{41}$$

Înlocuind $[\Delta v_g]$ din (40) în ecuaţia (41) se obţine:

$$[TR]\,[p\Delta e_q] - [KRL]\,[p\Delta\varphi_m] = [KRW]\,[\Delta\varphi_m, \Delta\delta, a] - [\Delta e_q] \tag{42}$$

în care

$$[KRL] = [KR]\,[VDQ]\,[L]; \quad [KRW] = [KR]\,[VDQ]\,[LW] \tag{43-44}$$

Sistemul de reglare a vitezei modifică cuplul mecanic c_m în funcţie de abaterea vitezei a, care constituie mărimea de intrare în regulator [5]. Ecuaţia sistemului de reglare a vitezei pentru mici perturbaţii ale variabilelor de stare este:

$$[\tau] \cdot [p\,\Delta c_m] = -[a] - [\sigma] \cdot [\Delta c_m] \tag{45}$$

Ecuaţiile regimului tranzitoriu electromecanic la mici perturbaţii [5] sînt redate de următoarele relaţii simbolice:

$$[T_a][pa] = [\Delta c_m] - [\Delta c_e] - [D]\,[a] \tag{46}$$

$$[p\Delta\delta] = \omega_0 \cdot [a] \tag{47}$$

Înlocuind variabia Δc_e cu expresia sa din (20) după exprimarea în prealabil a curenţilor în funcţie de variabilele de stare, se obţine:

$$[T_a][pa] + [FLC][p\Delta\varphi_m] = [\Delta c_m] - [FLW][\Delta\varphi_m, \Delta\delta, a] - [D][a] \tag{48}$$

în care

$$[FLC] = [FDQ]'\,[C]; \quad [FLW] = [FDQ]'[W] + [IDQ]'[1,0] \tag{49-50}$$

Deci, prin luarea în consideraţie a reglajului de tensiune şi viteză s-au introdus ecuaţiile (42), (45), (47) şi (48), adică un număr de 8 ecuaţii diferenţiale de ordinul întîi. Cu această ocazie au apărut două noi variabile de stare Δc_{m1} şi Δc_{m2}.

Se obţine în final un sistem de 18 ecuaţii diferenţiale de ordinul întîi corespunzător celor 18 variabile de stare. Acest sistem se poate scrie simbolic astfel:

$$[J] \cdot [\dot{x}] = [K]\,[x] \tag{51}$$

care poate fi adus la forma (2), unde:

$$[A] = [J]^{-1}\,[K] \tag{52}$$

În relațiile de transformare (8), (10), (11) s-a considerat că axele rețelei se rotesc cu viteză sincronă. În timpul regimului tranzitoriu viteza axelor D, Q ale rețelei este necunoscută și este rezultatul acțiunii colective a regulatoarelor de viteză și a caracteristicilor cuplu-viteză a mașinilor. Se consideră ipoteza că frecvența rețelei este întotdeauna identică cu aceea a unei mașini r, arbitrar aleasă, în cazul nostru mașina 2, astfel încît axele D, Q să se rotească în sincronism cu axele d_2, q_2 ale acelei mașini.

În consecință, abaterea unghiului rotoric $\Delta\delta_r$ este nulă, iar alunecările rezultante ale mașinilor sincrone față de acest nou sistem sînt :

$$a_1^{rez} = \frac{\omega_1 - \omega_r}{\omega_0} \quad \text{sau} \quad a_1^{e} = a_1 - a_r \tag{53}$$

Avînd în vedere acest fapt, relația (47) se poate scrie :

$$p\Delta\delta_1 = \boxed{\omega_0 \mid -\omega_0} \cdot \boxed{\frac{a_1}{a_2}} \tag{54}$$

Alegerea în final a axelor de referință d_r, q_r sau a oricăreia dintre mașini ca referință, necesită modificarea corespunzătoare în sistemul de ecuații (51) numai a ecuațiilor de tipul (54). În felul acesta ordinul sistemului de ecuații din (51) devine 17, reducîndu-se cu o unitate. Aceste modificări se vor efectua înainte de a inversa matricea [J] în relația (52).

6. Concluzii

Acest articol prezintă un nou model matematic pentru descrierea comportării dinamice a unui sistem electric la mici perturbații. Modelul descris prezintă următoarele avantaje față de alte modele matematice :

— Folosește sistemul de ecuații Park complet pentru mașinile sincrone cu poli înecați și include reprezentarea regulatoarelor de tensiune și viteză. Este un model matematic modular, permițînd introducerea ușoară a oricărui regulator de tensiune și viteză.

— Poate lua în considerație un număr oarecare de mașini nefiind limitat numărul maxim de mașini decît de capacitatea de memorie a calculatorului numeric.

— Metoda lucrează în „spațiul stărilor", permițînd folosirea oricărei tehnici a teoriei controlului modern, cum ar fi teoria modală, răspunsul prin frecvență, etc.

Ca dezavantaje pot fi menționate următoarele :

— Matricea coeficient A nu conține elementele sistemului de studiat sub formă explicită — îngreunînd calculul sensibilităților valorilor proprii ale sistemului la schimbări ale parametrilor ;

— Inversarea unor matrici de ordin ridicat ;

— Matricea coeficient A care este de ordinul 17×17 pentru sistemul electroenergetice format din două mașini sincrone prevăzute cu RAT și

RAV, conduce pentru sisteme mai mari la dimensiuni incompatibile cu capacitatea actuală a sistemului de calcul FELIX—256 din cadrul Institutului politehnic București.

Pentru apicarea acestei metode la studiul sistemelor electroenergetice de dimensiuni mari, se vor căuta modele simplificate pentru reprezentarea comportării dinamice a mașinilor sincrone interconenctate.

Catedra de rețele electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București

BIBLIOGRAFIE

1. *R. H. Park*, Two-reaction Theory of Synchronous Machines. Generalized Method of Analysis — Part. I A.I.E.E., Trans. vol. 48, No. 2, July, 1929, p. 716—730.
2. *G. Shackshaft*, A General — purpose Turboalternator Model Proc. IEE, Feb. 1963, pp. 703
3. *D. G. Taylor*, Analysis of Synchronous Machines Connected to Power System Networks Proc. IEE, 1962, 109 C, pp. 606—610.
4. *J. M. Undrill*, Dynamic Stability Calculations for an Arbitrary Number of Interconnected Synchronous Machines. IEEE Trans. Power App. and systems vol. PAS — 87, pp. 835—844, March 1968.
5. *M. Tudose, M. Eremia, C. Marinescu*, Studiul stabilității dinamice a unui sistem electric utilizînd pachetul de subprograme al calculatorului IBM 1130. Bul. IPB, Tomul XXXV, nr. 4, 1973.
6. *M. A. Laughton*, Matrix Analysis of Dynamic Stability in Synchronous Multimachine Systems, Proc. IEE, vol. 113, No. 2, Febr. 1966.
7. *J. E. Van Ness, W. F. Goddard*, Formation of the Coefficient Matrix of a Large Dynamic System, IEEE Trans. Power App. and Systems, PAS-87, Jan. 1968.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 2
BUCUREȘTI

ELECTROTEHNICĂ

C.Z.: 621.314.2

METODĂ GENERALĂ DE SINTEZĂ TOPOLOGICĂ A MULTIPORȚILOR ACTIVI FĂRĂ TRANSFORMATOARE IDEALE*

M. PREDA, Fl. CONSTANTINESCU.

1. Introducere

Problema sintezei topologice a unui n-port se formulează astfel: dacă se dă matricea pătratică Z de ordinul n a impedanțelor în gol sau matricea Y a admitanțelor de scurtcircuit, să se găsească topologia circuitului, natura și valorile elementelor de circuit care realizează această matrice. Folosirea transformatoarelor ideale permite ca aceleași impedanțe să apară (înmulțite cu diferiți coieficienți reali) între bornele mai multor porți /1, 2/; metodele de sinteză se reduc astfel în esență la diagonalizarea unor matrici (descompunerea $Z' = TZ''\widetilde{T}$ unde Z'' este diagonală, T este reală și $\widetilde{T}$ este transpusa lui T) topologia circuitului fiind determinată de structura matricii T. În acest caz condițiile de realizabilitate sînt cunoscute și există numeroase metode de sinteză /1/. Realizarea practică a schemelor cu transformatoare apropiate de cele ideale este neeconomică dar prezența acestora în circuit conduce la simplificarea calculelor în metodele de sinteză. Aceste motive justifică, atît din punct de vedere practic cît și din punct de vedere teoretic, interesul pentru sinteza fără transformatoare ideale. Există metode de sinteză fără transformatoare ideale a multiporților pasivi, cu anumite structuri particulare pentru care sînt cunoscute și condițiile de realizabilitate /3/.

În scopul elaborării unei metode generale de sinteză — valabilă pentru orice structură a circuitului — vom folosi în această lucrare formularea topologică a funcțiilor de rețea.

Analiza topologică a circuitelor pasive arată că valorile elementelor matricii Z sau Y se pot exprima cu formule de tip Maxwell sau Kirchhoff, în care apar valori în imitanțe ale arborilor, coarborilor și ale altor mulțimi de laturi derivate din acestea /3/. Aceste formule sînt folosite de Bellert /4/ în metoda sa de sinteză topologică. Pe lîngă dezavantajul inerent al exprimării în funcție de valorile în imitanțe ale tuturor arborilor sau coarborilor (care sînt foarte mulți), algoritmul din /4/ este complicat de apariția valorilor în imitanțe ale unor mulțimi de laturi derivate din arbori sau coarbori.

* Manuscris predat redacției la data de 10 mai 1974

Analiza topologică a circuitelor active conduce la formule de același tip în care se consideră însă două grafuri /3, 5/. Pentru rețelele cu surse de curent comandate în tensiune și cu transformatoare există formule topologice de exprimare a valorii determinantului matricii admitanțelor nodurilor și a minorilor acestuia în funcție de valorile în admitanțe ale

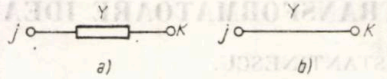


Fig. 1 Latură pasivă și digraful ei

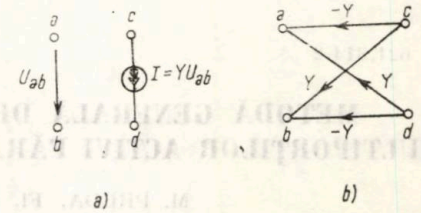


Fig. 2. Sursă comandată și digraful corespunzător

diarborilor și 2-diarborilor digrafului introdus de Chen. Într-o lucrare recentă /6/ Chen stabilește sistemul de diarbori care trebuie luați în considerare astfel încît în calculul valorilor determinanților să nu apară termeni care se reduc. O exprimare mai simplă și directă a funcțiilor de rețea Z_{jk} și Y_{jk} este dată de Preda /7/. În formulele din /7/ nu apar decît valori în admitanțe ale diarborilor, evitîndu-se astfel determinarea 2-diarborilor pentru toți determinanții care intervin în calculul unei funcții de rețea. Metoda de sinteză topologică propusă se bazează pe aceste formule a căror prezentare este făcută în cele ce urmează.

Fie un n-port RLC cu surse de curent comandate în tensiune, fără surse independente, în condiții inițiale de zero. Digraful circuitului se obține asociind fiecărui element pasiv de circuit o latură neorientată (pasivă) ca în fig. 1a și 1b, iar fiecărei surse comandate (fig. 2a) un grup de laturi orientate (active) ca în fig. 2b. Diarborele este un arbore al digrafului în care toate laturile active sînt orientate spre nodul de referință. Impedanța de transfer în gol între porțile k și j este dată de :

$$Z_{kj} = \frac{T_{1kj}}{T_g} \quad k \neq j \tag{1}$$

unde T_g este suma valorilor în admitanțe ale tuturor diarborilor în raport cu un nod de referință oarecare; T_{1kj} este suma valorilor în admitanțe a tuturor diarborilor digrafului completat (obținut prin suprapunerea digrafului completant din fig. 3 peste digraful circuitului), care conțin laturile unitare, în raport cu un nod de referință oarecare. T_{1kj} și T_g se calculează considerînd toate porțile în gol.

Admitanța de transfer în scurtcircuit este dată de :

$$Y_{kj} = \frac{T_{1kj}}{T_{sc}} \quad k \neq j \tag{2}$$

unde T_{1kj} are semnificația de mai sus, considerînd însă toate porțile diferite de j și k în scurtciruit iar T_{sc} este suma valorilor în admitanțe ale diarborilor digrafului circuitului dacă se consideră toate porțile scurt-

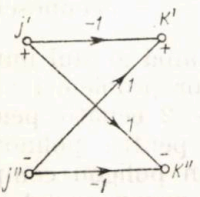


Fig. 3 Digraful completant pentru Z_{jk} și Y_{jk}

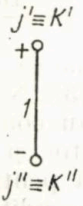


Fig. 4 Digraful completant pentru Z_{jj}

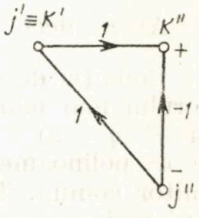


Fig. 5 Digraful completant pentru Y_{jj}

circuitate. Formulele (1) și (2) se pot aplica și pentru calculul Z_{jj} și Y_{jj} considerînd poarta k în „paralel" cu poarta j (fig. 4) respectiv în „serie" cu poarta j (fig. 5).

2. Metoda de sinteză

2.1. Sinteza unui n-port pentru care se dă matricea Z

Fie o matrice pătratică Z de ordinul n. Problema care se rezolvă este găsirea unei rețele n-port RLC fără transformatoare și fără surse independente a cărei matrice de impedanțe în gol să fie Z; rețeaua conține ca elemente active numai surse de curent comandate în tensiune.

De oarece toate elementele matricii Z exprimate cu formula (1) au același numitor, elementele matricii date trebuie aduse la același numitor.

Este cunoscut că numărul minim de noduri pentru un n-port este $n + 1$, de oarece altfel nu toate tensiunile porților ar fi independente.

Dacă numitorul comun al elementelor matricii Z are gradul q, considerînd admitanța unei laturi pasive de forma $Y_i = sC_i + G_i + s^{-1}/L_i$, iar admitanțele surselor comandate reale, numărul minim de noduri al circuitului corespunzător matricii Z este: $\{q/2\} + 1$ unde $\{q/2\}$ este cel mai mic întreg mai mare sau egal cu $q/2$. Într-adevăr, fie un polinom de gradul q în s; acesta se poate pune sub forma $s^k(a_{2k}s^k + a_{2k-1}s^{k-1} + \ldots + a_k s^0 + \ldots + a_1 s^{-k+1} + a_0 s^{-k})$ dacă $q = 2k$ și sub forma $s^k(a_{2k+1}s^{k+1} + a_{2k}s^k + \ldots + a_k s^0 + \ldots + a_1 s^{-k+1} + a_0 s^{-k})$ dacă $q = 2k + 1$; ținînd cont de forma Y_i, rezultă numărul minim de noduri. Avînd în vedere că un arbore are $n - 1$ laturi, numărul minim de noduri necesare pentru realizarea matricii Z este:

$$n'_{\min} = \max\ (n + 1,\ \{q/2\} + 1) \tag{3}$$

Pentru a face sinteza se consideră o rețea cu graful poligon complet cu $n'_{\min}$ noduri avînd $C^2_{n'_{\min}}$ laturi pasive de admitanță Y_i. Se poate considera cîte o sursă comandată pentru oricare patru noduri; pentru o rețea cu n' noduri putem avea cel mult C^4_n surse. Se construiește digraful rețelei și identificînd expresiile Z_{jk} după formula (1) cu cele date, rezultă

un sistem de ecuații. Rezolvînd acest sistem de ecuații, se obține soluția problemei. Menționăm că este suficient să rezulte valori reale pentru R_i, L_i, C_i, Y_{si}. Dacă R_i, L_i sau C_i sînt negative, se poate folosi un convertor de impedanță negativă, realizabil cu un cuadripol RLC cu surse comandate.

Avem deci $3C_{n'}^2 + C_{n'}^4 = \dfrac{n'^4 - 4n'^3 + 37\,n'^2 - 42\,n'}{24}$ necunoscute.

Condiția de stabilitate impune ca orice Z să nu aibă gradul numărătorului mai mare decît $q + 1$ /3/. Numărul ecuațiilor problemei va fi deci $n^2\,(q + 2) + q + 1$ unde s-au considerat cîte $q + 2$ ecuații pentru cele n^2 polinoame de la numărător și $q + 1$ ecuații pentru polinomul numitor comun. Ținînd seama că pentru un circuit în poligon complet cu n' noduri $q = 2(n' - 1) + 1$, condiția ca numărul necunoscutelor să fie mai mare decît numărul ecuațiilor este:

$$n^2 \leqslant \frac{n'^4 - 4\,n'^3 + 37\,n'^2}{24(2n' - 1)}, \tag{4}$$

de unde rezultă că pentru n și q dați se poate găsi întotdeauna un n' astfel încît (4) să fie satisfăcută. Dacă pentru $n' = n'_{\min}$ sistemul nu are nici o soluție reală, se consideră $n' = n'_{\min} + 1$ și se refac calculele. O dată cu creșterea lui n' care implică mărirea numărului de necunoscute în exces față de numărul ecuațiilor, crește și probabilitatea ca sistemul să aibă o soluție reală.

2.2. Sinteza unui n-port pentru care se dă matricea Y

Fie Y o matrice pătratică de ordinul n. Se cere să se găsească o rețea n-port RLC fără transformatoare și fără surse independente a cărei matrice de admitanțe în scurtcircuit să fie Y; rețeaua conține ca elemente active numai surse de curent comandate în tensiune.

Procedeul de sinteză este similar celui din paragraful 2.1. Numărul minim de noduri al rețelei care realizează pe Y este:

$$n'_{\min} = n + \{q/2\} + 1 \tag{5}$$

unde q este gradul numitorului comun al elementelor matricii Y. Această relație rezultă ținînd seama că numitorul comun este T_{sc} deci la numărul nodurilor digrafului a cărui sumă a valorilor diarborilor este T_{sc} trebuie adăugat n (cîte un nod pentru fiecare poartă scurtcircuitată).

2.3. Sinteza unor structuri particulare

Metodele de sinteză fără transformatoare ideale a imitanțelor de intrare și funcțiilor de transfer sînt formulate pentru structuri particulare

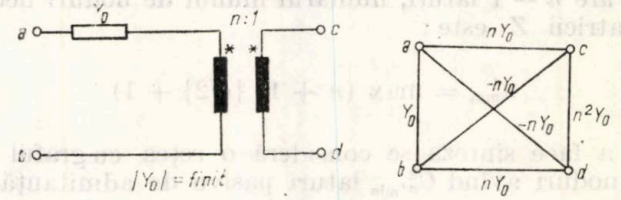


Fig. 6 Transformator ideal și digraful corespunzător

(scară, punte, etc.) /3/. Orice astfel de metodă rezultă din metoda generală prezentată pe baza proprietăţilor grafului structurii respective. În paragraful 3.1. vom prezenta ca exemplu deducerea algoritmului de sinteză a unei impedanţe de intrare cu o structură în scară (metoda Cauer).

Metodele de sinteză a multiporţilor cu transformatoare ideale rezultă din metoda expusă avînd în vedere digraful transformatorului ideal /8/ (fig. 6)şi proprietăţile digrafului circuitului. Orice algoritm de sinteză a unui multiport cu structură particulară fără transformatoare ideale poate fi găsit, cu ajutorul proprietăţilor digrafului considerat, plecînd de la metoda prezentată. În cazul n-porţilor rezistivi cu $n + 1$ noduri, sistemul de ecuaţii al metodei propuse este acelaşi cu cel propus de Cederbaum /9/.

Calculele necesare pentru determinarea valorilor parametrilor elementelor de circuit cu metoda propusă sînt laborioase. Pentru acelaşi circuit aplicarea unei metode particulare adaptată structurii sale conduce la calcule mult mai simple. Importanţa metodei decurge din faptul că structurile pentru care există metode speciale de sinteză sînt foarte puţine.

Prin aplicarea metodei propuse unor structuri particulare, este posibil să se găsească noi metode specifice de sinteză.

În general, metoda nu restrînge clasa elementelor active de circuit utilizabile la sursele de curent comandate în tensiune, care au admitanţă reală. Celelalte tipuri de surse comandate pot fi echivalate în general cu surse de curent comandate în tensiune iar caracterul real al admitanţei sursei nu este esenţial în metodă. Pentru toate elementele active de circuit există scheme echivalente cu surse comandate şi elemente pasive.

3. Aplicaţii

3.1. Sinteza unei impedanţe de intrare cu o structură în scară (metoda Cauer)

Fie Z impedanţa de intrare care trebuie realizată cu o structură în scară al cărei graf este prezentat în fig. 7. Laturile circuitului pot avea impedanţe oarecare. Conform formulei (1) $Z = \dfrac{T_{1g}}{T_g}$ cu digraful completant format din latura de admitanţă unitară de la borne. Deoarece toţi arborii conţin latura Z_1,

$$T_g = \frac{1}{Z_1} T'_g$$

unde T'_g este suma valorilor arborilor circuitului fără Z_1. Arborii grafului completat, care conţin latura unitară de la borne pot conţine pe Z_1 sau nu; arborii care conţin pe Z_1 nu conţin pe Z_2:

$$T_{1g} = \frac{1}{Z_1} T'_{1g} + T'_g$$

unde T'_{1g} este suma valorilor arborilor circuitului fără Z_1, care conțin latura unitară în paralel cu Z_2. Rezultă:

$$Z = \frac{\frac{1}{Z_1} T'_{1g} + T'_g}{\frac{1}{Z_1} T'_g} = Z_1 + \frac{T'_{1g}}{T'_g} = Z_1 + Z' \qquad (7)$$

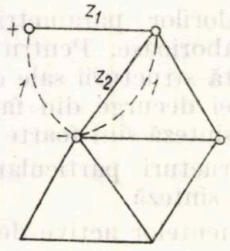


Fig. 7 Graful unei structuri în scară

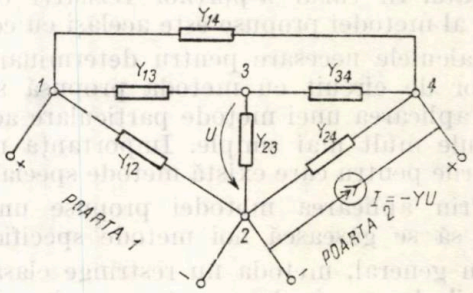


Fig. 8 Diport cu patru noduri

unde Z' este impedanța de intrare a circuitului fără Z_1. Am arătat astfel că la o structură în scară se poate extrage din Z impedanța unei laturi, „serie". În continuare, pentru a arăta cum se extrage impedanța unei laturi de tip „paralel" vom considera admitanța $Y = \frac{1}{Z'} = \frac{T'_g}{T'_{1g}}$. Arborii circuitului fără Z_1 pot conține sau nu pe Z_2 deci:

$$T'_g = \frac{1}{Z_2} T'_{1g} + T''_g$$

unde T''_g este suma valorilor arborilor circuitului fără Z_1 și fără Z_2. Se observă că T'_{1g} este și suma valorilor arborilor care conțin latura unitară în paralel cu Z_2 în circuitul fără Z_1 și Z_2; deci $T'_{1g} = T''_{1g}$. Rezultă:

$$Y' = \frac{\frac{1}{Z_2} T'_{1g} + T''_g}{T'_{1g}} = Y_2 + \frac{T''_g}{T''_{1g}} = Y_2 + Y''$$

Extragerea valorii impedanței de tip „serie" se face deci prin împărțirea numărătorului lui Z la numitor; extragerea valorii admitanței laturii următoare de tip „paralel" se face prin împărțirea numitorului lui Z la restul primei împărțiri ș.a.m.d.

3.2. Sinteza unui diport pentru care se dă Z

Fie matricea:

$$Z = \begin{bmatrix} \dfrac{2s^3 + 3{,}5\,s^2 + 3{,}75\,s + 1{,}5}{5s^3 + 7s^2 + 6{,}75\,s + 1{,}5} & \dfrac{s^2}{5\,s^3 + 7s^2 + 6{,}75\,s + 1{,}5} \\ \dfrac{s^2}{5s^2 + 7s^2 + 6{,}75\,s + 1{,}5} & \dfrac{5s^2 + 1{,}5\,s}{5s^3 + 7\ s^2 + 6{,}75\,s + 1{,}5} \end{bmatrix}$$

Se cere să se găsească o rețea fără transformatoare a cărei matrice a impedanțelor în gol să fie Z. Gradul numitorului elementelor matricii este $q = 3$, deci numărul minim de noduri este $n' = \max(3,2 + 1) = 3$. Pentru $n' = 3$ numărul ecuațiilor sistemului de rezolvat depășește cu mult numărul necunoscutelor. Fie $n' = 4$. În fig. 8 este prezentat circuitul cu patru noduri al cărui graf este complet; pe figură s-au notat cele două porți și s-a reprezentat sursa comandată. Digraful corespunzător acestui circuit este dat în fig. 9.

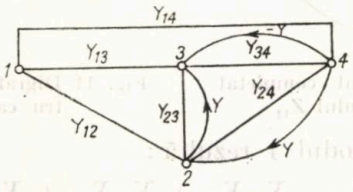


Fig. 9 Digraful circuitului din fig. 8.

Pentru calculul valorilor diarborilor se folosește un algoritm de determinare a arborilor neorientați în grafuri complete și aproape complete /10/; acest algoritm se bazează pe codificarea laturilor cu ajutorul perechilor de numere atașate nodurilor fiecărei laturi și conduce la determinarea fără repetări a arborilor.

Arborii orientați în raport cu un nod de referință se determină cu ajutorul celor neorientați ținînd seama și de laturile conectate în paralel. Fie $S_n = \{1, 2, \ldots, n\}$ mulțimea indicilor nodurilor grafului, $A_k = \{a_1, \ldots, a_k\}$ o submulțime a S_n și $B_u = \{b_1, \ldots, b_u\}$ o submulțime din A_k, unde $1 \leqslant u \leqslant k \leqslant n$. Fie $\left(A_1; \sum_x j_x\right) = \sum_x a_1\, j_x$ unde suma din membrul drept este o sumă simbolică de perechi de indici. Arborii unui graf complet cu n noduir sînt dați de dezvoltarea:

$$(S_{n-1};\ n) = \prod_{y=1}^{n-1} (y\ n) + \sum_{u=1}^{k-1} \sum_{(Zu)} \left[\prod_{\nu=1}^{u} (b_\nu\ n)\right] \left(\bar{B}_u;\ \sum_\nu b_\nu\right)$$

unde $\bar{B}_u$ este complementul lui B_u în A_k și $\sum_\nu b_\nu = b_1 + \ldots + b_u$; $\sum_{(Zu)}$ ia în raport cu toate mulțimile B_u din A_k. Arborii unui graf cu patru noduri sînt dați de:

$$(S_3;\ 4) = \prod_{y=1}^{3} (y\ 4) + \sum_{u=1}^{2} \sum_{(Zu)} \left[\prod_{\nu=1}^{u} (z_\nu\ 4)\right] \left(Z_u;\ \sum_\nu z\right) =$$

$$= (14)(24)(34) + (14)(21)(31) + + (14)(21)(32) + (14)(31)(23) +$$
$$+ (24)(12)(32) + (24)(12)(31) + (24)(32)(13) + (34)(13)(23) +$$
$$+ (43)(13)(21) + (34)(23)(12) + (14)(24)(31) + (14)(24)(32) +$$
$$+ (14)(34)(21) + (14)(34)(23) + (24)(34)(12) + + (24)(34)(13)$$

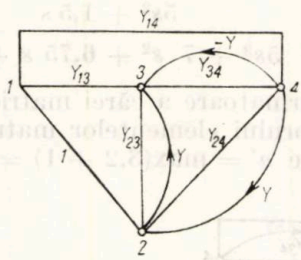


Fig. 10 Digraful completat pentru calculul Z_{11}

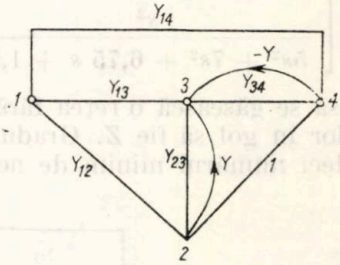


Fig. 11 Digraful completat pentru calculul Z_{22}

Alegînd ca referinţă nodul 4 rezultă:

$$T_g = Y_{14}(Y_{24}Y_{34} + Y_{21}Y_{31} + Y_{21}Y_{32} + Y_{31}Y_{23} + Y_{24}Y_{31} +$$
$$+ Y_{24}Y_{32} + Y_{34}Y_{21} + Y_{34}Y_{23}) + Y_{24}(Y_{12}Y_{23} + Y_{12}Y_{13} + Y_{13}Y_{32} +$$
$$+ Y_{34}Y_{12} + Y_{34}Y_{13}) + Y_{34}(Y_{13}Y_{23} + Y_{13}Y_{12} + Y_{23}Y_{12}) + YY_{34}(Y_{13} +$$
$$+ Y_{12} + Y_{14}) + YY_{13}Y_{14}$$

Notăm: $T_{1\,11} = T_1$; $T_{1\,22} = T_2$; $T_{1\,12} = T_{12}$; $T_{1\,21} = T_{21}$. Rezultă:

$$T_1 = Y_{14}Y_{31} + Y_{14}Y_{32} + Y_{24}Y_{32} + Y_{24}Y_{31} + Y_{34}Y_{23} + Y_{14}Y_{34} +$$
$$+ Y_{24}Y_{34} + YY_{34} + Y_{34}Y_{13}$$

$$T_2 = Y_{14}(Y_{34} + Y_{23} + Y_{13}) + Y_{34}(Y_{12} + Y_{13} +$$
$$+ Y_{12}(Y_{23} + Y_{13}) + Y_{13}Y_{23}$$

$$T_{12} = Y_{14}Y_{34} - YY_{13} + Y_{13}Y_{14} + Y_{14}Y_{23} + Y_{13}Y_{34}$$

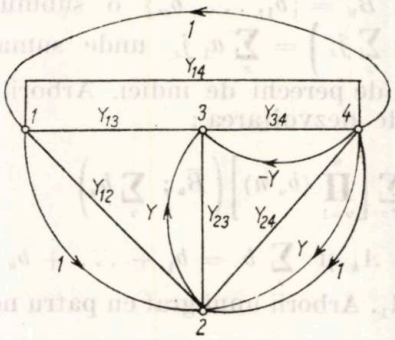


Fig. 13 Digraful completat pentru calculul Z_{12}

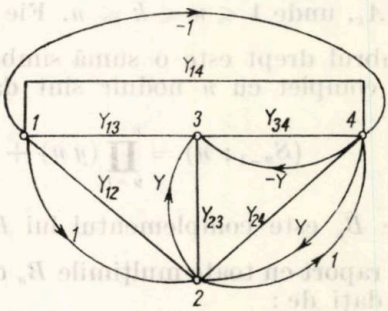


Fig. 13' Digraful completat pentru calculul Z_{21}

$$T_{21} = Y_{14}(Y_{13} + Y_{23} + Y_{24}) + Y_{13}Y_{34}$$

În aceste relaţii : $Y_{ij} = sC_{ij} + G_{ij} + s^{-1}/L_{ij}$.
Împărţind cu s numărătorul şi numitorul Z_{11}, Z_{12}, T_{21} şi Z_{22}, obţinem sistemul de ecuaţii :

$$T_g = 5s_2^2 + 7s + 6{,}75 + 1{,}5\,s^{-1}$$

$$T_1 = 2s^2 + 3{,}4\,s + 3{,}75 + 1{,}5\,s^{-1}$$

$$T_2 = 5s + 1{,}5$$

$$T_{12} = -s$$

$$T_{21} = s$$

Pentru simplificarea calculelor alegem $Y_{14} = 0$. Rezolvînd acest sistem obţinem :

$$C_{12} = 0\,;\ G_{12} = 1\,;\ 1/L_{12} = 0\,;\ C_{13} = 2\,;\ G_{13} = 0\,;\ 1/L_{13} = 0\,;$$

$$C_{23} = 0\,;\ G_{23} = 1\,;\ 1/L_{23} = 0\,;$$

$$C_{24} = 1\,;\ G_{24} = 0{,}5\,;\ L_{24} = 1\,;\ C_{34} = 0\,;\ G_{34} = 0{,}5\,;\ 1/L_{34} = 0\,;\ Y = 1.$$

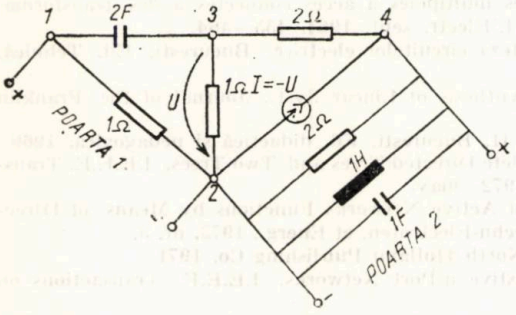


Fig. 14 Circuitul corespunzător matricii Z date

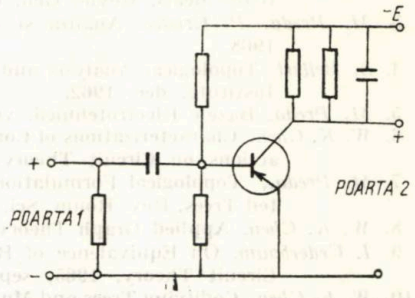


Fig. 15 Amplificator cu un tranzistor

Circuitul obţinut este cel din fig. 14. Schema corespunde ca structură unui amplificator cu un tranzistor ca în fig. 15.

4. Concluzii

În lucrare este prezentată o metodă generală de sinteză topologică a multiporţilor activi pentru care se dă matricea Z a impedanţelor în gol sau matricea Y a admitanţelor în scurtcircuit. Spre deosebire de metoda Bellert /4/, calculele sînt mai simple şi mai uşor de programat deoarece se operează numai cu valori ale diarborilor.

Această metodă generalizează toate metodele de sinteză pentru structuri particulare (date) cu şi fără transformatoare ideale. S-a arătat

cum, plecînd de la proprietăţile topologice ale structurii în scară, se poate deduce algoritmul metodei Cauer. Ca urmare, apare posibilitatea găsirii unor noi metode de sinteză pentru structuri particulare.

Calculele necesare sînt laborioase şi pentru circuite cu mai mult de patru noduri este necesară elaborarea unor programe de calcul. Spre deosebire de metodele cunoscute aplicabile doar unor structuri particulare, metoda propusă este însă generală.

Pentru circuitele active singurele restricţii care se impun sînt condiţiile de stabilitate /3/. Condiţiile necesare şi suficiente de realizabilitate sînt echivalente cu cele de stabilitate deoarece mărind numărul de noduri se ajunge la un sistem cu un număr de necunoscute mult mai mare decît numărul ecuaţiilor. La circuitele pasive există în plus restricţia de pasivitate. În termenii metodei propuse aceasta înseamnă că valorile R, L, C care rezultă din sistem trebuie să fie nenegative. Formularea unor condiţii de realizabilitate care să asigure acest lucru este foarte dificilă în cazul general; Pentru anumite structuri problema a fost rezolvată la multiporţii rezistivi /11, 12/ şi relaţiile care rezultă sînt foarte complicate.

Catedra de electrotehnică II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *R. W. Newcomb*, Linear Multiport Synthesis, McGraw-Hill 1966.
2. *M. Preda*, Les schémas équivalents des multipôles à accès connectés à des transformateurs idéals, Revue Gen. de L'Electr. sept. 1964, 455–464.
3. *M. Preda, P. Cristea*, Analiza şi sinteza circuitelor electrice, Bucureşti, Ed. Tehnică, 1968.
4. *S. Bellert*, Topological Analysis and Synthesis of Linear Syst., Journal of the Franklin Institute, dec. 1962.
5. *M. Preda*, Bazele Electrotehnicii, vol. II, Bucureşti, Ed. didactică şi pedagogică, 1969.
6. *W. K. Chen*, Characterizations of Complete Directed Trees and Two-Trees, I.E.E.E. Transactions on Circuit Theory, 1972, may.
7. *M. Preda,*, Topological Formulation of Active Networks Functions by Means of Directed Trees, Rev. Roum. Sci, Techn-Electroteh. et Energ., 1973, nr. 3.
8. *W. K. Chen*, Applied Graph Theory, North Holland Publishing Co. 1971
9. *I. Cederbaum*, On Equivalence of Resistive n-Port Networks, I.E.E.E. Transactions on Circuit Theory, 1965, sept.
10. *W. K. Chen*, Codifying Trees and Multitrees of a Complete Graph, Journal of the Franklin Institute, 1972, ian.
11. *M. R. Karim, P. M. Chirlian*, Synthesis of Resistive n-Port Networks on Linear 2-Tree Port Structures, I.E.E.E. Transactions on Circuit Theory, 1972, may.
12. * * * The Realization of n-Port Networks Without Transformers-A Panal Discussion, I.R.E. Transactions on Circuit Theory, 1962, sept.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 2
BUCUREȘTI

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

C.Z.: 621

UNELE ASPECTE REFERITOARE LA CONSTRUCȚIA ȘI EXPLOATAREA MECANISMELOR DE STRINGERE CU FILET, ACȚIONATE MANUAL

V. TACHE, I. UNGUREANU

La prelucrările pe mașini-unelte o pondere importantă o are fixarea manuală a pieselor, aceasta fiind determinată de caracterul producției, care, în multe întreprinderi este de serie mică. În cazul dispozitivelor de lucru acționate manual, pe lîngă condiția realizării strîngerii pieselor cu o energie limitată, de care dispune operatorul, trebuie îndeplinită și condiția efectuării strîngerii într-un timp cît mai scurt.

Mecanismele de strîngere sînt acționate de către operator prin intermediul elementelor de antrenare, asupra cărora se aplică, de către operator, o forță exterioară. După cum este cunoscut, elementele de antrenare au forme foarte variate, impuse în principal de gabaritele disponibile, de mărimea forțelor și curselor care se cer realizate, de frecvența strîngerii etc. La alegerea elementului de antrenare, în cazul acționării manuale, trebuie să se țină seama de mărimea forței de strîngere a piesei. Este de dorit ca mărimea acestei forțe să fie atît cît impun condițiile de menținere a echilibrului piesei în procesul de prelucrare. O forță mai mică decît cea necesară poate duce la smulgerea piesei din dispozitiv în timpul lucrului, în timp ce, o forță mai mare mărește gabaritul dispozitivului și înrăutățește condițiile de prelucrare prin creșterea deformațiilor în sistemul piesă-dispozitiv. În același timp, crearea unei forțe mai mari, solicită suplimentar muncitorul și dacă nu se ține seama de energia limitată de care aceasta dispune, se poate ajunge la situații de nerealizare a forței de strîngere sau de oboseală excesivă a muncitorului.

Se poate demonstra că strîngerea și desfacerea pieselor, în dispozitive la prelucările pe mașini -unelte, consumă o parte însemnată din energia de care dispune un operator (muncitor). Astfel, dacă se consideră că un om dispune de 4.000 calorii pe zi și dacă se acceptă un randament al corpului uman de 10%, rezultă că într-o zi un om poate efectua un lucru mecanic echivalent cu 1.670 J.

* Manuscris predat redacției la data de 20 iulie 1974

Dacă se presupune că trebuie strînsă și desfăcută o piuliță cu un pas de 2 mm, cu ajutorul unei chei cu lungimea brațului de 200 mm, pentru realizarea unui moment de 40 Nm și a unei deformații axiale de 0,1 mm, și se admite o distribuție uniform crescătoare a forței la strîngere și uniform descrescătoare la desfacere, se ajunge la un consum de 2,5 J pentru o singură strîngere și desfacere a piuliței. Ținînd seama de energia zilnică medie disponibilă a unui om, se constată că, aceasta va fi consumată în întregime dacă într-o zi efectuează 670 strîngeri și respectiv desfaceri.

Aceste observații arată că strîngerea și respectiv desfacerea pieselor constituie o problemă deosebit de importantă de care trebuie să se țină seama la proiectarea și exploatarea mecanismelor de strîngere acționate manual și relevă necesitatea ca forța aplicată să corespundă condițiilor concrete din timpul prelucrării.

Pentru „reglarea" forței de strîngere, la dispozitivele acționate manual, se folosesc diferite tipuri de elemente de antrenare, cu braț corespunzător.

După caz, se poate lua în considerare o forță normală corespunzătoare celei necesare strîngerii, o forță maximă, cînd depășirea peste o anumită limită a strîngerii compromite piesa, sau o forță minimă, cînd strîngerea insuficientă duce la desprinderea piesei din dispozitiv.

În prezent, există o varietate mare a elementelor de antrenare folosite în construcția dispozitivelor, începînd cu capetele de antrenare speciale și terminînd cu cheile fixe, frontale etc.

Utilizarea corectă, în neexploatare, a acestor elemente de antrenare, este îngreunată de faptul că nu se dispune de valori privind mărimea momentului sau a forței pe care, în diferite condiții date, o poate realiza un om.

Lucrarea de față își propune să pună la dispoziția proiectanților de dispozitive valori experimentale pentru momentele exterioare, care pot fi realizate cu diferite tipuri de elemente de antrenare.

Momentele care pot fi realizate cu diferite elemente de antrenare au fost determinate experimental pe un stand adecvat. Pe stand momentul a fost măsurat indirect, prin măsurarea forței axiale corespunzătoare la un șurub, care a fost antrenat cu diferite tipuri de elemente. Forța axială a fost etalonată după moment. Strîngerea s-a făcut manual, după caz, cu o mînă sau cu ambele mîini, iar elementul de acționare a avut axa în planul orizontal. Măsurările s-au repetat de un număr suficient pentru a se obține valoarea cea mai probabilă și pentru determinarea cîmpului de împrăștiere. Valoarea cea mai probabilă a mărimii respective s-a obținut ca medie aritmetică a tuturor determinărilor, iar cîmpul de împrăștiere s-a calculat cu relația abaterii medii pătratice și apoi s-a exprimat procentual din valoarea cea mai probabilă.

S-au experimentat capete de antrenare normalizate, precum și elementele manevrate cu chei obișnuite. Rezultatele experimentale, prelucrate cum s-a arătat mai sus, sînt prezentate concentrat în tabelul 1, în care s-au făcut următoarele notații: I — momentul minim pe care se poate conta la o strîngere ușoară cu elementul de antrenare respectiv;

II — momentul normal care poate fi realizat la o strîngere normală;
III — momentul maxim care poate fi realizat la o strîngere puternică.

Întrucît cele mai frecvente elemente de antrenare, acționate manual, sînt cele cu filet, în tabelul 2 se dau valori pentru forța de strîngere care corespunde aplicării unui moment de 1 Nm. Valorile forței sînt determinate pentru două valori ale coeficientului de frecare. În calculele respective s-au luat în considerare valorile normale ale pantelor spirelor filetelor. Valorile din tabele corespund cu suficientă precizie și pentru filetele cu pasul fin, întrucît influența pantei filetului este neglijabilă în raport cu unghiurile de frecare. În tabelul 2 sînt trecute valorile forței pentru două din tipurile de contacte de suprafață cu frecvență mare de utilizare. Pentru piulițele de tip *b* și *c*, cu un diametru sporit al suprafețelor de contact, pot fi folosite valorile forței de la piulițele de tip *a*, dar cu o coloană mai la dreapta.

Pentru calcul, dimensiunea caracteristică corespunde diametrului șurubului cu pas normal sau fin, considerînd dimensiunile exterioare corespunzătoare celor standardizate.

Proiectarea corectă a elementelor de strîngere trebuie să folosească valorile cuprinse în tabelele 1 și 2. Astfel, forța necesară pentru strîngerea piesei, care corespunde elementului de antrenare, dimensiunilor filetelor și tipului de contact dintre suprafețe se obține prin înmulțirea valorilor corespunzătoare din tabelul 1 cu cele din tabelul 2. În felul acesta se poate verifica dacă elementul proiectat este corespunzător, sau dacă sînt necesare eventuale corecții.

În condițiile utilizării unui coeficient de frecare de 0,1 și a unei ungeri normale, a fost obținută o bună corespondență între valorile calculate și între cele obținute pe cale experimentală.

Tabelele 1 și 2 permit să se aleagă elementul de antrenare corespunzător realizării forței de strîngere date. Această condiție este necesară dar nu și suficientă, deoarece pe lîngă realizarea unei anumite forțe de strîngere trebuie să se asigure și o anumită rigiditate, așa fel, încît deformațiile sistemului piesă — dispozitiv să se mențină în limitele impuse de precizia de prelucrare prescrisă. Pentru respectarea acestei condiții trebuie luată în considerare rigiditatea elementului de strîngere.

Avînd în vedere modul de preluare a forțelor exterioare în sistemele de prestrîngere, este de dorit ca elementul de strîngere să aibă o rigiditate cît mai mare, indiferent dacă sensul forței de așchiere este îndreptat către reazeme sau către elementul de strîngere. Acest lucru reiese din graficul dat în fig. 1.

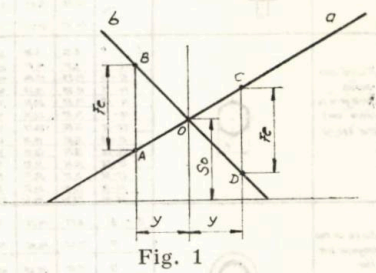
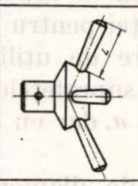
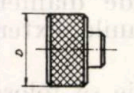
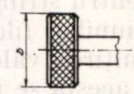
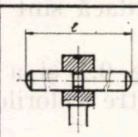
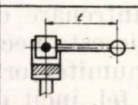
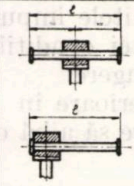


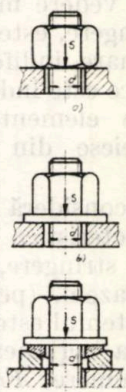
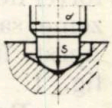
Fig. 1

Dacă se consideră că segmentul „*a*" reprezintă caracteristica de rigiditate a elementului de strîngere, iar „*b*" a elementului de reazem, (pentru un cuplu liniar) și dacă sistemul este prestrîns inițial cu o forță S_0, la acțiunea unei forțe exterioare (de așchiere) *Fe*, de aceeași mărime, dirijată către elementul

Tabelul 1

Nr. crt.	Element de antrenare: Denumirea	Schița	Dimensiunea caracteristică [mm]	Moment de strângere [Nm]: I	II	III	Cuplul de împrăștiere δ [%]
1	2	3	4	5	6	7	8
1.	Piuliță rozetă NT 85/64		D_1 = 40	1,14	2,28	4,56	8
			50	1,42	2,85	5,70	7
			60	2,39	5,13	10,69	6
			80	3,99	6,84	14,25	5
2.	Piuliță Steo NT 86/64		D = 60	3,69	6,41	12,82	8
			70	4,54	7,48	14,96	7
			90	5,84	9,62	19,24	5
3.	Piuliță cu mânere NT 87/64		L = 60	11,4	17,1	28,5	4
			70	13,3	19,9	33,2	
			90	17,1	25,6	42,7	
			110	20,9	31,3	52,2	
			130	24,7	37,0	61,7	3
			150	28,5	42,7	72,2	
4.	Piuliță striată NT 92/64 NT 93/64		D = 20	0,11	0,22	0,39	
			24	0,13	0,27	0,47	
			30	0,17	0,34	0,59	20
			36	0,20	0,41	0,71	
			42	0,23	0,47	0,83	
5.	Șurub striat cu cep NT 99/64		D = 16	0,08	0,14	0,22	
			20	0,10	0,18	0,27	
			25	0,12	0,21	0,33	
			30	0,15	0,27	0,41	20
			36	0,18	0,32	0,50	
			40	0,21	0,38	0,58	
6	Piuliță cu mâner fix NT 253/65 Șurub cu mâner fix NT 256/65 NT 257/65		l = 50	4,07	6,10	12,21	4
			60	4,88	7,32	14,65	
			80	6,51	9,77	19,54	
			100	8,14	12,21	24,42	3
			120	9,77	14,66	29,31	
			140	11,40	17,10	34,20	
7	Piuliță cu mâner pentru mâner port. NT 255/65 Șurub cu mâner pentru mâner port. NT 260/65		l = 130	19,00	35,42	71,25	
			156	22,80	42,75	85,50	4
			210	30,69	57,54	115,09	
			280	40,92	76,73	153,46	
8	Piuliță cu mâner mobil NT 254/65 Șurub cu mâner mobil NT 258/65 NT 259/65		l = 90	7,32	10,99	21,98	
				10,11	14,58	28,44	
			100	8,14	12,21	24,42	
				11,24	16,11	42,15	4
			115	9,36	14,04	28,09	
				12,92	18,64	46,44	
			130	10,58	16,87	31,75	
				14,61	21,07	54,80	
9	Piuliță ou surub. Strângere cu cheie cuf. STAS 662/72		l = 8 - 9	8,55	13,38	33,46	
			10 - 11	9,21	14,87	33,17	
			12 - 13	11,83	17,84	44,60	
			14 - 15	12,69	19,33	44,33	
			16 - 17	13,68	20,82	52,06	
			18 - 19	14,67	22,30	55,76	
			20 - 22	15,96	23,79	59,44	8
			21 - 23	16,85	25,28	63,17	
			24 - 26	18,89	28,25	70,62	
			25 - 28	20,82	31,23	78,07	
			27 - 32	21,81	32,71	81,78	
			30 - 32	22,80	34,20	85,49	
			36 - 41	23,79	35,67	114,27	
10	Șurub cu cap exagonal interior. Strângere cu cheie imbus		S = 8	8,55	14,25	13,95	
			10	11,40	18,36	34,20	
			12	17,10	25,65	42,75	
			14	13,95	34,35	81,80	
			17	82,80	88,05	88,40	6
			19	84,70	46,60	88,50	

Tabelul 2

Diametrul exterior al șurubului d	Contact de suprafață: S pentru un moment de 1 Nm, μ = 0,1	S pentru un moment de 1 Nm, μ = 0,2	Schița	Contact de linie: S pentru un moment de 1 Nm, μ = 0,1	μ = 0,2	Schița
1	2	3	4	5	6	7
5	1490	830				
6	1219	666				
8	943	526		1351	862	
10	735	417		1087	633	
12	625	337		892	520	
14	537	294				
16	500	266		704	392	
18	455	232				
20	400	213		559	311	
22	370	196				
24	333	182		467	260	
27	294	156				
30	263	138				
36	222	123				
42	185	100				
48	167	86				

de reazem sau către elementul de strîngere, în sistem se produc aceleași deformații y, lucru ce rezultă din egalitatea triunghiurilor OAB și OCD. În consecință, pentru a rezulta deformații cît mai mici în sistemul prestrîns, este necesară o rigiditate cît mai mare a elementului de strîngere.

În cazul că elementele de strîngere sînt alese, așa cum se procedează de obicei, rigiditățile lor pot fi verificate relativ ușor cînd se impun deformațiile, forțele exterioare și cele de strîngere. Ultimile, pentru elementele manevrate manual, se pot determina din tabelele 1 și 2, corespunzătoare tipului de element ales. Dimensiunile elementelor de strîngere trebuie stabilite pe baza deformațiilor impuse. În cazurile în care deformațiile nu sînt limitate, dimensiunile elementelor de strîngere se determină din condiții de rezistență.

Forța limită impusă de efortul maxim admisibil, pentru elementele cu șurub construite din oțeluri obișnuite se prezintă în tabelul 3. Forța limită este calculată pentru un efort admisibil de 1.200. $\times 10^5$ N/m^2.

Tabelul 3

d (mm)	5	6	8	10	12	14	16	18
$F_{ax.max.}(N)$	1662	2355	4356	6806	9800	13564	18463	22631
d (mm)	20	22	24	27	30	36	42	48
$F_{ax.max.}(N)$	28825	35796	41542	54259	66152	96461	132469	174176

În cele ce urmează se prezintă un exemplu de utilizare a datelor cuprinse în tabelele 1, 2 și 3. Dacă presupunem că o piesă trebuie strînsă cu o forță axială de 5.000 N, pentru a respecta efortul admisibil, din tatabelul 3 se observă că șurubul poate fi mai mare sau egal cu M 10. Alegînd șurubul M 10 și admițînd un coeficient de frecare de 0,1 și un contact între suprafețe de tip „a", din tabelul 2, rezultă că la un moment de 1 Nm corespunde o forță axială de 735 N. Raportînd 5.000 la 735 se obține momentul de 6,8 Nm care trebuie aplicat la șurub. Funcție de gabaritele disponibile pentru strîngere, din tabelul 1, se alege elementul de antrenare cu care se poate realiza momentul de 6,8 Nm.

În concluzie, rezultatele și valorile tabelate sînt de un real folos proiectanților de dispozitive, precum și din alte sectoare de activitate din construcția de mașini, prin aceea că permite în mod operativ luarea unor decizii de proiectare și de alegere a soluțiilor. Astfel, cunoscînd forța de strîngere care trebuie realizată, folosind tabelele 2 și 3, proiectantul poate alege din tabelul 1 elementul de antrenare cel mai adecvat condițiilor respective, avînd garanția strîngerii necesare. Tabelele pun la dispoziție date pentru alegerea elementelor de strîngere așa fel, încît să permită păstrarea poziției piesei în limitele unei precizii dorite. De asemenea, în situația că elementul de strîngere a fost ales pe alte criterii, se poate verifica dacă forța dezvoltată corespunde condițiilor impuse.

Catedra de tehnologia construcției de mașini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Korsakov, V. S.*, Osnovî konstruirovania prisposoblenii, Moskva, Maşinostroenie, 1965.
2. *Tache, V.* Contribuţii la studiul schemelor de fixare şi al forţelor care solicită ansamblul dispozitiv-piesă la prelucrările pe maşini-unelte. Teză de doctorat. Institutul politehnic Bucureşti, 1972.
3. *Ungureanu, I, Tache, V,* Contribuţii la stabilirea bazelor calculului forţelor de strîngere a pieselor în dispozitive. În Buletinul Institutului politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej'' Bucureşti, Tom. XXXV nr. 3 mai-iunie 1973.
4. *Ungureanu, I, Tache, V,* Cercetări experimentale privind stabilirea criteriului de conser vare a schemelor de bazare. În Construcţia de maşini, nr .1, pag. 29—34,1974

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXIIV — 1975, Numărul 2
BUCUREȘTI

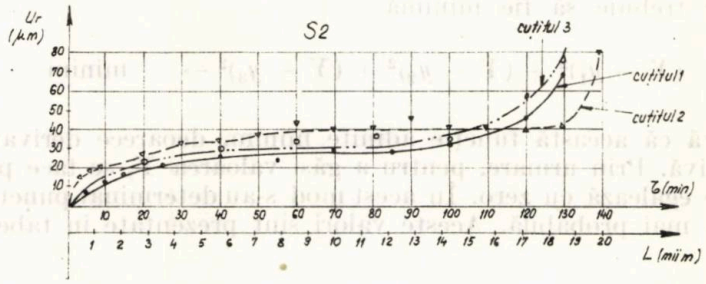
C.Z.: 621

STABILIREA ECUAȚIILOR DE VARIAȚIE A UZURII LA CUȚITELE BRAZATE CU CARBURI METALICE P_{20} DE FABRICAȚIE ROMANEASCĂ ȘI STRĂINĂ*

A. VLASE, I. POPESCU, AL. RĂDULESCU, V. MATACHE

În literatura de specialitate [1] ¦4] datele cu privire la uzura sculelor aşchietoare, de regulă, se prezintă în diagrame sau în tabele prin diferiți parametrii de uzură. Legile de variație ale uzurii sculelor pot fi descrise însă și matematic prin ecuațiile unor curbe. Pe baza cunoașterii acestor ecuații se poate opera printr-un instrument matematic adecvat în prelucrarea datelor de uzură.

Cunoașterea ecuațiilor de variație a uzurii pentru diferite materiale de scule și pentru o gamă cît mai largă de materiale de prelucrat și de condiții de aşchiere prezintă o importanță și o necesitate de necontestat pentru activitatea de concepție și pentru practică. În baza ecuațiilor de uzură stabilite, se poate determina în orice moment uzura radială maximă, care influențează în mod direct asupra preciziei dimensionale a piesei care se prelucrează. În lucrarea de față se dau datele experimentale și curbele pentru două tipuri de carburi; P_{20} de fabricație românească și S_2 de fa-



1. Variația uzurii radiale pentru cuțite cu plăcuțe S2

bricație străină, pentru care s-au determinat ecuațiile de variație a uzurii. Parametrii regimului de aşchiere au fost: $t = 0{,}5$ mm; $s = 0{,}10$ mm/rot; $v = 141$ m/min. S-a șlucrat cu cuțite laterale STAS 6381—67 brazate

* Manuscris predat redacției la data de 24 septembrie 1973

cu carburi metalice P_{20} și S_2 cu următorii parametrii geometrici :

$$\alpha = 8°;\ \alpha_1 = 8°;\ \gamma = 12°;\ \chi = 90°;\ \chi_1 = 6°.$$

Materialul semifabricatului : OLC 45. STAS 880–66.

Din studiul curbelor din fig. 1 și 2, ridicate experimental, se observă cele trei zone distincte : zona uzurii inițiale, zona uzurii normale și zona uzurii rapide (catastrofale).

Pentru determinarea ecuațiilor pe fiecare porțiune de curbă, s-au luat în studiu mai multe tipuri de funcții (tabelul 1).

Tabelul 1

	Zona de uzură		
	Uzura inițială	Uzura normală	Uzura rapidă
Tipul funcției	$y = a\,x^b$ $y = \dfrac{a \lg x}{x}$ $y = a \lg x$	$y = a + bx$	$y = a\,x^b$ $y = \dfrac{x}{a} + \dfrac{x^b}{b} + \dfrac{x^3}{c}$ $y = \dfrac{x}{a} - \dfrac{x^2}{b} + \dfrac{x^3}{c}$ $y = a\,x\,e^x$ $y = a\,x^2\,e^x$ $y = a + bc^x$

Întrucît curbele experimentale au fost ridicate pentru mai multe cuțite, s-au obținut pe fiecare ordonată mai multe puncte. Dacă Y este valoarea cea mai probabilă a funcției $y = f(x)$, atunci suma pătratelor abaterilor trebuie să fie minimă

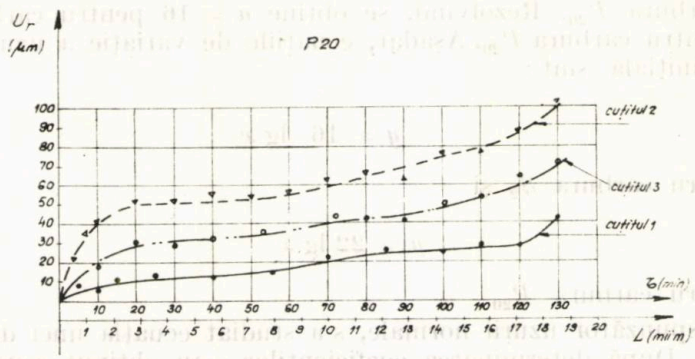
$$(Y - y_1)^2 + (Y - y_2)^2 + (Y - y_3)^2 \to \quad \text{minim}$$

Se observă că această funcție admite minim, deoarece derivata a doua este pozitivă. Prin urmare, pentru a găsi valoarea Y, se face prima derivată și se egalează cu zero. În acest mod s-au determinat punctele pentru curba cea mai probabilă. Aceste valori sînt prezentate în tabelul 2.

Tabelul 2

τ (min.)	5	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
$U_{r_{S_2}}$ (μm)	11	16	19	22	24	25	26	28	30	31	33	34	37	38	47	63
$U_{r_{P_{20}}}$ (μm)	16	22	27	29	31	32	33	34	37	42	44	46	49	52	58	71

$U_{r_{S_2}}$ — uzura radială pentru plăcuța din carbură S_2



2. Variația uzurii radiale pentru cuțite cu plăcuțe P20

Corespunzător uzurii inițiale, din studiul celor trei funcții prezentate în tabelul 1, a reeșit, că funcția $y = a \lg \cdot x$ reprezintă cel mai fidel curba ridicată experimental.

Această curbă s-a verificat prin metoda grafică.

Mai întîi s-a pus ecuația sub forma lineară $F_1 = A + B F_2$ (1)

unde A și B sînt constante.

Pentru aceasta s-a logaritmat ecuația propusă și s-a obținut:

$$\lg. y = \lg a + \lg(\lg x) \tag{2}$$

Pentru a reprezenta grafic această ecuație, s-au calculat valorile lui $\lg y$ și $\lg(\lg x)$ și rezultatele s-au trecut în tabelul 3.

Tabelul 3

	x	5	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
S_2	lg x	0,699	1	1,176	1,301	1,398	1,477	1,602	1,699	1,778	1,845	1,903	1,954	2	2,042	2,079	2,114
	y	11	16	19	22	24	25	26	28	30	31	33	34	37	39	47	63
	lg y	1,042	1,204	1,278	1,342	1,38	1,398	1,415	1,447	1,477	1,492	1,518	1,532	1,568	1,591	1,672	1,80
P_{20}	y	16	22	27	29	31	32	33	34	37	42	44	46	49	52	58	71
	lg y	1,204	1,342	1,432	1,462	1,492	1,505	1,518	1,532	1,568	1,623	1,643	1,662	1,690	1,716	1,763	1,851
	lg(lgx)	1,844	0	0,07	0,114	0,145	0,169										

Reprezentînd apoi ecuația în coordonate logaritmice s-a obtinut o dreaptă de forma $F_1 = A + B F_2$.

Punctul unde dreapta intersectează ordonata dă $\lg(\lg x) = 0$, adică $A = \lg a = 1{,}204$ (tabelul 3), pentru carbura S_2 și $A = \lg a = 1{,}342$

pentru carbura P_{20}. Rezolvînd, se obține $a = 16$ pentru carbura S_2 și $a = 22$ pentru carbura P_{20}. Așadar, ecuațiile de variație a uzurii radiale în zona inițială sînt:

$$y = 16 \lg x \tag{3}$$

pentru carbura S_2 și

$$y = 22 \lg x \tag{4}$$

pentru carbura P_{20}

Corespunzător uzurii normale, s-a studiat ecuația unei drepte $y = a + bx$. După determinarea coeficienților s-au obținut ecuațiile:

$$y = 19{,}5 + 0{,}15\, x \tag{5}$$

pentru carbura S_2 și

$$y = 23{,}5 \times 0{,}25\, x \tag{6}$$

pentru carbura P_{20}

Corespunzător uzurii rapide, s-au luat în studiu mai multe tipuri de formule, deoarece erorile au prezentat diferențe prea mari. Cea mai precisă funcție a rămas

$$y = a + bc^x \tag{7}$$

După determinarea coeficienților (ca la uzura inițială), s-au obținut ecuațiile:

$$y = 35{,}7 + 1{,}15 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}1^x \tag{8}$$

pentru carbura S_2 și

$$y = 46 + 3.10^{-3} \cdot 1{,}07^x \tag{9}$$

pentru carbura P_{20}.

Rezultatele calculului analitic al uzurii pe baza ecuațiilor determinate (U_{rc}) și erorile corespunzătoare ε față de valorile uzurii obținute experimental (U_{re}) sînt prezentate în tabelul 4.

$$\varepsilon = |U_{rc} - U_{re}| \tag{10}$$

Din studiul tabelului 4 se observă că valorile erorilor sînt foarte mici. Cea mai mare eroare reprezintă 5,6%.

Tabelul 4

τ [min.]		5	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
S_2	U_{re}	11	16	19	22	24	25	26	28	30	31	33	34	37	39	47	63
	U_{rc}	11,2	16	18,8	20,8	22,3	24	25,5	27	28,5	30	31,5	33	37,15	39,4	45,26	60,4
	ε	0,2	0	0,2	1,2	1,7	1,0	0,5	1	1,5	1	1,5	1	0,15	0,4	1,74	2,6
P_{20} R	U_{re}	16	22	27	29	31	32	33	34	37	42	44	46	49	52	58	71
	U_{rc}	15,4	22	25,9	28,6	30,7	31	33,5	36	38,5	41	43,5	46	48,5	51,98	58	69,8
	ε	0,6	0	1,1	0,4	0,3	1	0,5	2	1,5	1	0,5	0	0,5	0,02	0	1,2

Deci ecuațiile găsite satisfac curbele ridicate experimental. În concluzie, ecuațiile de variație a uzurii radiale sînt:

— pentru carburi S_2:

$$U_r(\tau) = 16 \lg \tau \quad \text{pentru} \quad \tau \leqslant 25 \text{ min.}, \tag{11}$$

$$U_r(\tau) = 19{,}5 + 0{,}15\,\tau \quad \text{pentru} \quad 25 < \tau \leqslant 90 \text{ min.}, \tag{12}$$

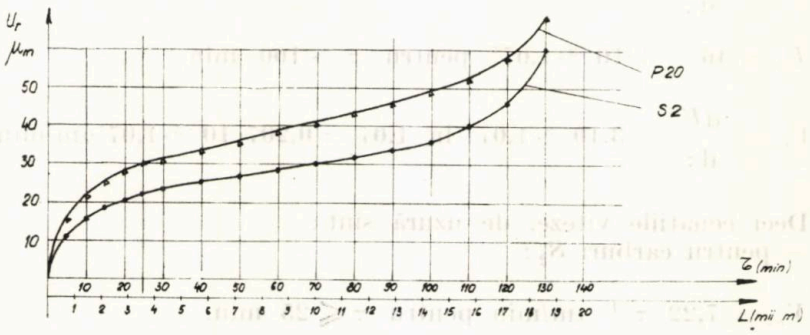
$$U_r(\tau) = 35{,}7 + 1{,}15 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}1^{\tau} \quad \text{pentru} \quad \tau > 90 \text{ min.}; \tag{13}$$

— pentru carburi P_{20}:

$$U_r(\tau) = 22 \lg \tau \quad \text{pentru} \quad \tau \leqslant 25 \text{ min.}, \tag{14}$$

$$U_r(\tau) = 2{,}35 + 0{,}25\,\tau \quad \text{pentru} \quad 25 < \tau \leqslant 100 \text{ min.}, \tag{15}$$

$$U_r(\tau) = 46 + 3.10^{-3} \cdot q1{,}07^{\tau} \quad \text{pentru} \quad \tau > 100 \text{ min.} \tag{16}$$



3. Variația uzurii radiale pentru cuțite cu plăcuțe S2

Toate aceste ecuații sînt reprezentate în fig. 3 prin cele două curbe corespunzătoare.

Pentru a studia viteza de uzură, adică intensitatea uzurii în timp, se derivează o dată toate ecuațiile găsite și se obțin următoarele ecuații pentru viteza de uzură:

— pentru carburi S_2:

$$U_r = 16 \lg \tau \text{ pentru } \tau \leqslant 25 \text{ min.}$$

$$V_{uz} = \frac{dU}{d\tau} = 16 \cdot \frac{1}{\tau \ln 10} = 7{,}22 \cdot \tau^{-1} \ \mu\text{m/min.} \tag{17}$$

$$U_r = 19{,}5 + 0{,}15 \ \tau \text{ pentru } 25 < \tau \leqslant 90 \text{ min.}$$

$$V_{uz} = \frac{dU}{d\tau} = 0{,}15 \ \mu\text{m/min} \tag{18}$$

$$U_{uz} = 35{,}7 + 1{,}15 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}1^{\tau} \text{ pentru } \tau > 90 \text{ min.}$$

$$V_{uz} = \frac{dU}{d\tau} = 1{,}15 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}1^{\tau} \ln 1{,}1 = 1{,}1^{\tau+1} \cdot 10^{-5} \ \mu\text{m/min} \tag{19}$$

— pentru carburi P_{20}:

$$U_r = 22 \lg \tau \text{ pentru } \tau \leqslant 25 \text{ min.}$$

$$V_{uz} = \frac{dU}{d\tau} = 22 \frac{1}{\tau \lg \ln 10} = 9{,}55 \cdot \tau^{-1} \ \mu\text{m/min.} \tag{20}$$

$$U_r = 23{,}5 + 0{,}25 \ \tau \text{ pentru } 25 < \tau \leqslant 100 \text{ min.}$$

$$V_{uz} = \frac{dU}{d\tau} = 0{,}25 \ \mu\text{m/min} \tag{21}$$

$$U_r = 46 + 3 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}07^{\tau} \text{ pentru } \tau > 100 \text{ min}$$

$$V_{uz} = \frac{dU}{d\tau} = 3.10^{-3} \cdot 1{,}07^{\tau} \cdot \ln 1{,}07 = 0{,}207 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}07^{\tau} \mu\text{m/min} \tag{22}$$

Deci ecuațiile vitezei de uzură sînt:

— pentru carburi S_2:

$V_{uz} = 7{,}22 \cdot \tau^{-1}$ μm/min pentru $\tau \leqslant 25$ min.

$V_{uz} = 0{,}15$ μm/min pentru $25 < \tau \leqslant 90$ min.

$V_{uz} = 10^{-5} \cdot 1{,}1^{\tau+1}$ μm/min pesru $\tau > 90$ min.,

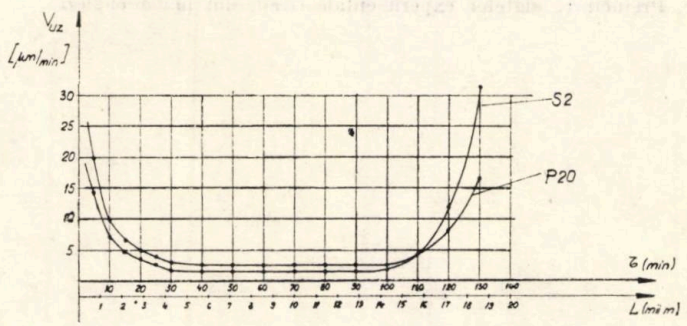
— pentru carburi P_{20}:

$V_{uz} = 9{,}5\tau^{-1}$ μm/min pentru $\tau \leqslant 25$ min.

$V_{uz} = 02{,}5$ μm/min pentru $25 < \tau \leqslant 100$ min,

$V_{uz} = 0{,}207 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}07^{\tau}$ μm/min. pentru $\tau > 100$ min,

Curbele corespunzătoare acestor ecuații sînt reprezentate în fig. 4. Cunoașterea ecuațiilor de variație a uzurii radiale și a vitezei de uzură radială în timp, permite determinarea în orice moment a uzurii radiale



4. Variația vitezei de uzură după ecuațiile determinate

totale, care influențează direct precizia de prelucrare. Calculînd valoarea uzurii după un timp τ, se poate determina numărul de piese ce se execută de la un reglaj al sculei la altul. Cunoscînd numărul de piese prelucrate cu un reglaj, se poate organiza mult mai judicios procesul de producție, în sensul că se poate face o normare tehnică și încărcare a mașinilor, mult mai rațională, utilizînd o metodă de calcul adecvată.

Concluzii

Scopul final al determinărilor constă în a găsi o ecuație generală de tipul:

$U_{rad} = C \cdot t^x \cdot s^y \cdot v^z \tau^u$ valabilă pentru toate variantele de regim de așchiere. În lucrarea de față au fost determinate ecuațiile $U_{rad} = f(\tau)$ și $v_{uz} = f(\tau)$. Cu această ocazie s-a mai constatat că cuțitele armate cu plăcuțe românești și străine, supuse la încercări, s-au comportat foarte bine din punct de vedere al durabilității, depășind cu 30—40 % durabilitatea prescrisă de normativ.

Valorile vitezei de uzură în domeniul uzurii normale sînt mai reduse decît valorile prescrise în literatura de specialitate [1], [2]. Lucrarea de faţă constitue doar un început în studierea sistematică şi aprofundată a comportării la uzură a plăcuţelor din carburi metalice de fabricaţie românească.

Catedra de tehnologia construcţiei de maşini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Întreprinderea de mecanică fină Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *A. P. Sokolovski*, Bazele ştiinţifice ale tehnologiei conttrucţiilor de maşini Maşghiz 1955
2. *A. P. Sokolovschi*, Calculul preciziei prelucrării pe maşini-unelte Ed. Maşghiz 1952.
3. *I. Lăzărescu*, Teoria aşchierii metalelor şi proiectarea sculelor. Ed. Did. şi ped. 1964.
4. *Gh. Drăghici*, Bazele teoretice ale proiectării proceselor tehnologice în construcţia de maşini Ed. Tehnică 1971.
5. *J. Ghefner*, Prelucrarea datelor experimentale (trad. din limba engleză).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII – 1975, Numărul 2
BUCUREȘTI

TRANSPORTURI

C.Z.: 656

L'INFLUENCE DU NOMBRE DES LIGNES DU FAISCEAU DE RECEPTION SUR LA CAPACITÉ DE TRANSIT DU SOUSYSTÈME „FAISCEAU DE RECEPTION – BOSSE DE TRIAGE"*.

ȘERBAN GH. RAICU

1. L'exposé de problème

On cherche la détermination du nombre des lignes m^* du faisceau de réception d'une gare de triage pour lequel la capacité de transit absolue du sousystème avec attente „faisceau de réception — bosse de triage", $\lambda_0^{(2)}(m^*)$ se différencit avec une valeur donnée Δ en comparaison avec la capacité de transit absolue du sousystème pour un nombre illimité de lignes dans le faisceau de réception ($m \to \infty$), $\lambda_0^{(2)}$.

La capacité absolue de transit du sousystème avec attente „faisceau de réception — bosse de triage" $\lambda_0^{(2)}(m)$ est un fonction croissante du nombre des places du fil, c'est à dire du nombre des lignes du faisceau de réception ayant une limite determinée pour $m \to \infty$ (figure 1).

$$\lambda_0^{(2)} = \lim_{m \to \infty} \lambda_0^{(2)}(m) \qquad (1)$$

Pour $m = 0$ la capacité est égale à la capacité absolue de transit du système avec refus, $\lambda_0^{(1)} = \lambda_0^{(2)}(0)$.

Il est évident, que pour la solution du problème proposé la valeur Δ doit être limitée par la condition

$$\Delta \leqslant \lambda_0^{(2)} - \lambda_0^{(1)}. \qquad (2)$$

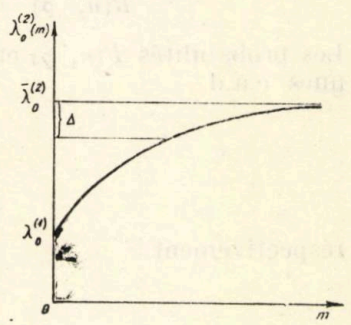


Fig. 1

2. Les rélations analytiques nécessaires, à l'étude

On présente les rélations analytiques pour le cas d'une distribution Poisson de l'arrivée des trains et d'une distribution exponentielle de la durée du triage. Une analyse similaire peut être faite aussi pour d'autres aspects de la distribution des arrivées et de la durée du service.

* Ouvrage reçu à la rédaction en 10 mai 1973

La capacité absolue de transit du sousystème $\lambda_0^{(2)}(m)$ pour un nombre donné de lignes du faisceau de réception, depend de la valeur du coefficient de la sollicitation du sousystème $\varkappa = \frac{\lambda}{n\mu}$ (λ est l'intensité moyenne de l'arrivée des trains, μ — l'intensité moyenne du service, n — le nombre des installations qui travaillent simultanément).

En fonction de la valeur du $\varkappa$ on distingue deux situation ($\varkappa < 1$, réspectivement $\varkappa \geqslant 1$).

Evidement que, pour l'étude du sousystème mentionné, le premier aspect du problème ($\varkappa < 1$) présente plus d'intérêt. Le cas $\varkappa \geqslant 1$ peut se rencontrer pour des durées relativement limitées.

L'étude entrepis se rapporte seulement au cas $\varkappa < 1$ quand on peut écrire :

$$\lambda_0^{(2)} = \lim_{m\to\infty} \lambda_0^{(2)}(m) = \lim_{m\to\infty} \lambda P_S(m) =$$

$$= \lambda \lim_{m\to\infty} \left[1 - \varkappa^m \frac{P(n,\ \rho)}{R(n,\rho) + P(n,\rho)\varkappa \dfrac{1-\varkappa^m}{1-\varkappa}} \right] = \lambda,$$

où $P_s(m)$ este la probabilité du sérvice ;

$P(n,\ \rho)$ — la probabilité comme la variable aléatoire X, répartie d'après la loi de Poisson au paramètre $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ soit n ;

$R(n,\ \rho)$ — la probabilité comme la variable aléatoire X soit de valeur moindre ou tout au plus égale avec n, c.a.d.

$$R(n,\ \rho) = P(x \leqslant n) = \sum_{n=0}^{n} P(n,\ \rho).$$

Les probabilités $P(n,\ \rho)$ et $R(n,\ \rho)$ se calculent d'après les rélations connues c.a.d.

$$P(n,\ \rho) = \frac{\rho^n}{n!} e^{-\rho}, \tag{3}$$

réspectivement

$$R(n,\ \rho) = \sum_{n=0}^{n} \frac{\rho^n}{n!} e^{-\rho}. \tag{4}$$

Dans ces conditions la valeur du Δ pour $\varkappa < 1$ est

$$\Delta = \lambda - \lambda_0^{(2)}(m^*) = \lambda - \lambda P_S(m^*) = \lambda \varkappa^m P_n(m^*), \tag{5}$$

où $P_n\ (m^*)$ est la probabilité que les n stations pour m^* places d'attente soient occupées.

En remplaçent $P_n(m^*)$ on obtient

$$\Delta = \lambda \frac{\varkappa^{m^*} \cdot P(n,\ \rho)}{R(n,\ \rho) + P(n,\ \rho)\dfrac{1 - \varkappa^{m^*}}{1 - \varkappa}},$$

d'où résulte

$$m^* = \frac{\lg \dfrac{\dfrac{\Delta}{\lambda}\left[R(n,\ \rho) + P(n,\ \rho)\dfrac{\varkappa}{1 - \varkappa}\right]}{P(n,\ \rho)\left(1 + \dfrac{\Delta}{\lambda} \cdot \dfrac{\varkappa}{1 - \varkappa}\right)}}{\lg \varkappa} \qquad (6)$$

La valeur du Δ qui s'introduit dans la relation (6) doit correspondre à la condition (2), c.a.d.

$$\Delta \leqslant \lambda \left[1 - \frac{R(n-1,\ \rho)}{R\ (n,\ \rho)}\right] \qquad (7)$$

3. L'étude de la capacité de transit de sousystème „faisceau de réception — bosse de triage".

Pour $n = 1$, à l'aide de la rélation (6), on a calculé en fonction de ρ le nombre necessaire de lignes m^* du faisceau de reception, pour que la réduction absolue de la capacité de transit du sousystème „faisceau de réception — bosse de triage" (pour un nombres limité de places en fil en rapport avec le cas $m \to \infty$), soit moindre que $\Delta = 0{,}1$ (qui satisfait la relation (7) pour toutes les valeurs du ρ). A la suite de ces calculs on tracé le diagramme de la figure 2 où avec m_e^* on a noté la valeur effective du nombre des lignes du faisceau de réception, obtenue par la majoration jusqu'à la valeur entière immédiatement superieure de la valeur du m^*.

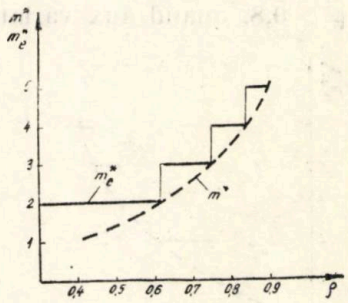


Fig. 2

Dans cette figure on voit que pour la même réduction rélative de la capacité du transit du sousystème ($\Delta = 0{,}1\ \lambda$) le nombre necessaire des lignes du faisceau de réception m^* (respectivement m_e^*) pour assurer la capacité $\lambda_0^{(2)}(m^*), = \lambda_0^{(2)} - \Delta = \lambda - \Delta$ croit à mérsue que le coefficient ρ de solicitation du sousystème croit aussi. L'analyse du caractère de la variation $m^* = f(\rho)$ permet d'autres conclusions que nous n'énumerons plus.

On peut montrer que pour une valeur donnée du ρ la perte totale de capacité (respectivement la reserve potentielle de capacité de la bosse

de triage) est

$$\Delta\lambda = \mu - (\lambda - \Delta),$$

ou notant $\Delta = \beta\lambda = \beta\rho\mu$ on obtient

$$\Delta\lambda = \mu[1 - \rho(1 - \beta)]$$

(Evidemment que pout $\rho = 1$ il doit résulter $\Delta\lambda = \mu\beta$, ce qu'on peut constater immédiatement)

Il en résulte qu'effectivement le coefficient de solicitation du sousystème n'est pas $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$, mais

$$\rho_e = \frac{\rho\mu - \rho\beta\mu}{\mu},$$

c.a.d.

$$\rho_e = \rho - \rho\beta.$$

Nous allons analyser maintenant la modification du m^* en fonction de la solicitation du sousystème dans le cas où le produit $\rho\beta$ est le même dans toutes les variantes.

Si le produit $\rho\beta$ se maintient constant, cela veut dire que la réduction absolue de la capacité de transit du sousystème due à la limitation du nombre des lignse dans le faisceau de réception sera le même indifféremment du ρ, c.a.d. $\Delta = \rho\beta\mu$.

Pour $\rho\beta = 0{,}09$, c.a.d. pour la même rèduction absolue ($\Delta = 0{,}09\ \mu$) de la capacité de transit du sousystème, on a tracé le diagramme de la figure 3. On rémarque cette fois aussi la même caractéristique de la courbe de se modifier lentement pour des solicitations rélativement réduites du sousystème et d'enregistrer des croissances plus rapides pour $\rho > 0{,}8$, quand aux variations réduites de la solicitation este necessaire le changement du nombre des lignes, pour assurer la même réduction de la capacité du sousystème en rapport du cas $m \to \infty$.

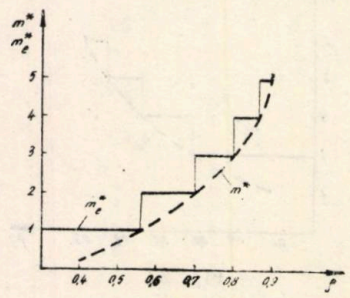


Fig. 3

Nous allons continuer a analyser un autre aspect. Imaginons nous que par une mésure quelconque d'augmenter de débit de triage de la bosse de triage, la capacité de transit du sousystème a augmenté de μ à μ_1. Dans l'hipothèse que la perte de la capacité de transit se mentient c.a.d. $\Delta_1 = \Delta = \rho\beta\mu$, nous allons examiner : qu'elle est l'influence de l'augmentation du débit de la bosse de triage de μ à μ_1 sur le nombre nécessaire de lignes dans le faisceau de réception, m^*?

Si $\mu_1 = k\mu$, $(k > 1)$, pour la même solicitation du sousystème, on existe la rélation

$$\frac{\Delta_1}{\lambda_1} = \frac{\Delta}{\lambda_1} = \beta_1 = \frac{\beta}{k},$$

c.a.d. pour différentes valeurs du k on peut obtenir immédiatement les valeurs du β_1, pour lesquelles le produit $k\rho\beta_1$ est constant.

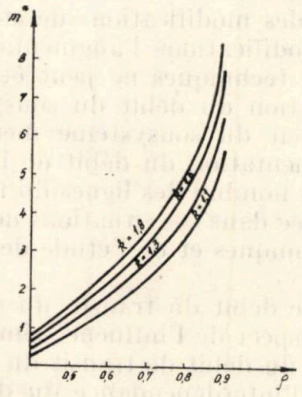


Fig. 4

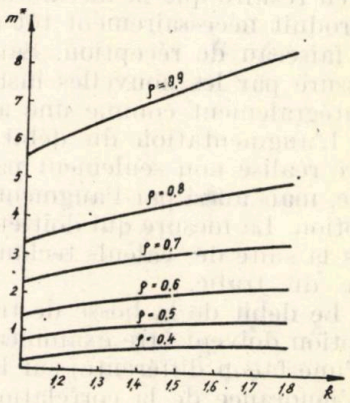


Fig. 5

La variation du m^* en fonction de ρ et de k pour $\rho\beta = k\rho\beta_1 = 0{,}09$ est presentée dans les figures 4 et 5.

4. Conclusions

A la suite de cet étude se detachent les suivantes conclusions :

a) La méthodologie de calcul présentée offre au projectant la possibilité d'évaleur le débit absolu de la bosse de triage dans les conditions d'un nombre determiné de lignes dans le faisceau de réception.

En même temps il est possible la résolution du problème inverse, c.a.d. le problème de la détérmination du nombre de lignes du faisceau de réception pour lequel la probabilité du refus de réception d'un train en gare ne dépasse pas la valeur imposée.

b) Le nombre de lignes dans le faisceau de réception d'un gare de triage pour la même réduction rélative du débit de transit du sousystème „faisceau de réception — bosse de triage" est une fonction croissante en rapport avec ρ. Les augmentations sont plus lentes pour des valeurs relativement réduites du ρ et plus rapides pour des valeurs du ρ aprochées de l'unité.

Cela veut dire que à mesure que le trafic augmente pour le maintien de la perte de débit Δ au même niveau en géneral sont necessaires des investitions pour la construction des lignes supplémentaires (figure 2, 3).

Des augmentations plus rapides du nombre necessaire de lignes dans le faisceau de réception se constatent pour des valeurs du ρ plus grandes que 0,7, ..., 0,8.

c) Cet étude confirme théoriquement l'idée unaniment connue et réconnue en practique que le coefficient de solicitation de la bosse de triage (de même que des autres installationes de chemin de fer) ne doit pas depasser la valeur 0,8 pour assurer une exploitation normale.

d) L'augmentation importante du débit de transit du sousystème étudié par l'utilisation intégrale de l'augmentation du débit de la bosse de triage n'est pas possible sans l'augmentation correspondante du nombre de lignes du faisceau de réception.

Il en résulte que la mécanisation et l'automatisation de la bosse de triage produit nécessairement tôt ou tard des modifications de structure dans le faisceau de réception. Sans ces modifications l'augmentation du débit assuré par les nouvelles installations techniques ne peut être assimilée intégralement comme une augmentation du débit du sousystème.

e) L'augmentation du débit de transit du sousystème mentionné peut être rèalisé non seulement par l'augmentation du débit de la bosse de triage, mais aussi par l'augmentation du nombre des lignes du faisceau de réception. La mesure qui doit être adoptée dans ces situations doit être établie à la suite des calculs technico-économiques et de l'étude de la dynamique du trafic.

f) Le débit de la bosse de triage et le débit du transit du faisceau de réception doivent être examinés sous l'aspect de l'influence simultanée (mais d'une façon différente) sur la valeur du débit de transit du sousystème. L'ignorance de la correlation et de l'interdépendance du débit de la bosse de triage et du débit de transit du faisceau de réception, conduit à des investitions inutiles, ou faiblement utilisées, soit en lignes pour la réception des trains, soit en dotations de la bosse de triage avec des installations modernes.

La chaire de technologie des transports et télècommandes ferroviaires
Institut polytechnique ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej'' Bucarest

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 2
BUCUREŞTI

MANAGEMENT

C.Z.: 65.01:635.28

MODELOS MATEMATICOS RELATIVOS A LA PROGNOSIS DE LA TRACCION ELÉCTRICA*

AL. POPA, A. CARABULEA, GH. ANTON

1. Modelos matématicos de prognosis

La multitud de los modelos matemáticos con que operan las técnicas de la prognosis entorpecen les construcción de la decisión óptima de desarrollo de los sistemas de tracción, especialmente cuando se persigue la modelación de las fases de proyección realización montaje y explotación de las redes eléctricas que alimentan los consumidores del dominic del transporte industrial.

Para seleccionar los más operativos y adecuados modelos de prognosis de la tracción eléctrica se aplica el principo de la ingenería de los sistemas industriales conforme dal cual se hace una jerarquía de las funciones de oficiencia en base „a la filosofía de los modelos" a se aplican las relaciones matemáticas cuyos resultados obtenidos al calculador se acerca mucho de los datos del ejemplo de testado óptimal. En esta idea serán presentados los modelos operativos de prognosis de los sistemas industriales y se compararán con el modelo matemático de prognosis concebido por los autores teniendo cuenta de los gastos ocasionados por proyección — — montaje y explotación de las redes electicos de tracción en las condiciones restrictivas impuestas por el funcionamiento optimo del sistema energético.

Estas investigaciones han permitido de establacer la estructura de los gastos del modelo general de prognosis en base a los conceptos de la investigación comò : la teoría de los estoques, la teoria de la espera, la teoria del desgaste y de la seguridad en el funcionamiento, de la ordonancia a la teoria del tráfico de fluencia y la teoria de la construcción de las decisiones.

La elección del más adecuado modelo para la prognosis singular de los fenómenos se hace en base al analsis de las relaciones de la tabla 1. La aplicación del modelo de las curvas envueltas se hace teniendo en cuenta el analisis de la situación en base a los modelos del árbol de pertinencia, el modelo de los escenarios, el modelo morfológico,etc. de tal modo para reflectar en el modelo final la gama entera de las restriciones tecnológicas y functionales de desarrollo de la tracción eléctrica.

* Manuscris predat redacţiei la data de 15 februarie 1974.

El modelo matemático probabilista de prognosis basado en los gastos actualizados se puede escribir así:

$$Z_t^{ac} = Z_{tp}^{ac} + Z_{tc}^{ac} + Z_{te}^{ac} = \left[\sum_{i=1}^{t} (I_t - I_r)_i (1 + r_a)^{\pm i} + \right.$$

$$\left. + \sum_{i-1}^{t} C_{ti} (1 + r_a)^{\pm i} - \sum_{j=1}^{t} V_{nj} \right] = \text{minimó}$$

1) $P_p^b \geqslant P_c^c$; $E_p^b \geqslant E_c^c$; $I_r \leqslant I_p$; $C_t \geqslant E_p^b$; $t_r \leqslant t_p$;

$N_r^t \geqslant N_p^t$; $Q_{m+c}^r \geqslant Q_{m+e}^p$

en que:

Z_t^{ec} — los gastos totales actualizados en los fases de proyección (p); investigación (c) y explotación (e) de las installaciones de tracción eléctrica.

I_t = los inversiones para la realización del sistema de tracción;

I_r — el valor de la instalación supuesta a según la duración (t);

r_a — plazo de actualización; i = ano de raportado;

C_{ti} — gastos del almecenajó, espera, desgate y seguridad de funcionamiento, ordonancia y decisión;

V_{nj} — ingreso neto obtenido por la entrada parcial en función de las instalaciones de tracción;

— poder tomado en las bases de la sestación (p_p^b)y consumida (P_c^c);

Tabela 1

Tipo de funcion	Significación de las magnitudines
2) $y = a + b + bt$; $y = a + bt + ct^2$	y = magnitud buscada; a, b, c = constantes; t = tiempo
3) $y = (a + bt)^{1/2}$; $y = (a + bt)^{1/3}$ $y = (a + bt + ct^2)^{1/3}$	a, b, c = constantes del proceso
$= at^b$; $y = ae^t$; $y = ab^t$	
5) $y = k - ae^{-t}$; $y = a + b \ln t$; $\ln y = a - \frac{b}{t}$	a, b, k son constantes del proceso
6) $\ln y = a - \frac{b}{t} - c \ln t$; $y = \frac{at^2 + bt - c}{t^2 + t}$	$\ln t$ = logaritmo neperian de la duración (t)

(continuare)

Tipo de función	Significación de las magnitudines
7) $y = \dfrac{1}{at^2 + bt + c}$; $y = \dfrac{at^2 + bt + c}{t^2}$	a, b, c = constates t = duración de la prognosis
8) $y = \dfrac{k}{at^2 + bt + c}$; $y = \dfrac{k^2}{(1+be^{-ct})^2}$	a, b, c, k = constantes t = tiempo
9) $y = \dfrac{Ae^{k(t-a)} + B}{1 + e^{k(t-a)}}$ $y = k\left[1 - \dfrac{1}{\exp \cdot \left(\dfrac{t}{t_0}\right)^n}\right]$	k = constante del proceso; n = numero de los evenimentos del proceso esdiado
10) $\ln y = (k - ae - t)$ $\ln y = \left(k - \dfrac{a}{b + t}\right)$	a, b, k = constantes, t = tiempo
11) $y = \dfrac{1}{a + bt}$; $y = a + \dfrac{b}{c + t}$; $y = \dfrac{kt}{b + t}$	a, b, c, k = constantes; t = duración de la prognosis
12) $y = bt\dfrac{(t - c)}{(t + a)}$; $y = \dfrac{k(t + a)}{t + b}$	a, b, c, k = constantes; t = duración de la prognosis
13) $y = ae^{-c^2(t-b)^2}$ $y = e^{at_1 b}$	a, b, c = constantes; t = duración de la prog.
14) $y = a + bt + c^{dt}$	a, b, c, d = constantes; t = duración de la prognosis
15) Modelo de los predectores Brown $P_{iT} = V_i^{(0)} + V_i^{(1)}T + V_i^{(2)}T^2$.	V_i^0 = valor medio de la seria dinamica $V_i^{(1)}$ = tendencia linear dada en los primeros términos $V_i^{(2)}$ = tendencias obtenidas por el ajuste de los polinomes del orden (2) T = horizonte de la prognosis
Modele Holt $P_{iT} = \exp \cdot [V_i^{(0)} + V_i^{(1)}T]$	$V_i^{(0)}$ $V_i^{(1)}$ tien la significación del punto 15.
17) Modele Box-Jenkine $P_{iT} = [V_t^{(0)} + V_t^{(1)} + 0{,}5V_t^{(2)}\ T^2]\ S_{t,T}$	$S_{t,T}$ = coeficiente estacional prescrito para el modelo de progn. T

(continuare)

Tipo de funcion	Significación de les magnitudines
18 Modelo Muth $X_t = Y_0 + t \cdot M + \varepsilon t + \alpha \sum_{i=1}^{t=1} = V_s + V_d$	V_s = variable sistematica ; M = predictor ; t = tiempo ; Y_0 = punto de salida ; V_d = variable aleatoria = $\varepsilon_t + \alpha \sum_{i=1} \varepsilon_i$.
19) Modelo Molrat—Bachelet $X_t = Y_{t-1} + M_t + \varepsilon_t^{(1)} + \varepsilon_t^{(2)}$	M_t = predictor, $\varepsilon_t^{(1)} \cdot \varepsilon_t^{(2)}$ = variables aleatoria normalea
20) Modelo Winters $X_t = Y_{t-1} + d_{t-1} + \varepsilon_t^{(1)} + \varepsilon_t^{(2)}$	d_{t-1} = predictor de duraciόm $(t-1)$
21) Modelo Bertalanffy $X(t) = X^*(1 - Ae^{-at})^3$	x^*, A, α = constantes, t = horizonte de la prognosis
22) Modelo Prais $x(t) = x^* e^{-a/(t+b)}$	x^*, a, b = constantes ; t = horizonte de la prognosis
23) Modelo Logistico $x(t) = x^*[1 - e^{(0-bt)}]^{-1}$	$a = ln \dfrac{[x^* - x(0)]}{x_0}$; $b = x^*$ α = constantete del proceso
24) Modelo Pyat $x(t) = x^* \dfrac{1 + e^{-\beta(1+\lambda)t}}{1 + \dfrac{1}{\lambda} e^{-\beta(1+\lambda)t}}$	λ = constante, t= horiz. de la prognosis β = constante
25) Modelo Klassen-Koyot $x(t) = \left[x^*_{(0)} - \dfrac{\alpha}{y(t)} = \gamma_p(t) \right]$	$y(t)$ = significación del ingreso $p(t)$ = precio, α,γ = constantes
26) Modelo Bunus $x^*(t) = x^*_{(0)}/[1 + cy(t)^{-\alpha}]$	c = constante g = const. $Y(t) = y(0).e^{gt}$; t=horizonte de la prognosis
27) Modelo lognormal $x(t) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} e^{-} \dfrac{(n-m)^2}{2\sigma^2} dU$	σ = desviación media o dispersia m = constante, n = variable de estado

(continuare)

Tipo de funcion	Significacion de les magnitudines
28) Modelo Sollow $V(t) = e^{at} F^{\alpha} L^{\beta}$	a = plazo del progreso técnico F = fondo fijo; L = fuerza del trabajo
29) Modelo Arow $V(t) = e^{at} F^{\alpha} L^{(1-\alpha)}$	t = horizonte de ll prognosis
30) Modelo y $Y = b \cdot L^{\alpha}, \ I^{\beta}$	Y = Volumen de la producción L = Cantidad de trabajo T = inversiones, α, b, β = constantes
31) Modelo dinamico $(A - C)$ $I_{ti} = V(t_1 - 1)[1 - \alpha(t_i)]$	I = fondo de acumulación V = ingreso nacional t_i = horizonte de pognosis

E_p; E_c^c = energiá tomatz en las barras de la estación (E_p) y la consumida (E_c^c);
I_r; I_p = inversión realizada (I_r) y la planificada (I_p)
C_t; E_p = capacidad de transporte de las líneas (C_t) y energía tomada (E_p)
t_r, t_p = tiempo realizado y planificado de realización del obejtivo suspuesto a la prognosis;
N_t^t; N_p^t = número de los pares de trenos erdonanzado en el trazado electrificado realizado (N_r^t) y planificado (N_p^t);
Q_{m+c}^r; Q_{m+c}^p = volumen de mercanicías (m) y viajes (c) realizado (Q_{m+c}^r) y planificado (Q_{m+c}^p).

Después de la calculación de las inversiones y de los gastos del modelo (1) se obtiene la función objetiva (Z_t^{ac}) en la forma :

$$Z_t^{ac} = \left\{ - p_c^c \left(U.I.t. \cos\varphi + t \frac{\rho l}{s} I^2 \cos\varphi \right) + (C_{am} I_t p_{am} + p_g p_r P_c + C_i p_r^e) + \right.$$

$$32 + p_c^e \left(t.p_s O_c + t \frac{RQ^2}{U^2} \right) p_r^r + (C_v p_v + (C_{r+sf} p_{sf}) + C_{a+s} p_{d+s} + C_d p_d) +$$

$$\left. + p_n [I_p p_p + (i_{sp}^s + i_{sp}^m t) p_r^c P_c + p_r^r i_{sp}^e Q_c + I_i p_i^i + I_d p_d] - V_n \right\} = \text{minimo}$$

en que :

p_c^e — precio de coste dela energia;
U = tensión en que funciona el sistema de traccion;
I = intensidad de la corriente;
t = tiempo de funcionamiento;
$\cos \varphi$ = factor de tensia;
ρ = resistividad de los conductores eléctricos;
l = longitud de la linea;
s = sección de los conductores;
c_{am} = cuota de amortización;

I_t = inverciones totales;
p_{am} = probabilidad de realización en término de la acción;
p = coefficient para los gastos generales;
p = probabilid de realización de los gastos generales;
P_c = potentia consumide;
C_i = gastos con influencia de las lineas elécricas sobre los circuitos de telecomunicación;
p = probabilidad de la realización de estos gastis;
P_s = coefifciente de las pérdidas de potencia;
R = resistencia de los hilos de contacto;
Q_c = energia reactiva pedida al fosnumidor;
Q = energia reactiva que circula en el sistema;
p_r^r = probabilidad de realización de esta circulación de energia reactiva;
C_p = gastos para el personal;
p_p = probabilidad de realizacion de ésta;
C_{r+tf} = gastos don la reparación y seguridad en el funcionamiento;
p_{sf} = probabilidad de la realizacion de astos gastis (C_{r+sf})
C_{a+s} = gastos con espera y almacenaje de los recurses;
p_{sf} = probabilidad de la realización de los gastos (C_{a+s})
C_{a+s} = gastos con la decisión;
p_{a+s} = probabilidad de la realización de los gastos (C_d)
p_h = coeficiente de eficacia economica;
I_p = inversiones en las instalaciones fijas;
p_p = probabilidad de la realización de las inversiones;
i_{sp}^s; i_{sp}^m = inversiones especificas en el sistema (s) y en las minas (m) para recursos;
p_r = probabilidade la realización del poder (P_c) para el cual se hacen las inversiones especificas;
p_r^r = probabilidad de la realización de las inversiones para la comensacion del factor de poder ($i_c Q_c$),
I_i = inversiones para atenuar la enfluencia de las lineas;

La selección de los modelos matemáticos con que operan las técnicas de prognosis se base en base al concepto „filosofia de los modelos" aplicada en el marco de los sistemas. Aplicando este concepto, se han presentado en el trabajo las calses de modelos unifactoriales y multifactoriales con el fin de la comparación y elécción de la función la más adecuada de eficacio, para el estudio de la prognosis de los sistemas de tracción electrica.

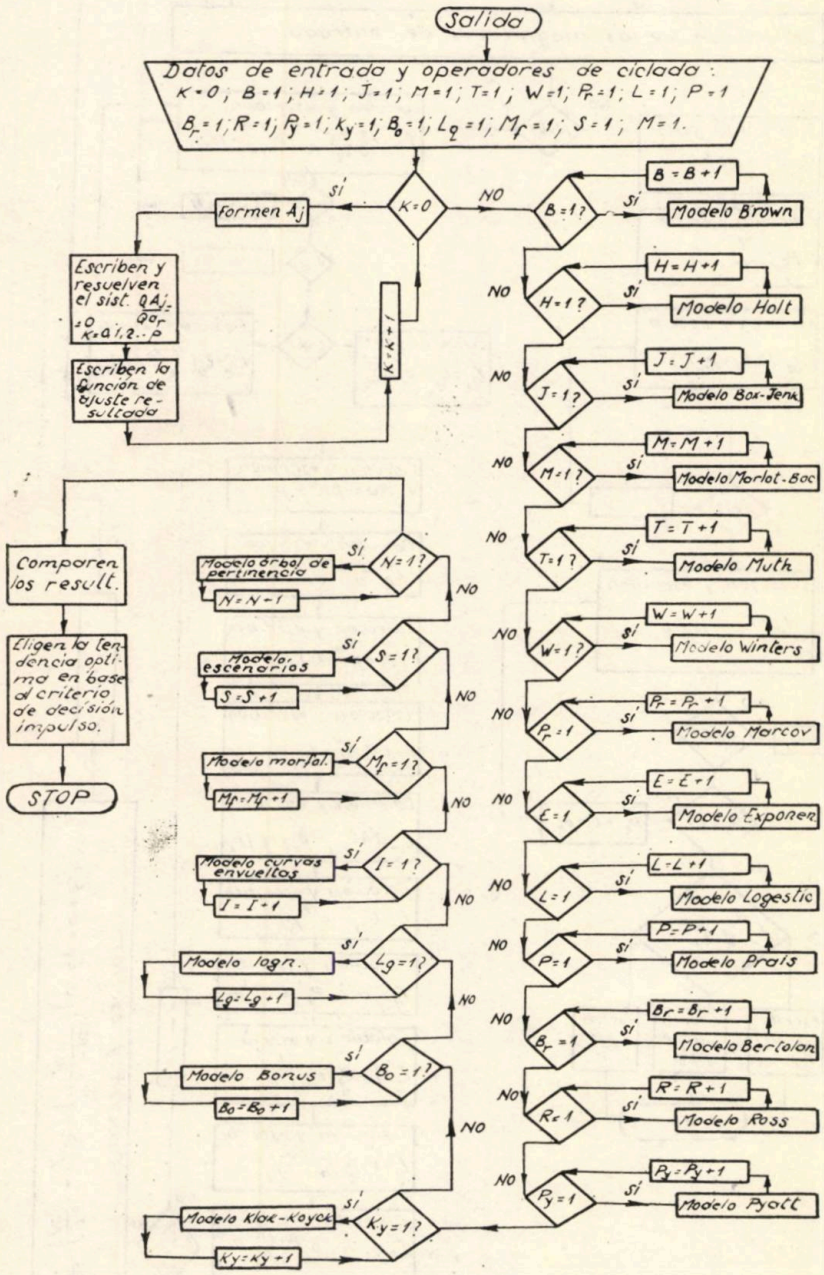
La aplicación del modelos matemáticos (1—32) Tabela 1 se puede hacer tanto para las fases investigacion — desarrollo de las instalacienes de tracción eléctrica. El testado del modelo (32) teniendo en cuenta de las restricciones (1) fue realizado en un calculador eifrico I.B.M. 360/30 siguendo las etapas de calculo previstos en los esquemas lóficos de las figuras (1—2).

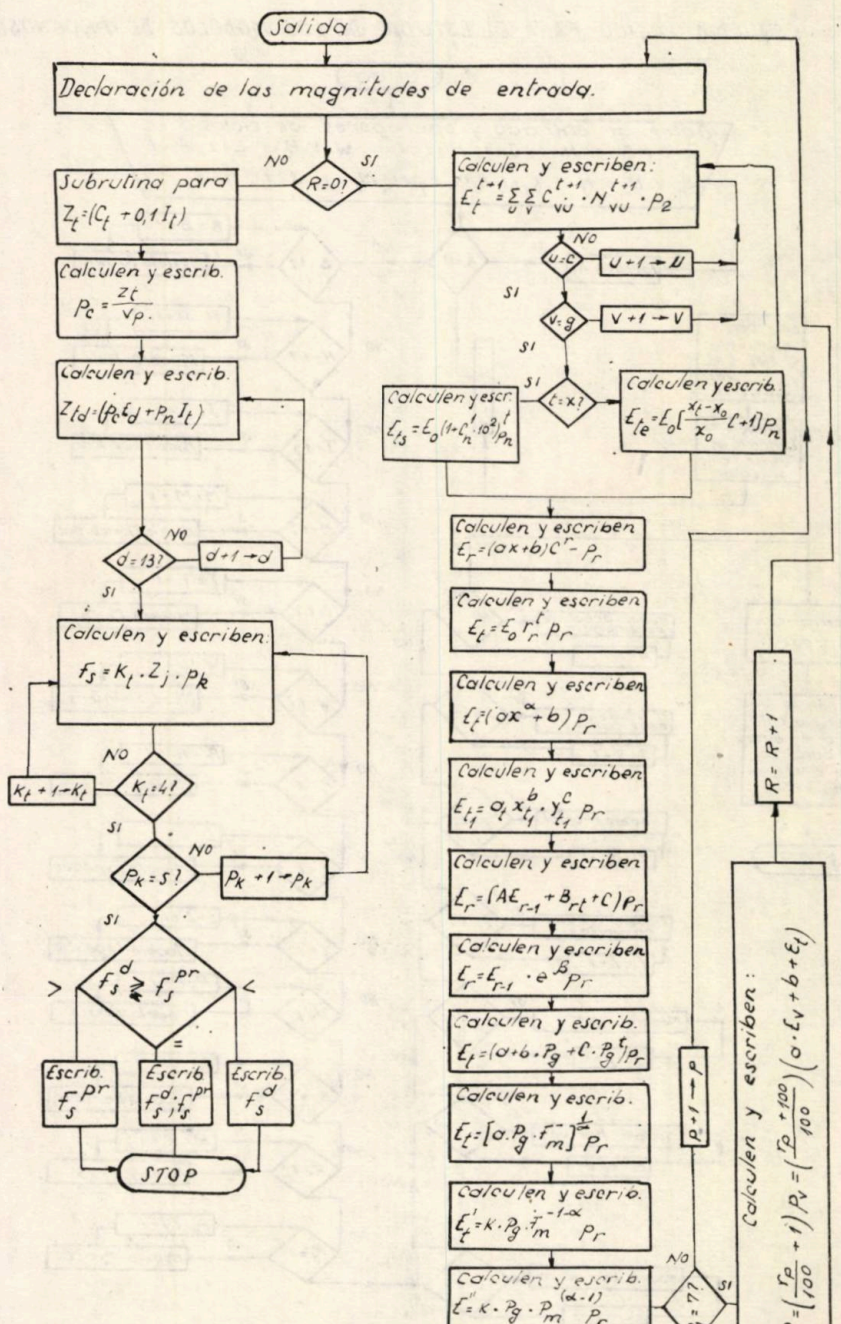
El amgoritmo presentado tento como modelo matemático cuanto como esquemas lógicos puede ser utilizado en la práctica en forma concebida para la prognosis del desarrollo de los sistemas de tracción eléctrica y on presenta inconvenientes de adaptación al especifico de la situación y los stros matemáticos con que se ha comparado.

BIBLIOGRAFIE

1. *E. Jantsch* Prognoza tehnologică Editura Ştiinţifică Bucureşti 1972.
2. *A. Popa, A. Carabulea* Contribution to the Study of the Operational Duty Optimizing of the Electric Traction Buletinul IPB mai-iunie 1973.
3. *E. Kurnow* şi *A. Carabulea* Funcţiile de predicţie ale Managementului New-York University Press-1972.

ESQUEMA LOGICO PARA EL ESTUDIO DE LOS MODELOS DE PROGNOSIS.




Salida
Declaración de las magnitudes de entrada.
R=01
NO
SI
Subrutina para
$Z_t=(C_t+0,1I_t)$
Calculen y escrib.
$P_c=\frac{Zt}{Vp.}$
Calculen y escrib.
$Z_{td}=(P_c\xi_d+P_nI_t)$
d=13?
d+1→d
Calculen y escriben:
$f_s=K_t\cdot Z_j\cdot p_k$
$K_t=4?$
$K_t+1\rightarrow K_t$
$P_k=5?$
$P_k+1\rightarrow P_k$
$f_s^d \gtrless f_s^{pr}$
Escrib. f_s^{pr}
Escrib f_s^d, f_s^{pr}
Escrib. f_s^d
STOP
Calculen y escriben:
$\xi_t^{t+1}=\sum_u\sum_v C_{vu}^{t+1}\cdot N_{vu}^{t+1}\cdot P_2$
U=C
U+1→U
V=g
V+1→V
t=x?
Calculen y escr.
$\xi_{ts}=\xi_0(1+C_n^t\cdot 10^2)^t/p_n$
Calculen y escrib.
$\xi_{te}=\xi_0[\frac{x_t-x_0}{x_0}(r+1)]p_n$
Calculen y escriben
$\xi_r=(ax+b)C^r\cdot P_r$
Calculen y escriben
$\xi_t=\xi_0 r_r^t P_r$
Calculen y escriben
$\xi_t=(ax^\alpha+b)P_r$
Calculen y escriben
$\xi_{t_1}=a_t x_{t_1}^b\cdot y_{t_1}^c P_r$
Calculen y escriben
$\xi_r=(A\xi_{r-1}+B_{rt}+C)P_r$
Calculen y escriben
$\xi_r=\xi_{r-1}\cdot e^{\beta}P_r$
Calculen y escrib.
$\xi_t=(a+b\cdot P_g+C\cdot P_g^{t_1})p_r$
Calculen y escrib.
$\xi_t=[a\cdot P_g\cdot \dot{f}_m^{-}]^{\frac{1}{\alpha}}P_r$
Calculen y escrib.
$\xi_t'=K\cdot P_g\cdot \dot{f}_m^{-1-\alpha}P_r$
Calculen y escrib.
$\xi''=K\cdot P_g\cdot P_m^{(\alpha-1)}P_r$
$P_t=?$
P+1→P
R=R+1
Calculen y escriben:
$P_t=(\frac{r_p}{100}+1)P_r=(\frac{r_p+100}{100})(a\cdot\xi_V+b+\xi_t)$

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

apare, cu trei fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice științifice : „Buletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" și „Buletinul Politehnicei din București".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea științifică a corpului didactic din Institutul politehnic București. În limita spațiului disponibil, se pot publica și lucrări științifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondența și schimburile de publicații cu redacția și administrația Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(cu mențiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

издаётся в три годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов, „Bulletin de Mathèmatiques et de Physique pures et appliquèes и „Buletinul Politehnicei din București".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно -исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din București".

Tel q'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(cu mențiunea pentru „Buletinul Institutului")

Tiparul executat la Întreprinderea Poligrafică „Informația" c. 230

F1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXVII NUMĂRUL 3 ANUL 1975
SEPTEMBRIE — DECEMBRIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă;* Prof dr. docent ing. *George Bărănescu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Academician Prof. *Emilian Bratu,;* Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin ;* Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct) ; Prof. dr. ing. *Gleb Dăgan ;* Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua ;* Prof. dr. *Ion Grădişteanu ;* Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar ştiinţific) Prof. dr. docent *Gheorghe Manea,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Nicolae Manolescu ;* Prof. ing. *Ştefan Mantea ;* Prof. dr. ing. *Marius Preda ;* Prof. ing. *Mihai Renert ;* Conf. dr. ing. *Mircea Soare ;* Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru.*

Redactor responsabil

Rector

Academician *Radu Voinea*

Editor: Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Splaiul Independenţei 313, Tel. 31.40.10

Sumar

MATEMATICA

C. Udrişte

Asupra varietăţilor A_m^0 7

FIZICA

Candida Oancea, P. Cristea

Study of Tellurium Anisotropic Layers Structure and Photovoltaic Effect 11

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

Cornelia Bejan, Eugenia Tudoriu, Domnica Pincovschi

Dozarea spectofotometrică a unor detergenţi 19

Teodora Badea, Maria Neaţă Bălescu, Rodica Andone

Studiul comparativ privind acţiunea de protecţie a formaldehidei şi benzaldehidei asupra coroziunii oţelului carbon în medii acide 25

Maria Hlevca, Elena Kraft

Determinarea complexonometrică a Fe (III) şi Co (II) în amestec 31

MECANICA

N. Pandrea, D. Voiculescu

Analiza deplasărilor şurub ale dreptei, cercului şi elicei cilindrice, cu ajutorul teoriei şuruburilor şi a matricelor duale 35

MECANICA FINĂ

T. Demian

Influenţa sistemelor sprijinite pe vîrfuri asupra erorilor din aparatele de măsurat 43

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

B. Grünwald

Evaluarea transferului de căldură prin radiaţie la un motor Diesel 49

AVIAŢIE

C. Guţă, D. Rugescu

Determinarea parametrilor de stare a gazelor în camera de ardere a motoarelor racheta 55

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

M. Mincă, C. Ţârcolea, O. Alexandru, I. Filipescu

Influenţa parametrilor electrici şi mecanici asupra interstiţiului sculă piesă la prelucrarea electrochimică 65

ENERGETICA

H. Lazăr, C. Mucichescu

Stabilirea relaţiilor de calcul ale coeficienţilor modelului matematic ce caracterizează regimul de funcţionare al unui sistem electric reglat 73

V. Panaitescu

Metodă de rezolvare a problemei stabilităţii hidrodinamice prin obţinerea unei soluţii exacte a ecuaţiei Orr-Sommerfeld 81

ELECTROTEHNICA

N. Galan

Motorul asincron cu rotor masiv anizotrop 89

ELECTRONICA

A. T. Murgan

Condiții de existență a oscilațiilor în sistemele autooscilante cu neliniarități de tipul $u = f(x^{(i)})$ 97

TRANSPORTURI

A. P. Stoicescu

O contribuție la calculul de tracțiune al automobilului 105

TEZE DE DOCTORAT SUSȚINUTE ÎN INSTITUTUL POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI ÎN PERIOADA SEPTEMBRIE — DECEMBRIE

Bui Due Nhuan — Combinații complexe polinucleare ale lantanidelor.

Cornelia Fulea — Relații între structura și reacționabilitatea tioamidelor.

Dan Mihoc — Contribuții la perfecționarea sistemelor de reglare automată a excitației pentru generatoare sincrone.

Ioan Străinescu — Contribuții la schemele automate optimale de acționare curent continuu-curent continuu în tracțiunea electrică cu aplicații în tracțiunea urbană în R.S.R.

Valerică Gh. Dumitrescu — Studiul analitic al unor compuși ai molibdenului pentru determinarea acestui element.

Dumitru Marincaș — Studiul influenței dispozitivului de cuplare a remorcii asupra parametrilor mișcării tranzitorii a agregatelor de transport cu aplicare la tractoarele cu roți fabricate în R.S.R.

Radu Dobrescu — Generarea contururilor prin interpolare internă în automatizare complexă a mașinilor-unelte.

Alexandru Fănel Șerbănescu — Probleme specifice de analiza și sinteza filtrelor electrice tratate cu ajutorul calculatorului.

Georges N. Singer — Contribuții la studiul procesului de ardere a cărbunelui pulverizat.

Mihaela Olteanu — Contribuții la studiul fizico-chimic al adsorbției agenților tensioactivi cationici din soluții apoase pe alumosilicați.

Nguyen Kim Xuyen — Contribuții la reglarea automată a alimentării cu apă a cazanelor de abur cu circulația naturală.

Mircea Pascovici — Contribuții la studiul transferului de cultură în filmul de lubrefiant și a efectelor, lui.

Marilena Florica Lucia Macarie — Studiul analitic prin rezonanța electrică de spin al unor derivați la stilben

Anatolie Prohovici — Contribuții la determinarea eficacității de utilizare a turbinelor in industrie.

Gheorghe Drăgănoiu — Studiul regimurilor caracteristice de mișcare ale avioanelor D.A.V.

Mihai Buculei — Contribuții la studiul circuitelor longitudinale ale corpurilor continui și granulare.

Cornel Mihăilă — Contribuții privind transferul de căldură și de masă, în pat fluidizat, cu aplicare în procesul de uscare a materialelor agricole, termolabile.

Gheorghe Olaru — Contribuții la studiile de proiectare și amplasarea stațiilor de triaj și influența acestora asupra capacității de transport.

Ioana Dorobanțu — Contribuții la studiul topologic al circuitelor electrice.

Maria Vâlceanu — Reactoare pentru sinteza amoniacului.

Mihai Vida — Cinetica cristalizării oțelurilor rapide sub acțiunea forței centrifugale și a modificărilor de structură.

Elena Elisebata Tătar Moisescu — Coroziunea și pasivarea metalelor din grupa fierului în săruri topite.

Nicolae Miclovici — Cicloalchil zenoli.

Dinu Nistor — Contribuții la chimia tetrahidro-tia-piran-4-onei.

Gheorghe Cimpeanu — Produse de condensare ale bis (clormetil) eterului cu fenol mino și dihidroxilici.

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

D.C. 517

C. Udrişte

On A_m^0 Manifolds

In his paper the author gives a necessary and sufficient condition for the existence of A_m^0 manifolds and proves that -Einstein manifolds and Riemannian manifolds which admit transitive groups of motions are A_m^0 manifolds.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 3/1975

C.D. 541.1

Candida Oancea, P. Cristea

L'étude de la structure des couches minces anisotropes de tellure et l'effet photovoltaique

Dans se travail on fait succinctement une presentation d'ensamble sur la structure des couches mince de tellure anisotropes obtenues par evaporation thermique en vide sour une incidence obique, comparativement avec celles obtenues par une incidence normale et on expose les au contact avec differents metaux, en suggerant un modele capable d'interpreter les proprietes mentionees.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 3/1975

D.C. 540.061

Cornelia Bejan, Eugenia Tudoriu,
Domnica Princovski

Spectrophotometrie Determinazion of Some Detergents.

The IR spectro of two following detergents produced by Petrochimic „Brazi" have been studied :

— The addition product of oleic alcohol with ethylene oxid.

— The addition product of glicohol to ethylene oxid.

A method of quantitative determination of these two products (compounds) has been established.

This method is based on the complexation reaction of oleilpolioxi ethylene glicohol with $Co(SCN)_4^{2-}$ ion.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 3/1975

C.D. 541.1

Theodora Badea, Maria Neaţă Bălescu,
Rodica Andone

L'étude de l'action protectrice de CH_2O et C_6H_5CHO sur la corrosion de l'acier charbon en solutions acides.

En utilisant la méthode gravimétrique et les courbes de polarisation potentiostatique on a étudié l'efficacité de l'action protectrice de CH_2O et C_6H_5CHO sur la corrosion de l'acier charbon en solutions de 20 % H_2SO_4 et 20 % HCl.

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

D.K. 546.728

Maria Hlevca, Elena Kraft

Kompleksonometrische Bestimmung der Ionen Co(II) und Fe(III) veiei ander.

In der Arbeit beschreibt man die kompleksonometrische Bestimmung der Ionen Co (II) und Fe (III) beieinander. Das Eisenion wird in der Mischung titriert, während das Cobaltion vorher mit Hilfe des Ionenaustauschers Dowex 50 geschieden wird.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 3

C.D. 621—23

M. Pandrea, D. Voiculescu

Analyse des déplacements- vis de la droite, du cercle et de l'hélice cylindrique, à l'aide de la théorie des vis et des matrices duels.

Dans le présent ouvrage on étudie les déplacements-vis des courbes qui ont des déplacements dans leur sens même (la droite, le cercle, l'hélice cylindrique à l'aide de la théorie des vis et des matrices duels.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 3/1975

D.C. 621—8

T. Demian

The Influence of Systems Supported by Pin Bearings on the Errors of Measuring Apparatus

In order to broaden the measuring range, dynamic operating conditions are discussed and calculated. The accurate reading depends on the damping time of the indicator oscillations. From these points of view, there are given some advices for the constructive parameters of the measuring mechanisms, for the case when the moving system is supported on a vertical pin bearing, so that the fundamental error and the power of the circuit are at a minimum rate and the indication reading is performed in the least time.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 3/1975

D.C. 621.433

B. Grünwald

Evaluation of Heat Transfer by Radiation in a Diesel Engine.

In this work the most recent experiemental data in the domain of heat transfer by radiation in the Diesel engine are evaluated, in view of amore reliable evaluation of heat transfer to the walls. Then, the results obtained by the radiation heat transfer calculation with four characteristic temperatures are presented, using a model of thermal nonhomogeneity, namely: the temperature defined by the equation of state T_{es}, the mean temperature of the burned gases T_{ga}, the flame temperature for the mean air excesss T_{flm}, the flame temperature for a stoichiometric mixture. Relating the obtained values to the values of the overall transfer as well as to the experimental values, it is concluded that the results are realistic when the temperatures T_{ga} or T_{flm} are ased in the calculation.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 3/1975

D.C. 629.153

C. Guţă, D. Rugescu

Computation of the State Parameters of the Gases in the Rocket Engine Thrust Chamver.

A method for the combustion computations in ricket engines working on rich fuel C—O—H—N system is presented in the paper, illustrated with numerical results.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 3/1975

C.D. 621.367

M. Mincă, C. Tărcolea O. Alexandru I. Filipescu

La determination de certains parammétres „optima" dans le traitament électrochimique

L'ouvrage étudie la determination de certains paramètres optima dans le traitement électrochimique

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 3/1975

C.D. 621.3.016.4

H. Lazăr, C. Mucichescu

Calcul des coefficients du modele mathématique d'un système éléctrique réglé.

En considérant un système électrique composé par n générateurs synchrones munis de régulateurs d'excitation, couplés à un système de pouvoir infini, on résont le problème de calcul des coéfficients du modèle mathématique valable pour le régime des petites oscillations.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom, XXXVII Nr. 3/1975

D.C. 621.2.01

V. Panaitescu

An Analitical Method for the Hydrodynamic Stability Problem, by the Get of an Exact Solution of the Orr Sommerfeld Equation.

A method to obtain an exact solution of the Orr-Sommerfeld equation is developed, reducing this differential equation to a second order Volterra integral equation. One could be shown that the solution exists and is unique. Using this way to solve the problem of the Poiseuille plane flow stability, a numerical method of computation was developed.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 3/1975

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

C.D. 621.313.333

N. Galan

Le moteur asynchrone à rotor massif anisotrope

On a étudié dans l'ouvrage le moteur asynchrone à rotor massif anisotrope pour de petits glissements et l'on a mis en évidence le fait que ce moteur a des caractéristiques de beaucoup supérieures que le moteur asynchrone à rotor massif ordinaire. C'est une conclusion obtenue par l'analyse du couple électromagnétique et celle des paramètres rotoriques.
Les relations établies pour le couple électromagnétique et pour les paramètres rotoriques mettent en évidence l'influence de la perméabilité magnétique de l'essieu du motour du rotor c'est ce qui permet l'étude de l'optimisation des caractéristiques du moteur asynchrone à rotor massif anisotrope.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 3/1975

D.C. 621.38

A. T. Murgan

Periodicity Conditions for the Nonlinear Sutonome Systems of the Typr $u=f(x)$

New periodicity conditions for the nonlinear autonomous system are presented. The nonlinearities of the type $u = f[x^{(i)}]$ are supposed.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 3/1975

D.C. 656.1

A. P. Stoicescu

Contribution to the Traction Computation of Automobile

The paper shows an original analytical method to the determination of the required maximum motor power for both the cars and the trucks. It takes into consideration both the top speed of automobile and the maximum specific road resistance wich is breaked in through coupling.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVII Nr. 3/1975

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 3
BUCUREȘTI

MATEMATICĂ

C.Z.; 517

ASUPRA VARIETĂȚILOR A_m^0

CONSTANTIN UDRIȘTE

1. Fie R^{m+1} un spațiu euclidian cu $m+1$ dimensiuni și M o hipersuprafață în acest spațiu. Ca de obicei, prin T_xM vom nota spațiul tangent la M în punctul x a cărui reprezentare în R^{m+1} se numește *hiperplan tangent*. Dacă M este global orientabilă, atunci cîmpul vectorial normal unitar ζ este global definit. Notăm cu *d funcția suport* care asociază fiecărui punct $x \in M$ distanța

$$d(x) = g_0(x, \zeta(x))$$

de la originea lui R^{m+1} la hiperplanul tangent T_xM, unde g_0 este metrica lui R^{m+1}. Notăm cu g metrica indusă de către g_0 în M. Pe de altă parte notăm cu K_T [1], [7] curbura totală a lui M și construim funcția

$$I = \frac{K_T}{d^{m+2}} : M \to R,$$

numită *invariantul lui Țițeica*. Dacă $I = \text{const.}$, atunci M se numește *hipersuprafață Țițeica* [1], [5], [6]. Un exemplu de hipersuprafață Țițeica este

$$M : x^1 x^2 \dots x^{m+1} = 1.$$

Fie R_{ij}, $i, j, k = 1, 2, \dots, m$, componentele tensorului lui Ricci atașat metricii g_{ij} a lui M. În [2] Gh. Th. Gheorghiu a demonstrat

Propoziția 1. Condiția necesară și suficientă pentru ca M să fie o hipersuprafață Țițeica este $\nabla_k(\det(R_{ij})) = 0$, unde derivata covariantă se face în raport cu simbolurile lui Christoffel determinate de g_{ij}.

Observație. În lucrarea [2] se subînțelege condiția $\det(R_{ij}) \neq 0$

2. Faptul că proprietatea $\nabla_k(\det(R_{ij})) = 0$ pe care o au hipersuprafețele Țițeica nu depinde decît de elementele intrinseci ale hipersuprafeței a permis introducerea unei noi clase de varietăți. Astfel fie M o varietate de dimensiune m cu conexiunea Γ^i_{jk}, $i, j, k, 1 = 1, 2, \dots, m$ și Γ_{ij} tensorul lui Ricci atașat conexiunii date. Presupunem că $\det(\Gamma_{ij}) \neq 0$.

Definiția 1. Dacă $\nabla_k(\det(\Gamma_{ij})) = 0$, atunci varietatea M se numește varietate A_m^0 [2].

În particular spațiile Einstein și spațiile Ricci sînt varietăți A_m^0.

Manuscris predat redacției la data de 13 iulie 1973.

Vom da acum o condiţie necesară şi suficientă pentru ca o varietate cu conexiune afină M să fie o varietate A_m^0. În acest sens, fie Γ_{ij} tensorul lui Ricci ataşat lui M despre care facem ipoteza că $\det(\Gamma_{ij}) \neq 0$. Atunci există un tensor şi numai unul

$$\Gamma^{ij} = \frac{1}{\det(\Gamma_{ij})} \frac{\partial \det(\Gamma_{ij})}{\partial \Gamma_{ij}}, \tag{1}$$

care satisface condiţiile

$$\Gamma_{ij}\,\Gamma^{ik} = \Gamma_{ji}\,\Gamma^{ki} = \delta_j^k \tag{2}$$

şi care se numeşte *inversul* lui Γ_{ij}. Avem

Propoziţia 2. Condiţia necesară şi suficientă pentru ca o varietate cu conexiune afină M, pentru care $\det(\Gamma_{ij}) \neq 0$, să fie varietate A_m^0 este

$$\Gamma^{ij}\,\nabla_k\,\Gamma_{ij} - \Gamma^{ij}\,\Gamma^l_{jk}\,\Gamma_{li} + \Gamma^l_{lk} = 0 \tag{3}$$

sau

$$\Gamma^{ij}\,\nabla_k\,\Gamma_{ij} = 0, \text{ dacă } \Gamma_{ij} \text{ este simetric [8].} \tag{4}$$

Demonstraţie. Presupunem că M este o varietate A_m^0, adică

$$\nabla_k(\det(\Gamma_{ij})) = \frac{\partial \det(\Gamma_{ij})}{\partial x^k} + 2\,\Gamma^l_{lk}\,\det(\Gamma_{ij}) = 0.$$

Dacă ţinem cont de (1), atunci relaţia precedentă devine

$$\left(\Gamma^{ij}\frac{\partial\,\Gamma_{ij}}{\partial x^k} + 2\,\Gamma^l_{lk}\right)\det(\Gamma_{ij}) = 0$$

sau

$$\Gamma^{ij}(\nabla_k\,\Gamma_{ij} - \Gamma^l_{ik}\,\Gamma_{lj} - \Gamma^l_{jk}\,\Gamma_{li}) + 2\,\Gamma^l_{lk} = 0.$$

Ţinînd cont de (2) deducem pe (3). Raţionamentul reciproc este uşor de urmărit. Dacă $\Gamma_{ij} = \Gamma_{ji}$, atunci relaţia (3) se reduce, în baza lui (2), la (4).

3. Fie M o varietate riemanniană de dimensiune $m = 2n + 1$ cu metrica g_{ij}. O *structură sasakiană* pe M este caracterizată printr-un cîmp vectorial unitate ξ^h de tip Killing care satisface

$$\nabla_j\,\Phi_i^h = \eta_i\,\delta_j^h - \xi^h\,g_{ji},$$

unde $\Phi_i^h = \nabla_i\,\xi^h$, $\eta_i = g_{ij}\,\xi^j$. De fapt aceasta este o *structură metrică aproape de contact* [4] $(\Phi_i^j,\ \xi^j,\ \eta_i,\ g_{ij})$:

$$\eta_i\,\xi^i = 1, \quad \Phi_j^i\,\xi^j = 0, \quad \Phi_j^i\,\eta_i = 0,$$

$$\varphi_j^i \varphi_k^j = -\delta_k^i + \xi^i \eta_k, \quad g_{ij} \varphi_h^i \varphi_k^j = g_{hk} - \eta_h \eta_k.$$

Printre varietățile care posedă o structură sasakiană se găsesc unele care au fost denumite varietăți η-Einstein.

Definiția 2. O varietate sasakiană pentru care tensorul lui Ricci este de forma

$$R_{ij} = b\, g_{ij} + c\, \eta_i \eta_j, \tag{5}$$

unde b și c sînt în mod necesar niște constante, se numește varietate η-Einstein.

Propoziția 4. O varietate η-Einstein cu $b \neq 0$ este o varietate A_m^0 [8].

Demonstrație. Dacă R_{ij} este dat de (5), atunci se poate verifica prin calcul direct că

$$R^{ij} = \frac{1}{b} g^{ij} - \frac{c}{b(b+c)} \xi^i \xi^j.$$

De asemenea, avem

$$\nabla_k R_{ij} = c\,(\eta_j \nabla_k \eta_i + \eta_i \nabla_k \eta_j)$$

și deoarece $\xi^i \nabla_k \eta_i = 0$, deducem $R^{ij} \nabla_k R_{ij} = 0$.

4. Să presupunem acum că M este o varietate riemanniană cu metrica g_{ij} care posedă un grup de mișcări G_r dat de cîmpurile vectoriale v_α^i, $\alpha = 1, 2, \ldots, r$. În acest caz avem [9]

$$\nabla_i v_\alpha^i = 0 \tag{6}$$

și

$$v_\alpha^k \nabla_k R_{ij} + R_{ih} \nabla_j v_\alpha^h + R_{jh} \nabla_i v_\alpha^h = 0, \tag{7}$$

unde R_{ij} este tensorul lui Ricci. În ipoteza că $\det(R_{ij}) \neq 0$, din (6) și (7) deducem

$$v_\alpha^k R^{ij} \nabla_k R_{ij} = 0,$$

unde R^{ij} este inversul lui R_{ij}. Dacă facem ipoteza $\operatorname{rang}(v_\alpha^k) = m$ (grupul G_r este tranzitiv), atunci rezultă $R^{ij} \nabla_k R_{ij} = 0$ și deci M este o varietate A_m^0. Astfel am demonstrat

Propoziția 5. Fie M o varietate riemanniană pentru care $\det(R_{ij}) \neq 0$. Dacă M admite un grup de mișcări tranzitiv, atunci M este o varietate A_m^0.

Catedra de matematici I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București.

BIBLIOGRAFIE

1. *Gheorghiu, Th. Gh.*, Hipersuprafeţe Ţiţeica, Lucrările ştiinţifice ale Institutului Pedagogic Timişoara (1959).
2. *Gheorghiu, Th. Gh.*, O clasă particulară de spaţii cu conexiune afină, St. Cerc. Mat. t. 21,8, (1969), p. 1157—1168.
3. *Gheorghiu, Th. Gh.*, Sur une classe spéciale d'espaces à connexion affine, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, serie II, t. XIX (1970), p. 301—309.
4. *Sasaki, S.*, Almost Contact Manifolds, Math. Inst. Tohoku Univ. Part I (1965).
5. *Ţiţeica, G.*, Sur quelques propriétés affines, Bull. Math. Phys. de l'Ec. Pol., Bucureşti, t. 6(1936), p. 8—10.
6. *Ţiţeica, G.*, Opere, vol. I, Bucureşti (1941).
7. *Udrişte, C.*, Introducerea unor invarianţi diferenţiali intrinseci într-o varietate riemanniană, St. Cerc. Mat. 21 (1969), p. 509—514.
8. *Udrişte, C.*, Structuri aproape cocuaternionice, Teză de doctorat, Cluj (1971).
9. *Yano, K.*, The Theory of Lie Derivatives and its Application, 1955.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 3
BUCUREȘTI

FIZICA

C.Z.:541.1

STUDY OF TELLURIUM ANISOTROPIC LAYERS STRUCTURE AND PHOTOVOLTAIC EFFECT

CANDIDA OANCEA, P. CRISTEA

In previous papers [14, 16, 17] it has been shown that the tellurium thin layers obliquely deposited exhibit an oriented structure. This determines the anisotropy of their electrical properties [17] and optical properties [22], as well as the appearance of a specific photovoltaic effect when the layer is illuminated [9, 13, 15]. It has been demonstrated that photovoltaic cells with tellurium anisotropic thin layers are sensitive both for visible radiations and for infrared ones [17]. Thus it was possible to achieve detectors for the radiation of about 10μm of a CO_2 laser [18].

This paper presents syntethically some results obtained in the study of tellurium layers structure and their photovoltaic effects.

Deposition of tellurium layers

The tellurium thin layers have been deposited under normal incidence ($\alpha = 0°$), or under oblique incidence ($\alpha < 75°$) by thermal evaporation in a vaccum of $10^{-3}-10^{-5}$ Torr, the evaporation rate being from a few Å/s to hundreds of Å/s. The thickness of the layers was of the order of microns. Amorphous substrates (usually made of glass), maintained at room temperature, were used.

The structure of the layers

The structure of tellurium films has been examined by electron difraction and microscopy [16]; the surface relief being examined by metalographic microscopy as well [14]. In the latter case, the method of chromium shadowed carbon replicas has been used. It has been seen that the layer structure is modified both with the deposition rate and with the change of the incidence angle of the vapour flow on the substrate, during evaporation. For the layers deposited under normal incidence with a slow deposition rate (a few Å/S), a well developed polycrystalline structure was obtained. These layers exibit a mirror like aspect and no surface imperfection on metalographic microscopy.

Fig. 1 presents the electronic difraction pattern and Fig. 2 shows the surface relief image obtained by electronic microscopy (6.300 X)

Manuscript received 20 II 1973

for a layer having a high degreee of crystallinity. Normally deposited layers at high deposition rate (hundreds of Å/s), generally obtained by the evaporation of molten tellurium, exibit a small degree of crystallinity going as far as an almost amorphous structure.

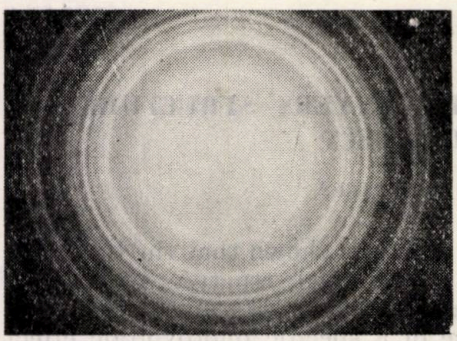


Fig. 1

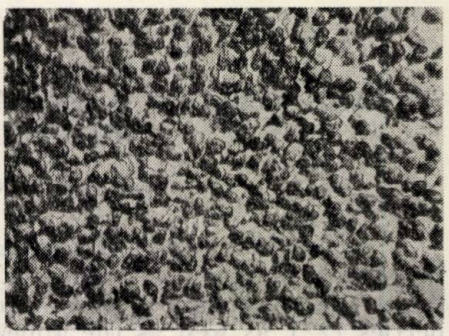


Fig. 2

The irregularities of the structure of such layers are increased by gaseous inclusions. The colour of these layers varies from grey-brown to black, for the layers having a thickness of a few microns.

Fig. 3 presents the electronic difraction pattern obtained for such a layer. The characteristic rings of polycrystalline tellurium are no more present.

Fig. 4. presents the microphotography of such a layer which shows

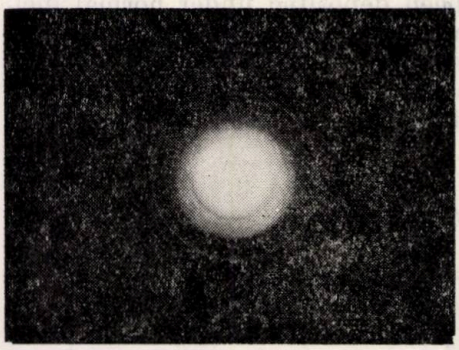


Fig. 3

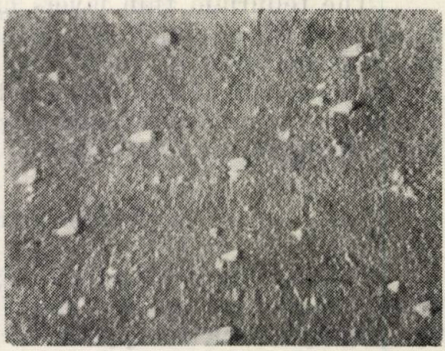


Fig. 4

the existence of some aglomerates included in the continous mass of the material. The oblique deposition leads to a film texture in the deposition direction as a result of the oriented growth of the clusters.

Fig. 5 represents the surface relief of a tellurium layer (12.000 X) deposited by an oblique incidence (60°) at a low evaporation rate (a few Å/S), under conditions similar to these used for the layer of Fig. 2.

Fig. 6 presents the surface of a layer deposited under the same incidence (60°) but a depositing rate of hundreds of Å/s, under conditions similar to those used for the layer of Fig. 4.

Unlike the normal deposition, the layers deposited at different deposition rates are relatively similar, having a polycrystalline structure with a great number of clusters orientated on the average in the deposition direction. For slowly deposited layers the crystallites form is clearly

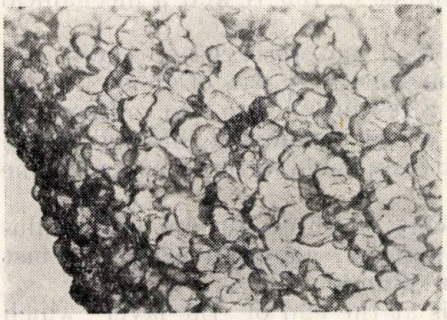


Fig. 5

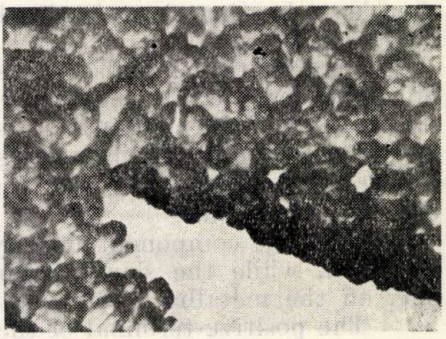


Fig. 6

defined, exibiting a higher degree of crystallinity as compared to the fast deposited ones.

The study of the anisotropy of tellurium layers properties shows a double orientation of their structure, under the influence of the oblique deposition and of the substrate [17, 22]. Thus, on one hand, the oblique deposition favours the formation of the clusters in the layer and determines their average orientation on the deposition direction, as it has been shown. On the other hand, the material of these clusters (Te has a trigonal lattice structure) deposits preferentially with its c axis in the plane of the substrate [22] and perpendicularly to the deposition direction [17]. These structure particularities determine the anisotropy of the electrical and optical properties of the tellurium thin layers obliquely deposited. These layers also display an anomalous surface photovoltaic effect.

Photovoltaic effect

One of the most interesting properties of the anisotropic thin layer is their photovoltaic effect [1—13]. This special type of photovoltaic effect is characterized. on one hand, by the fact that the voltage appears on the illumination of any region of the film even without exposing the metallie electrodes region. On the other hand, the photovoltage magnitude may be much greater than the forbidden gap, for certain materials. It has been shown that the appearance of the photovoltaic effect for all the materials studied so far is conditioned by the oblique deposition [1—13], but this condition is not always sufficient [3, 6, 8].

At the same time, it has been proved that the layers exhibiting the highest photovoltage always have high resistence ($10^9 - 10^{15}$ Ω), irrespective of the initial resistivity of the material.

For tellurium layers the resistences are far lower ($10^3 - 10^4$ Ω) and, as a consequence, the photovoltages are lower as well [9, 13, 15].

The tellurium layers resistence values are of the same order as those of common electronic circuit devices, and thus permit their convenient use in several practical applications [18, 21]. The photovoltaic effect has been studied for an impulse illumination having the frequency of about 50 Hz and a duration of about 6 ms, with a view to avoiding the gradual layer heating. A projection lamp of 500 or 750 W and a mechanical modulator were used.

Photovoltage impulses were amplified and observed on the screen of a synchroscope. The measuring system sensitivity was of about 1 M Hz band. The impulse illumination lead to a resolution into two components of the generated photovoltage signals : a fast component, having the increase time of about 1 μs [18], and slow component with an increase time of about 2—3 ms.

The fast component usually appears on the tellurium layers illumination, while the slow component appears, alongside with the fast one, on the metallic electrodes region illumination.

The positive terminal of the cell is at the end of the layer which had been closer to the evaporator, during the deposition. The photovoltage dependence on the layer thickness has been studied by observing its variation during the deposition. Simultaneously, the conductance of another layer deposited under the same conditions was measured, in order to observe the thickness variation.

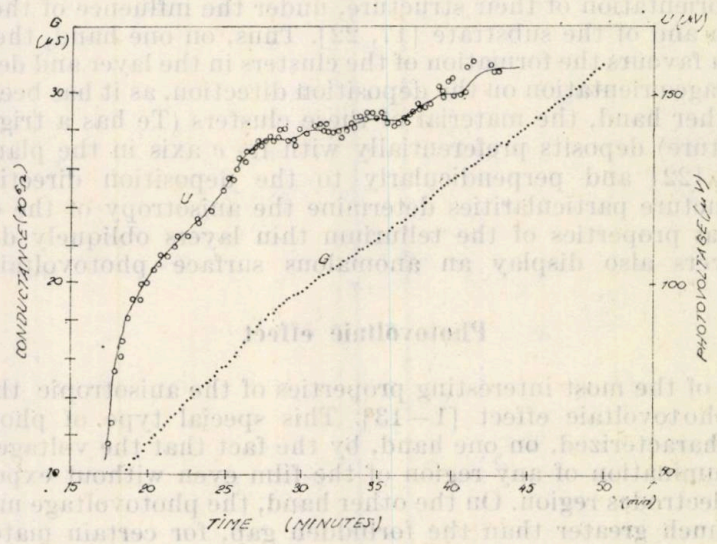


Fig. 7

Fig. 7 presents results obtained for a layer deposited by am oblique incidence (60°) at a low evaporation rate of about 1 Å/S. It may be observed that at first the photovoltage increases rapidly with the thickness and then has a tendency to saturate. The photovoltage variation has certain irregularities, due probably to some rearrangements of the layer structure.

Photovoltage variation as function of the layer thickness has been also studied by means of repeated depositions on the same substrate. Their effect varies according to their being or not exposed to the air, after the deposition of each component layer. In the former case, the deposition of each new layer, under the same incidence and in the same direction leads at first to a decrease of photovoltage, followed by an increase which recovers the value almost to its initial value.

In the latter case the variation is the same as in the case of a continuous deposition. If the deposition is made in a direction opposite to the former, the generated photovoltage varies in magnitude and changes its sign, when the light spot is moved across the frontal surface of the cell. The voltage is zero in a point where the contribution of the two layers compensate one another [11].

The influence of the air on tellurium thin layers photovoltaic effect has been also studied. It is mentioned in literature that for certain materials, e.g. germanium [6], the photovoltaic effect appears only after exposing the samples to the air. For tellurium layer/s the photovoltage appears even during the layer formation in vacuum. It has been observed the photovoltage variation vs. air pressure is greater for thinner layers (thousands of Å) than for thicker layers (of the order of μm).

When air is introduced into the deposition container, the photovoltage decreases while the conductance increases. This process is partially reversible when the vacuum is restored. After repeated cycles of establishing the vacuum and then introducing air in the container, the layers reach equilibrium, the variation becoming negligible. When preserved in air, the layers are stable, the photovoltage for a given illumination remaining practically constant after one or two years since deposition.

One the factors leading to the change in time of tellurium layers properties is the electrode diffusion.

The diffusion of Ag, Bi [19], Zn [20], Pb [24] electrodes was studied, observing the repartition variation of fast and slow photovoltage components across the cell.

Fig. 8 presents the photovoltage distribution across a cell having Bi electrodes, immediatly after deposition. Fig. 9 shows the distribution for the same cell after about two months.

The appearance of a maximum value of the fast component (*a*) may be observed near the electrodes, as well as the evident change of the slow component (*b*).

For Ag electrodes the diffusion effect is observed immediatly after deposition, Fig. 10 presents the dependence of photovoltage on time for a tellurium cell having Ag electrodes placed at a distance of 0,2 mm from one another. The measurement was begun immediatly after the tellurium deposition and the introduction of air in the container.

The tellurium anisotropic layer model

In order to explain the specific properties of tellurium thin layers obliquely deposited, and especially the characteristics of their photovoltaic effect, the layer was assumed to have a structure that may be

simplified similarly to the one presented in fig. 11 [11, 15, 17]. The angle β of average cluster obliquity to the substrate is determined by the incidence angle α of vapour flow during deposition, by the substrate influences, by the crystalline plane orientation in the material etc.

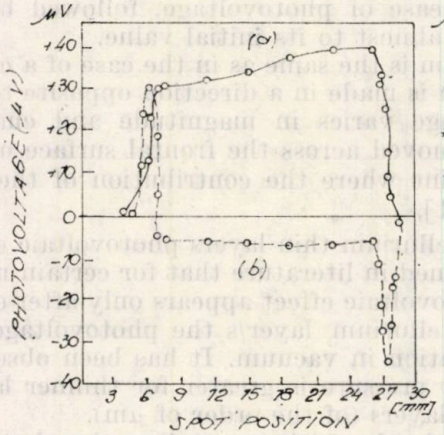


Fig. 8

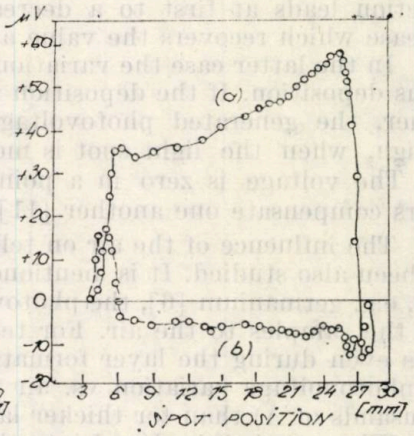


Fig. 9

As it has been shown, the orientation of the material inside each cluster must be taken into account.

On the layer illumination, the carrier pairs generated by light absorbtion move across the clusters by conduction, under the influence of the space charge region electric field and diffusion, due to the concentration gradient of the excess carriers in the layer thickness. Hence, each cluster behaves like an independent cell, across which a photovoltage is generated

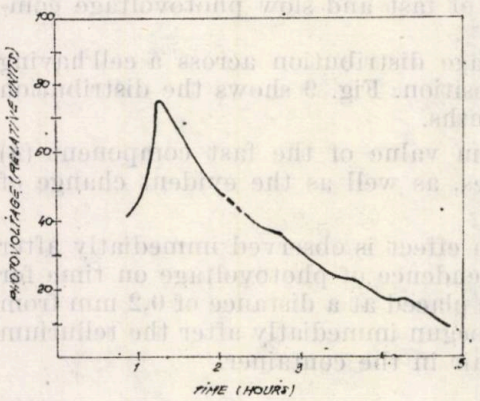


Fig. 10

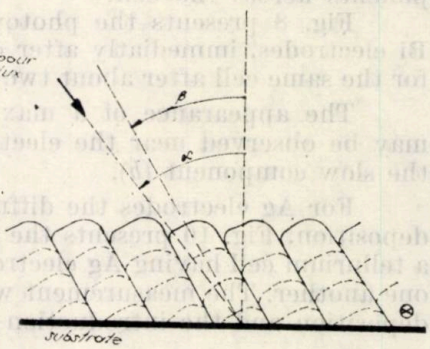


Fig. 11

on illumination. For the obliquely deposited layers the tangential components of the voltages generated by each elementary cell add together yielding the photovoltage of the whole layer.

The equivalent circuits of Fig. 12 are obtained on the basis of the above presented model. Circuit (*a*) corresponds to a normally deposited layer in which the total photovoltage of the specimen is zero, due the symmetrical disposition of the clusters. Circuit (*b*) correspond to photo-

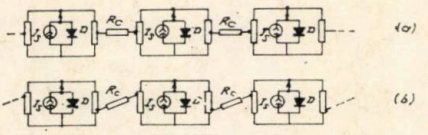


Fig. 12

voltaic cells with tellurium anisotropic layers. These equivalent circuits explain qualitatively the characteristics of the photovoltaic effect of the tellurium thin layers [13, 15, 17].

Physical Laboratory
Polytchnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest.

REFERENCES

1. *B. Goldstein*, Phy. Rev., 109, 601 (1958).
2. *L. Pensak*, Phys. Rev., 109, 601 (1958).
3. *B. Goldstein, L. Pensak*, J. Appl., Phys., 30, 155 (1958).
4. *V. M. Liubin, G. A. Fiodorova*, Dokl. Akad. Nauk S.S.S.R., 135, 833 (1960).
5. *M. Kallmann, B. Krammer, E. Haidemanakes, W. J. Mc. Allen, M. Barkemeyer, P. I. Pollak*, J. Electrochem Soc., 108, 247 (1961).
6. *J. Nakai*, Oyo Buturi, 31, 310 (1962).
7. *S. A. Semiletov*, Fiz. Tverdogo Tela, 4, 1241 (1962).
8. *S. Martinuzzi*, C. R. Acad. Sci., Paris, 258, 1769 (1964).
9. *C. Gheorghiță-Oancea, P. Cristea*, Physics Letters, 13, 117 (1964).
10. *C. Gheorghiță-Oancea, P. Cristea*, C. R. Acad. Sei., Paris, 261, 1239 (7965).
11. *I. Agârbiceanu, C. Gheorghiță-Oancea, P. Cristea*, Phys. Lett., 18, 221 (1965).
12. *I. Agârbiceanu, C. Gheorghiță-Oancea, P. Cristea*, Proc. Int. Symp. Clausthal-Göttingen, sept. 1965, 662—665.
13. *I. Agârbiceanu, C. Gheorghiță-Oancea, P. Cristea*, Proc. Second Coll. Thin Film Budapest, 1967, 348—353.
14. *I. Agârbiceanu, P. Cristea, I. Teodorescu, C. Gheorghiță-Oancea*, phys. stat. sol. (a) 1, k 131 (1970).
15. *C. Gheorghiță-Oancea, P. Cristea, I. Agârbiceanu*, Brit. J. Appl. Phys., *D2*, 617 (1969).
16. *C. Gheorghiță-Oancea, P. Cristea, I. Teodorescu*, Kristalografiya, 7, 4 (1962).
17. *P. Cristea*, A Study of Te lurium Anisotropic Thin Layers, Thesis, Politechnic Institute, Bucharest (1970).
18. *P. Cristea, I. Popescu*, Optics Communications, *2*, 81 (1970).
19. *C. Gheorghiță-Oancea, M. Popa, P. Cristea*, Rev. Roum. Phys., 14, 105 (1969).
20. *C. Gheorghiță-Oancea, L. Barbici, P. Cristea, M. Milea*, Bulet I.P.B., 31, 37 (1969).
21. *P. Cristea, R. Mărureanu*, Electrotehnica, 17, 190—193 (1969).
22. *P. Cristea*, Rev. Roum. Phys., 8, (1971).
23. *R. W. Dutton, R. S. Muller*, Solid State Electronics, 12, 146 (1969).
24. *C. Gheorghiță-Oancea, E. Zamfir, L. Barbici*, Compt. Rend. Acad. Sci. Paris. Jan. (1969) and Rev. Roum. Phys., 15, 8, 865 (1970).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 3
BUCUREȘTI

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z.: 540.061

DOZAREA SPECTOFOTOMETRICĂ A UNOR DETERGENȚI

CORNELIA BEJAN, EUGENIA TUDORIU, DOMNICA PINCOVSCHI

În această lucrare sînt prezentate unele din metodele fizico-chimice utilizate în dozarea tensidelor neionice și anume dozarea colorimetrică și spectofotometrică în IR aplicată la 2 detergenți sintetizați de combinatul petrochimic Brazi.

Cei doi detergenți rezultă concomitent în procesul de sinteză și anume :

Produsul principal *A* se obține prin reacția de adiție a alcoolului oleic cu 18 molecule de oxid de etilenă (în medie) :

$$CH_3(CH_2)_7CH=CH(CH_2)_7CH_2OH+(n+1)CH_2-CH_2\rightarrow$$

$$\rightarrow CH_3(CH_2)_7CH=CH(CH_2)_7CH_2O-(CH_2CH_2O)_n-CH_2CH_2OH$$

Ca produs secundar, datorită hidrolizei etilenoxidului cu urmele de apă din materiile prime și atmosferă, rezultă și produsul *C*, prin adiția monoetilenglicolului cu 34 molecule de oxid de etilenă (în medie) :

$$CH_2-CH_2+H_2O\rightarrow OH-CH_2CJH_2-OH$$

$$HO-CH_2CH_2-OH+n\,CH_2-CH_2\rightarrow HO-CH_2CH_2-(OCH_2CH\}_2)_n-OH$$

Deoarece produsul *A* este cel mai valoros, ca detergent, se efectuează o separare a celor două produse (fie cu ajutorul rășinilor schimbătoare de ioni, fie prin extracția cu solvenți selectivi).

Totuși substanțele separate pe această cale rămîn cu un oarecare procent de impurificare care este necesar a fi dozat pentru ca eventual să se continue separarea.

Dozarea tensidelor neionice, de tipul produșilor polietoxilați, se bazează în principiu pe o reacție de complexare a grupărilor oxietilenice cu un reactiv convenabil ales, conducînd de cele mai multe ori, la complecși insolubili, în apă. Complexul rezultat poate fi determinat apoi printr-o metodă gravimetrică (1—6), volumetrică (7—10) sau, cînd acesta e solubil într-un solvent organic, colorimetric (11—18). În afară metodelor chimice propriu zise, există și numeroase metode instrumentale pentru dozarea

* Manuscris predat redacției la data de 23 aprilie 1973.

tensidelor neionice, dintre care mai importante sînt cele bazate pe spectroscopie, moleculară de absorbție, (în ultraviolet sau infraroșu) spectroscopie de rezonanță magnetică nucleară, difracție de raze X, ca și metode de separare bazate pe schimbători de ioni, cromatografice, (pe hîrtie, în strat subțire pe coloană, cromatografie de gaz), etc.

Toate aceste metode sînt prezentate pe larg de Schick M I (19) și sînt aplicabile și detergenților anionici.

Dintre dozările colorimetrice cea mai utilizată este metoda de complexare a derivatului polietoxilat cu cobaltotiocianatul de amoniu propusă de Van der Hoeve (14). Această metodă a fost perfecționată apoi de același autor (15) precum și de alții (9,16, 17 18, 20) în scopul lărgirii domeniului de aplicabilitate în micro deteminări, separări fracționate de produși polietoxilați etc.

Crabb și Persinger (21) care au utilizat această metodă pentru dozarea urmelor de derivați polietoxilați, propun următoarea structură a complexului ionului cobaltotiocianat cu derivatul polietoxilat.

$$[C_0 - RO-(CH_2-CH_2-O)_{n>6}H]^{2+}\,[Co(SCN)_4]^{2-}$$

În complex, cinci poziții de coordonație ale cobaltului sînt ocupate de oxigenul lanțului polieoxietilenic iar a șasea de hidroxilul terminal.

Structura propusă este valabilă pentru derivatul polietoxilat care posedă cel puțin 6 resturi de oxid de etilenă, condiție necesară ca reacția de complexare să aibă loc.

Partea experimentală

Dozarea colorimetrică. În lucrarea de față ne-am propus să utilizăm reactivul cobaltotiocianatul de amoniu în scopul separării produselor polietoxialate *A* și *C* aflate în amestec, în detergentul sintetizat de Combinatul Petrochimic Brazi. Pornind de la observația lui Brown și Hayes (15) care au dozat o largă gamă de produse polietoxilate prin această metodă, este de așteptat ca reacția de complexare cu cobaltotiocianat, urmată de extracția într-un solvent convenabil ales, să se producă mai bine cu derivați polietoxilați cu greutate moleculară mai mare.

Conform celor arătate de Brown și Hayes ar fi fost de așteptat ca produsul *C*, cu greutate moleculară mai mare $M=1558$, să complexeze mai ușor cu cobaltotiocianatul de amoniu decît produsul *A* ($M=1060$).

Încercările de complexare ale acestor produși în soluții de pH = 7 au condus la concluzia că produsul *C* nu complexează deloc nici chiar în urma extragerii lui în solvent organic.

Din contră produsul *A*, deși are o greutate moleculară mai mică complexează total la pH−7 cu ionul cobaltotiocianic iar complexul format, de culoare albastră azurie, se extrage cu ușurință în cloroform.

Explicația acestei comportări constă în faptul că hotărîtor pentru complexare este nu atît greutatea moleculară mare, ci prezența în molecula derivatului polietoxilat a unui radical organic mare, cum este cel de alcool oleic :

$$CH_3-(CH_2)_7-CH=CH-(CH_2)_7-CH_2-$$

Pentru dozarea produsului *A* în amestec cu *C*, se diluează amestecul pînă la un conținut de cca. 1—5 mg produs *A*/ml.

Din această soluție se iau 5 ml introducîndu-i într-o pîlnie de separare de 50 ml. Se adaugă 4 ml soluție cobaltotiocianat (obținut prin dizolvarea 24 g $CoCl_2.6H_2O$ și 35 g NH_4SCN în 100 ml apă distilată) și 5 ml cloroform. Se agită puternic conținutul pîlniei pentru a avea loc reacția de complexare a produsului *A* și separarea complexului format de produsul *C* necomplexat. Se separă stratul cloroformic inferior ce conține complexul colorat în albastru azuriu, într-un balon cotat de 25 ml, curat și uscat. Soluția apoasă, colorată în violet, rămasă în pîlnie se reextrage de 2—3 ori cu porțiuni de 5 ml cloroform. Toate soluțiile cloroformice separate, se aduc în același balon cotat de 25 ml. Se completează la semn cu cloroform și după omogenizare se colorimetrează o porțiune într-un spectrotofometrul la lungime de undă de 620 nm sau într-un colorimetru cu filtru portocaliu. Colorimetrarea soluției de analizat se face în prezența unei probe martor, obținută prin prelucrarea în aceleași condiții ca și proba de analizat, a unei soluții ce conține numai produsul *C*.

În prealabil se construiește o curbă de calibrare pentru dependența extincției de concentrație, folosind soluții de produs *A* pur, în concentrații cunoscute, prelucrate în mod analog probei de analizat.

În figura 1 este redat graficul dependenței absorbantei de lungimea de undă a lungimii absorbite de soluția complexului produsului *A* obținut cu ajutorul spectrofotometrului SP-Unicam 800.

Maximul de absorbție a complexului ionului cobalto-tetratiocianat cu produsul *A* este situat la lungimea de undă de 620 mm Proba martor nu absoarbe la aceeași lungime de undă (curba 1 din fig. 1)

În limitele de concentrații cuprinse între 1.10^{-5}—1.10^{-4} g /cc ale soluției complexului cu produsul *A*, absorbția luminii satisface legea Lambert-Beer , după cum se poate vedea din graficul din fig. 2. reprezentînd dependența concentrației de extincție.

Din datele analizei colorimetrice se deduce că într-un amestec de produse polietoxilate *A* și *C* se poate doza doar produsul *A* prin metoda colorimetrică indicată și numai în cazul cînd produsul *A* se găsește într-o concentrație mai mare 1% în produsul *C*. Metoda colorimetrică folosită fiind de o sensibilitate mai redusă nu este indicată în dozări de urme. S-a recurs de aceea la metoda spectrofotometrică de absorbție în infraroșu. Dar și această metodă prezintă unele dezavantaje indicate de unii autori (19, 22, 23 24) în literatura de specialitate și anume : Detergenții polietoxilați cu greutate moleculară mare prezintă spectre IR asemănătoare chiar dacă diferă substanța adițională la catena polioxietilenică. Acest fapt se datorește prezenței unor grupări puternic polare în lanțul polioxietilenic care acoperă în general benzile de absorbție ale altor grupări polare din substanța adițională la catena polioxietilenică. În cazul cercetat de noi este puțin probabil ca restul de alcool oleic din produsul *A* să prezinte benzi de absorbție caracteristice în IR dat fiind faptul că acest rest de alcool oleic este legat de o catenă polioxietilenică conținînd 18 resturi de etilen oxid.

Ca atare era de aşteptat ca produsul *A* să prezinte un spectru asemănător cu *C* în care restul de glicol este adiţionat la 34 resturi etilen oxid.

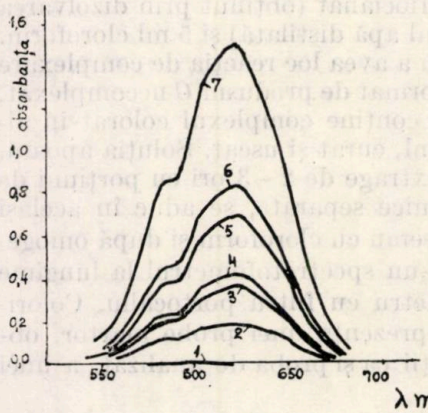


Fig. 1

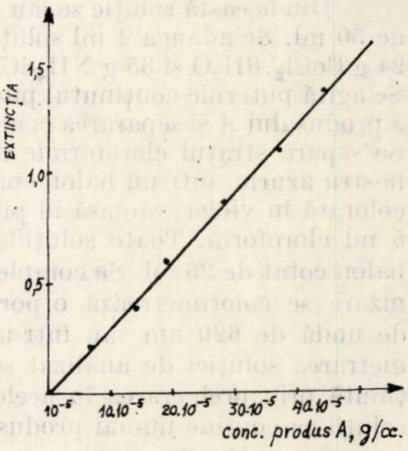


Fig. 2

Prezentăm în continuare în fig. 3 spectrul IR obţinut pentru produsul *A* cu ajutorul unui spectrofotometru UR—10 folosind o soluţie de concentraţie cca. 0,1% produs *A* în cloroform. În fig. 4 este dat spre comparaţie spectrul obţinut de Himmel pentru Emulphor O care este produsul de adiţie al alcoolului ioleic la un lanţ polioxietilenic conţinînd 20 resturi etilen oxid.

Făcînd abstracţie de faptul că transmitanţele celor două spectre sînt date faţă de frecvenţa benzilor în spectrul obţinut de noi (fig. 3) şi faţă de

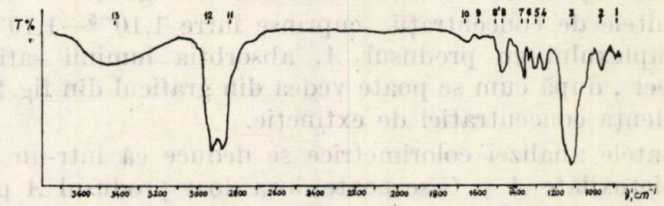


Fig. 3

lungimea de undă, a benzii în spectrul obţinut de Himmel (fig. 4) benzile obţinute sînt destul de asemănătoare. Face excepţie doar banda mult lăţită situată între 3200—3650 cm^{-1} din spectrul produsului *A* (fig. 3) a cărei lăţime exagerată se datoreşte prezenţei urmelor de apă.

Spectrul IR al produsului A se aseamănă foarte mult cu spectrul produsului *C* indicat în figura 5 şi deasemeni se aseamănă destul de mult cu spectrul obţinut de Himmel (fig. 6) pentru Carbovax 1000 cu formula $HO(C_2H_4O)_{\sim 22}H$.

Indicăm în continuare în tabelul I grupările funcţionale cărora le sînt atribuite aceste benzi de către Himmel (22) precum şi numerotarea benzilor în spectrele obţinute pe produsele *A* şi *C*.

În afara acestor benzi menţionate în tabelul I a căror atribuire a fost făcută de Himmel, în spectrele obţinute de noi mai apar unele benzi de

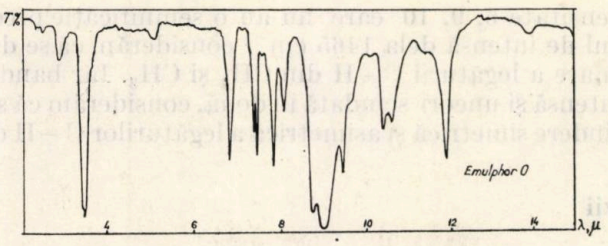


Fig. 4

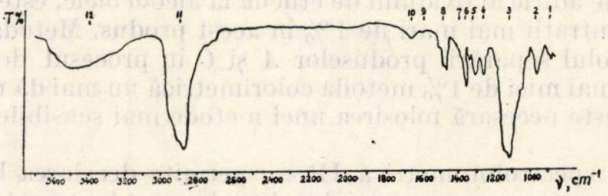


Fig. 5

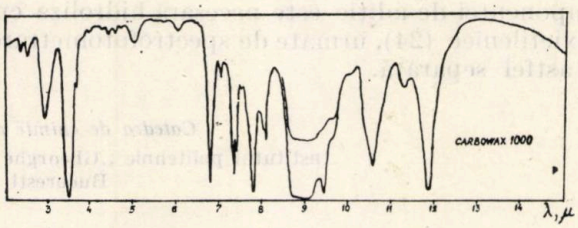


Fig. 6

Tabel I

Nr. bandă	Lungimea de undă μ	Frecvența benzii cm^{-1}	Tipul de vibrație și grupa funcțională căreia îi este atribuită.
1.	11,3—14,4	695—886	Vibrația grupei CH_2 din gruparea finală $CH_2—CH_2—OH$. Se prezintă deobicei ca o bandă de intensitate slabă.
2.	10,4—10,6	944—962	Vibrația de deformare a grupării C—O—C. Uneori această bandă este scindată în două, prima bandă fiind din ce în ce mai intensă cu creșterea numărului de resturi etilen oxid.
3.	9,4—9,5	1053—1064	Vibrația de valență a grupării C—O—C; bandă intensă și ascuțită.
3'.	9	1111	Vibrația de valență a grupării C—O—C. Bandă foarte intensă.
4.	8,7—8,8	1237—1280	Vibrația grupării CH_2; bandă intensă ascuțită.
5.	7,8—7,9	1266—1282	Vibrația grupării CH_2; bandă de intensitate medie ascuțită.
7.	7,3—7,5	1333—1370	Vibrația de valență a grupării CH_2; bandă de intensitate medie.
13.	3	3333	Vibrația de valență a grupării OH terminale; intensitatea ei descrește cu creșterea intensității moleculare.

mai mică intensitate 6, 9, 10 care nu au o semnificaţie precisă. În schimb banda 8 destul de intensă dela 1465 cm^{-1} considerăm că se datoreşte vibraţiei de deformare a legăturii C—H din CH_2 şi CH_3. Iar banda de la 2875—2910 foarte intensă şi uneori scindată în două, considerăm că se datoreşte vibraţiei de întindere simetrică şi asimetrică a legăturilor C—H din CH_2 şi CH_3.

Concluzii

Metoda de dozare colorimetrică, propusă în lucrare, pentru produsul *A* derivatul de adiţie al oxidului de etilenă la alcool oleic, este satisfăcătoare pentru concentraţii mai mari de 1% în acest produs. Metoda este indicată pentru controlul separării produselor *A* şi *C* în procesul de producţie. În concentraţii mai mici de 1% metoda colorimetrică nu mai dă rezultate satisfăcătoare şi este necesară folosirea unei metode mai sensibile, ca spectrofotometria IR.

Metoda spectrofotometrică IR nu permite decelarea benzilor de absorbţie caracteristice componentei de adiţie la acest lanţ poetoxilat deoarece benzile acestuia din urmă acoperă benzile primului. Pentru punerea în evidenţă a componentei de adiţie este necesară hidroliza cu acid iodhidric a grupărilor oxietilenice (24), urmate de spectrofotometrarea IR a componentei e adiţie astfel separată.

Catedra de chimie analitică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Shaffer C. B.* şi *Critshfield F. H.* — Ind. Eng. Chem. Anal. Ed. 19, 1947, p. 37.
2. *Fette Seifen*, Austrichmittel — 61, 1 59, p. 930.
3. *Schocnfeldt N.*, J. Amer. Oil Chemists' Soc. 32, 1955 p. 77.
4. *Wurtzschmitt B.*, Z. Analyst. Chem. 130, 1950, p. 105.
5. *Stevenson D. G.*, Analyst 79, 1954, p. 504.
6. *Oliver J. I., Preston C.*, Nature, 164, 1944, p. 242.
7. *Alessandro A.*, Bull. Chim. Fa m. 1 1, 1962, p. 948.
8. *Boeyer A. F. Villiger V.*, Chem. Ber. 34, 1901, p. 2679.
9. *Uno. T. Miyajei a K.*, Chem. Pha m. Bull. Tokyo—11, 1963, p. 75.
10. *Karabinos, J. V.*, Soap. Chem. Specialties 31, 1955, p. 50.
11. *Coppini . Comaroni R.*, Bull. Chim. Pharm . (Milano) 92, 1953, p. 363.
12. *Scher A.*, Fette, Seifen, Austrichmittel 63, 1961, p. 617.
13. *Van der Hoeve J. A.*, Rev. Trans. Chim. Pays-Bas, 67, 1948, p. 649.
14. *Gnam Van der Hoeve J. A.*, Rec. Trev. Chim. 67, 1948, p. 649.
15. *Brown E. C., Hayes T. J.*, Analyst 80, 1955, p. 755.
16. *Mac Allister R. V., Lisk R. T.*, Analyst Chem. 23, 1951, p. 609.
17. *Morgan D. J.*, Analyst 87, 1962, p. 233.
18. *Weber J. R., Degner E. T., Bahjat K.*, Analyst Chem. 36, 1964, p. 678.
19. *Schick M. I.* — Nonionic surfsctants — Ed. E. Arnold Publ. London 1967, Secţiunea III p. 825—919.
20. *Gratewood L. J., Graham H. D.*, J. Am. Pharm. Sci., 49, 1960, . 678; ibid Anal. Chem. 33, 1961, p. 1393.
21. *Grabb N. T., Persinger H. E.*, J. Amer. Oil Chemists'Soc, 41, 1964, p. 752.
22. *Himmel D.* — Analyse der tenside — Ed. Carl Hanser Verlag München 1962.
23. *Sewart R. G.*, Analyst 88, 1963, p. 468.
24. *Wasze iak P., Nadeau H. G.*, Anal. Chem. 36, 764 (1964).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 3
BUCUREȘTI

C.Z.: 541.1

STUDIU COMPARATIV PRIVIND ACȚIUNEA DE PROTECȚIE A FORMALDEHIDEI ȘI BENZALDEHIDEI ASUPRA COROZIUNII OȚELULUI CARBON ÎN MEDII ACIDE

TEODORA BADEA, MARIA NEAȚĂ BĂLESCU, RODICA ANDONE

Un mijloc important de protecție anticorosivă îl constituie folosirea inhibitorilor de coroziune cu posibilități de utilizare în cele mai diferite condiții : coroziunea în soluții, în atmosferă, în perioada de depozitare sau transport a utilajelor, în timpul proceselor tehnologice sau la decaparea metalelor.

Decaparea materialelor feroase utilizează pe scară largă acidul sulfuric și acidul clorhidric. Pe lîngă dizolvarea oxizilor de pe suprafața metalului, acidul atacă și metalul cu care vine în contact, cu următoarele consecințe nedorite : consum de acid, corodarea metalului, fragilizarea metalului ca urmare a descărcării hidrogenului în reacția catodică, vicierea atmosferei cu vapori de acid antrenați de hidrogenul care se degajă. Un inhibitor adăugat la decapare trebuie să reducă la minimum aceste efecte.

Diferite grupe funcționale ale combinațiilor organice posedă capacitatea de a frîna coroziunea fierului și oțelului în acizi. Această proprietate se atribuie aproape în unanimitate chemosorbției. Mulți cercetători au aplicat metode electrochimice, ca să explice diferite aspecte ale mecanismului de inhibiție. Conform cu aceștia, inhibitorii pot fi anodici sau catodici /1,2/ precum și inhibitori care influențează atît procesul anodic cît și cel catodic [3, 4, 5].

Există cîteva teorii care încearcă să explice mecanismul de inhibiție al coroziunii ; acestea pot fi rezumate la două : a) frînarea coroziunii datorită adsorbției compușilor organici pe suprafața metalică prin intermediul electronilor disponibili [6, 7] și b) frînarea coroziunii prin formarea unui film superficial de produși cu greutate moleculară mare, ca rezultat al reducerii, hidrolizei sau polimerizării [8,—11].

În lucrarea de față se studiază eficacitatea acțiunii de protecție și tipul de control pentru formaldehidă și benzaldehidă asupra coroziunii oțelului carbon în soluții de acid sulfuric și acid clorhidric.

Metoda experimentală

Studiul experimental a fost axat pe determinarea gravimetrică a vetezei de coroziune și trasarea curbelor de polarizare anodice și catodice în regim potențiostatic. Pentru studiile în soluții de acid sulfuric s-au con-

* Manuscris predat redacției la data de 27 decembrie 1973

fecționat probe din oțel carbon cu următoarea compoziție : 0,16% C ; 0,66% Mn ; 0.13% Si ; 0,36% P ; 0.029 % S, iar pentru soluțiile de acid clorhidric, oțel carbon de compoziție : 0,09% C ; 0,36% Mn ; 0,004% P ; 0,015 % S.

Probele de dimensiuni 50 × 30 × 2 mm au fost lustruite cu șmirghel 2/0, degresate în acetonă, uscate cu hîrtie de filtru și menținute în exicator cel puțin 12 ore înainte de cîntărire ; cîntărirea s-a făcut la o balanță analitică cu precizia de 0,00001 g. S-a lucrat cu trei probe paralele, în pahare Berzelius, acoperite cu sticle de ceas. Volumul de soluție a fost de 250 ml și menținut constant pe toată perioada încercării. Temperatura soluțiilor a fost menținută constantă la 20° ± 2°C.

Determinările au fost efectuate în soluții 20 % H_2SO_4 și 20 % HCl în prezența a diferite concentrații de inhibitor. Timpul de expunere al probelor în soluțiile cu inhibitor a fost de 96 ore pentru H_2SO_4 și 72 ore pentru HCl, reprezentînd timpul după care viteza de coroziune devine constantă în absența inhibitorului [12].

Curbele de polarizare au fost trasate în regim potențiostatic, utilizînd metoda polarizării în trepte a 20 mV/1 min. Celula electrochimică avînd spațiile anodic și catodic separate printr-o frită poroasă și ansamblul electrod de lucru confecționat din teflon au fost prezentate într-o lucrare anterioară [13]. Drept electrod de comparație s-a folosit electrodul saturat de calomel (E.C.S.).

Rezultate experimentale și interpretarea lor

a) *Determinări gravimetrice.*

Rezultatele determinărilor gravimetrice privind acțiunea de protecție a CH_2O și C_2H_5CHO asupra coroziunii oțelului carbon în soluții de acid sulfuric și acid clorhidric sînt prezentate în tabelele 1, 2 și în figurile 1, 2.

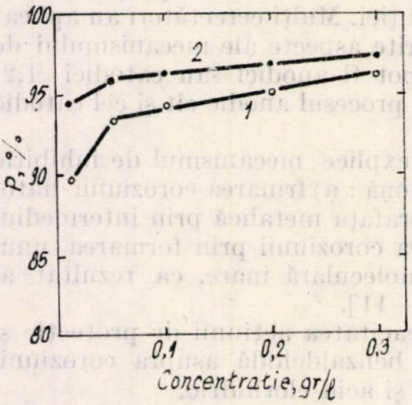


Fig. 1. Dependența eficacității acțiunii de protecție de concentrația formaldeihidei în soluție : 1—20% H_2OS_4 ; 2—20% HCl.

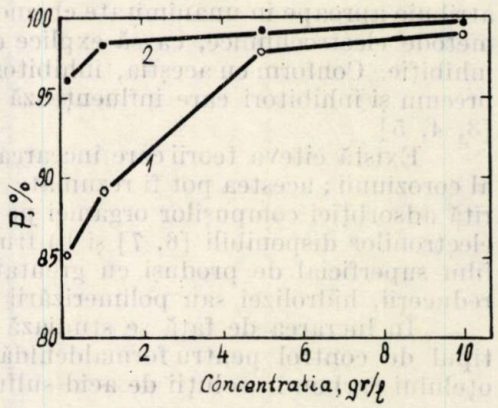


Fig. 2. Dependența eficacității acțiunii de protecție de concentrația benzaldehidei în soluție : 1—20% H_2SO_4 ; 2 —20% HCl.

Eficacitatea acțiunii de protecție, P, s-a calculat cu relația :

$$P\% = \frac{K^0 - K_1}{K_0} \cdot 100$$

în care :

K_0 este viteza de coroziune a oţelului carbon în absenţa inhibitorului, g/m²h.

K_1 — viteza de coroziune a oţelului carbn în prezenţa inhibitorului, g/m²h.

Tabela 1

Acţiunea de protecţie a formaldehidei.

Mediul de coroziune	Concentraţia inhibitorului g/l	Viteza de coroziune K, g/m²h	Eficacitatea acţiunii de protecţie, P, %
20% H_2SO_4	0	98,59	—
	0,01	11,20	89,5
	0,05	6,51	93,2
	0,1	5,50	94,3
	0,2	4,81	95,0
	0,3	3,62	96,3
20% HCl	0	29,52	—
	0,01	1,08	94,8
	0,05	0,71	96,0
	0,1	0,62	96,3
	0,2	0,46	97,2
	0,3	0,35	97,4

Tabela 2.

Acţiunea de protecţie a benzaldehidei.

Mediul de coroziune	Concentraţia inhibitorului, g/l	Viteza de coroziune, g/m²	Eficacitatea acţiunii de protecţie, P, %
20% H_2SO_4	0,01	14,71	85,0
	0,1	14,11	85,5
	1	10,61	89,2
	5	1,92	97,8
	10	0,91	99,0
20% HCl	0,01	1,05	96,3
	0,1	0,91	96,7
	1	0,52	98,3
	5	0,21	99,4
	10	0,10	99,6

Conform rezultatelor obţinute, atît formaldehida cît şi benzaldehida prezintă proprietăţi protectoare ridicate asupra coroziunii oţelului carbon în medii acide. Astfel eficacitatea acţiunii de protecţie .,,P'' are valori peste 85% în ambele medii de coroziune studiate pentru concentraţii relativ mici

(0,01 g/l). Creşterea concentraţiei de inhibitor a determinat o mărire a eficacităţii de protecţie (fig. 1 şi 2), atingînd, spre exemplu, în cazul benzaldehidei valori de 99% sau mai mari pentru o concentraţie de 1000 ori mai mare (10 g/l benzaldehidă). O asemenea mărire a concentraţiei de inhibitor nu este totuşi indicată în practică şi în plus pentru protecţia metalelor la decapare eficacitatea inhibitorului nu trebuie să fie foarte ridicată pentru a nu frîna dizolvarea oxizilor.

Prin urmare, la utilizarea formaldehidei şi benzaldehidei ca inhibitori la decaparea oţelului în medii acide, se poate considera ca optimă o concentraţie de numai 0,1 g/l inhibitor. Dacă se compară eficacitatea de protecţie a celor două substanţe la această concentraţie (tabela 1 şi 2) se constată că formaldehida este un inhibitor mai eficace decît benzaldehida în soluţii de acid sulfuric ($P_{CH_2O} = 94{,}3\%$ şi $P_{C_6H_5CHO} = 95{,}5\%$). În soluţie 20% HCl cele două substanţe au prezentat proprietăţi de protecţie aproape identice şi superioare celor obţinute în soluţie 20 % H_2SO_4.

b. *Determinări electrochimice.*

Curbele de polarizare anodice şi catodice trasate în soluţiile acide fără inhibitor şi în prezenţa a 0,1 g/l inhibitor sînt prezentate în diagramele din figurile 3 şi 4.

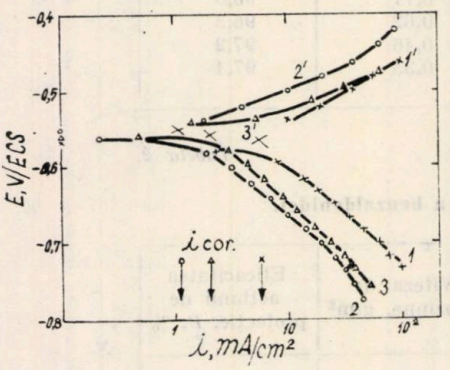


Fig. 3. Curbe de polarizare anodice şi catodice în soluţii 20% H_2SO_4: 1,1′, — acid fără inhibitor; 2,2′, — acid + 0,1 g/l formaldehidă 3,3′, — acid + 0,1 g/l benzaldehidă.

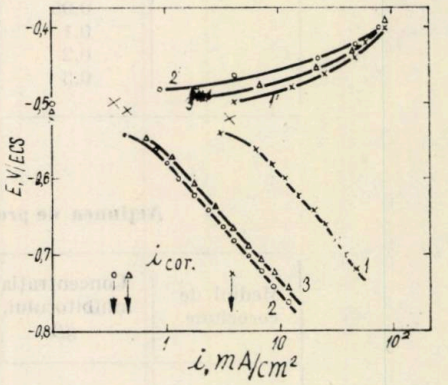


Fig. 4. Curbe de polarizare anodice şi catodice în soluţii 20% HCl: 1,1′ — acid fără inhibitor; 2, 2′ = acid + 0,1 g/l formaldehidă; 3,3′ — acid + 0,1 g/l benzaldehidă.

Cu ajutorul curbelor de polarizare s-au calculat curenţii de coroziune, pantele Tafel şi gradele de control anodice şi catodice, prin metodele cunoscute [14, 15].

Pe baza parametrilor electrochimici prezentaţi în tabela 3 se pot face următoarele consideraţii cu privire la influenţa formaldehidei şi benzaldehidei asupra coroziunii oţelului carbon :

— Potenţialul de coroziune, E_{cor}, este influenţat în măsură mică de prezenţa inhibitorului, el deplasîndu-se uşor spre valori mai pozitive în ambele medii corosive, mai mult în cazul formaldehidei şi mai puţin în cazul benzaldehidei.

— Curentul de coroziune, i_{cor}, este puternic modificat de prezenţa inhibitorului, fiind de circa şase ori mai mic în mediu de acid sulfuric şi aproape de 10 ori mai mic în acid clorhidric cu inhibitor decît în acidul fără inhibitor. Curenţii de coroziune sînt în ambele medii mai mari în prezenţa benzaldehidei decît în prezenţa formaldehidei. Aceste rezultate concordă perfect cu determinările gravimetrice (tabela 1 şi 2).

— Pantele Tafel catodice nu sînt influenţate de prezenţa inhibitorului, rămînînd constante, ele diferă de la un acid la altul, fiind mai mari în HCl în concordanţă cu vitezele mai mici obţinute în acest mediu. Formaldehida şi benzaldehida modifică sensibil pantele anodice, uşurînd procesul — pantele Tafel anodice în prezenţa lor sînt mai mici decît în acidul simplu şi aproape egale pentru cele două substanţe.

Tabela 3

Parametrii electrochimici de coroziune.

Soluţia	E_{cor} V/ECS	i_{cor} mA/cm²	b_c mV	b_a mV	C_c %	C_a %
20 %H_2SO_4 fără inhibitor	−0,568	6,100	125	75	52	48
20 %H_2SO_4 + 0,1 g/l CH_2O	−0,550	1,120	125	52	70	30
20 %H_2SO_4 + 0,1 g/l C_6H_5CHO	−0,560	1,440	125	50	69	31
20 %HCl fără inhibitor	−0,535	3,810	152	74	55	45
20 HCl + 0,1 g/l CH_2O	−0,500	0,355	152	38	86	14
20 %HCl + 0,1 fg/l C_6H_5CHO	−0,520	0,464	152	35	83	17

E_{cor} — potenţialul staţionar de coroziune; i_{cor} — curentul de coroziune; b_a,b_c — pantele Tafel catodică şi respectiv anodică; C_c, C_a — gradele de control catodic şi respectiv anodic.

— Procesul de coroziune în prezenţa inhibitorului se desfăşoară cu un puternic control catodic. Dacă în acizii singuri, procesul de coroziune are loc cu un control mixt, aproape egal, anodic şi catodic, în prezenţa inhibitorului curbele catodice se deplasează puternic spre valori mai negative, iar gradul de control devine preponderent catodic, peste 70 % în H_2SO_4 şi peste 80 % în HCl.

Astfel, conform determinărilor electrochimice, formaldehida şi benzaldehida prezintă o bună acţiune de protecţie asupra coroziunii oţelului carbon în medii acide, acţiune care se exercită prin frînarea puternică a procesului catodic.

Concluzii

1. Coroziunea oţelului carbon în soluţii 20 % H_2SO_4 şi 20 % HCl este redusă cu peste 85 % în prezenţa formaldehidei sau benzaldehidei în concentraţie de 0,1 g/l.

2. Eficacitatea acţiunii de protecţie a formaldehidei este superioară celei a benzaldehidei în mediu de acid sulfuric. Ambele substanţe prezintă proprietăţi de protecţie superioare în acid clorhidric faţă de acid sulfuric.

3. Rezultatele obţinute din determinările gravimetrice sînt în perfect acord cu concluziile determinărilor electrochimice.

4. Acțiunea de protecție a formaldehidei și benzaldehidei este rezultatul frînării procesului de coroziune ca urmare a interacțiunii de chemosorbție dintre aceste substanțe și suprafața metalică.

Catedra de chimie fizică și electrochimie
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

BIBLIOGRAFIE

1. *Evans Y. R.*, Korrozia i okislenie metallov (Trad. l. engleză), Mașghiz, Moscva, 1962.
2. *Horner L., Röttger, F.*, Korrosion *16* , 57, 1963;; Werkstoffe und Korrosion, *3*, 228 1964.
3. *Hoar, T. P., Holliday, R. D.*, J. Appl. Chem., *3*, 502, 1953.
4. *Cavallaro, L., Felloni, L., Trabanelli, F. G.*, Electrochim. Acta, 9, 485, 1964.
5. *Hackerman, N., Makrides, A.*, Ind. Eng. Chem., 46—*1*, 523, 1954.
6. *Kobayashi, K., Fujii, S.*, European Symposium on Corrosion Inhibitors, Ferrara 1970, p. 187.
7. *Froment, M., Desestret, A.*, Comptes Rendus du 2 éme Symposium Européan sur les Inhi, biteurs de Corrosion, Annali Univ. Ferrara, N.S., Sez. V., Suppl. nr. 4, 1966 p. 223.
8. *Putilova, I. N.*, I d e m, p. 139.
9. *Poting, G. W.*, J. Electrochem. Soc., *114*, 1209, 1967.
10. *Podobaev, N. J., Voskresenskii, A. G., Semikolenov, G. F.*, Protection of Metals, 3, 1967, p. 88.
11. *Podobaev, N. J., Gasparian, E. D., Grigorian, L. G.*, Jurnal pricladnoi himii, 46, 316 1973.
12. *Badea T., Andone, R.*, Revista de Chimie, *24*, 459, 1973.
13. *Atanasiu, I. A., Badea, T.*, Revista de Coroziune, *1*, 71, 1971.
14. *Stern, M.*, J. Electrochem. Soc., *102*, 1955, 36.
15. *Tomașov, N. D.*, Teoria korrozii i zascitî metallov A N SSSR, Moscva, 1960, p. 180

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 3
BUCUREȘTI

NOTĂ

C.Z.: 546.728

DETERMINAREA COMPLEXONOMETRICA A Fe(III) și Co(II) IN AMESTEC

MARIA HLEVCA, ELENA KRAFT

Metoda de determinare a ionilor de Fe (III) și Co (II) în amestec se bazează pe două titrări complexonometrice cu EDTA, pe probe similare distincte în prezență de indicatori metalocromici la pH-uri diferite.

Metodele, curente, prezentate de literatura de specialitate, situează dozarea optimă, cu EDTA a acestor doi cationi, în domenii de pH diferite, condiție de care s-a ținut seama la elaborarea acestei metode.

Determinările analitice s-au efectuat pe soluții de săruri pure, iar amestecurile de cei doi, cationi s-au făcut în raporturi variabile, mărindu-se treptat cantitatea de ioni de fier.

Modul de lucru.

S-au preparat soluții de săruri pure cu anion clorură, folosind apă bidistilată. Titrurile soluțiilor 0,01 M de Fe (III) și 0,01 M de Co (II) au fost stabilite complexonometric cu EDTA, față de indicatorul cromazurol *S* și respectiv murexid și au fost comparate cu titrurile obținut din analiza gravimetrică a cationilor studiați (fierul dozat ca oxid feric și cobaltul dozat ca pirofosfat).

Titrul soluției 0,01 M de EDTA a fost stabilit față de o soluție exactă de ioni de Zn (II) prin titrare la pH-10 în prezența indicatorului negru eriocrom *T*.

În determinările analitice efectuate s-au mai folosit următorele soluții și indicatori:

— soluție tampon, pH = 2(13,14g KCl; 0,7 cm^3 HCl 3 M și apă bidistilată pînă la 1l);

— soluție tampon, pH=10 (70 cm^3 NH_3 25%); 70 g NH_4Cl și apă pînă la 1 1).

— soluție acid clorhidric 4M;

— soluție acid oxalic 10 %;

— soluție amoniac 1 :10;

— soluție clorură de calciu 5 %;

— soluție apoasă de cromazurol S 0,4 %;

* Manuscris predat redacției la data de 16 februarie 1973.

— amestec solid 0,5 % murexid în azotat de potasiu
— schimbători de ioni Dowex 50.

Determinarea Fe (III).

Proba din amestecul celor doi cationi, folosită pentru titrarea Fe (III) se aduce la pH=2, adăugînd 20 cm³ soluţie tampon cu pH=2, apoi se mai adaugă 3 picături cromazurol *S* (cantitate respectată în toate titrările, inclusiv la stabilirea titrului). În final se diluiază pînă la 100 cm³ şi se titrează cu EDTA la temperatura camerei.

Virajul la echivalenţă al indicatorului cromazurol *S* diferă în cazul titrării fierului singur, faţă de fierul în amestec cu cobalt. În primul caz virajul este de la albastru la portocaliu iar în al doilea caz de la albastru la roz. Virajul la echivalenţă este net, dar culoarea după echivalenţă depinde de cantitatea de Co (II) prezentă, aceasta variind între portocaliu şi roz pal.

Dintre nenumăraţii indicatori complexonometrici propuşi de literatura de specialitate [1] am ales indicatorul cromazurol *S* [2], care oferă un viraj net şi deasemenea permite dozarea unor cantităţi mai mari de fier cu probă (40—50 mg).

Nu interferă cu această titrare ionii care pot fi dozaţi faţă de acelaşi indicator în mediu bazic.

Cantitatea de Fe (III) pe proba titrată s-a calculat cu formula:

$$g\,\text{Fe (III)} = V_{EDTA\ 0.01M} \times F_{EDTA\ 0.01M} \times 0{,}0005585$$

Determinarea Co (II)

Pentru determinarea Co(II) se foloseşte o probă identică cu cea folosită la titrarea Fe(III). Ionii de Co(II) se titrează complexonometric cu EDTA la pH=10, în prezenţa indicatorului murexid. Deoarece la acest pH ionii de fier din amestec precipită, este nevoie de o separare, care se realizează cu ajutorul schimbătorilor de ioni. S-a folosit răşina sintetică Dowex 50.

În vederea separării, cationii de fier au fost transformaţi în anioni complecşi de fier. Operaţia de separare se face tratînd proba de analizat cu 10 cm³ de acid oxalic [3], [4], 10%, după care se toarnă cantitativ într-o coloană cu schimbători de ioni cu diemensiunile de Φ 1 cm × 20cm şi 10 g Dowex 50. Viteza de trecere a soluţiei prin coloană, pentru fixare, spălare şi eluare este de 30 picături /min.

Spălarea coloanei după reţinerea Co(II), se face cu 10 cm³ apă bidistilată, adăugată în 4—5 porţiuni, pînă la îndepărtarea acidului oxalic, verificînd spălarea cu soluţie de clorură de calciu (pînă ce nu se mai formează în ultimile ape de spălare precipitat alb de oxalat de calciu). Eluarea ionilor, de Co(II) reţinuţi pe răşină se face cu 20 cm³ HCl 4 M iar spălarea cu 40 cm³ apă bidistilată, adăugată în 2 porţiuni. Eluatul cu apele de spălare servesc la dozarea Co(II). Deoarece eluatul este puternic acid, soluţia se tratează cu amoniac 1 :10 pînă se atinge pH-ul 6—7, se adaugă 0,01 g indicator solid, murexid, cînd soluţia se colorează în galben — portocaliu, apoi 10 cm³ soluţie tampon pH=10, cînd culoarea indicatorului se stabilizează la galben. După diluare la 100 cm³ se titrează cu EDTA de la galben

la violet. În prezența unor cantități prea mari de amoniac virajul nu mai este net. Pentru probe cu conținut mic în ioni de Co(II), sub 10 mg, este preferabil ca virajul la punctul de echivalență să fie apreciat prin comparație cu o probă martor. Cantitatea de cobalt din probă se calculează cu formula.

$$gCo = V^{\cdot}_{EDTA\,0.01M} \times F^{\cdot}_{EDTA\,0,01M} \times 0,0005894$$

Rezultatele obținute în urma analizelor sînt prezentate în tabela 1

Tabela 1

Nr. an.	Fe(III) dozat în prezența Co (II)			Co(II) dozat după separarea de Fe(III) și eluare din coloană.		
	mg		eroare	mg		eroare
	luat	găsit	± mg	luat	găsit	± mg
0	1	2	3	4	5	6
1	2,20	2,30	+0,10	2,40	2,60	±0,20
2	2,20	2,30	+0,10	3,00	2,90	−0,10
3	2,20	2,30	+0,10	3,00	2,90	−0,10
4	2,20	2,40	+0,20	2,60	2,40	−0,20
5	2,20	2,40	+0,20	2,60	2,40	−0,20
6	2,20	2,70	+0,50	3,20	2,90	−0,30
7	2,80	2,70	−0,10	1,80	2,00	+0,20
8	2,80	3,00	+0,20	3,20	3,40	+0,20
9	2,60	3,00	+0,20	3,90	3,90	0,00
10	2,80	2,90	+0,10	3,20	3,10	−0,10
11	3,90	3,80	−0,10	3,80	3,80	0,00
12	3,90	4,20	+0,30	4,50	4,70	+0,20
13	4,40	4,30	−0,10	4,40	4,50	+0,10
14	17,19	17,30	+0,11	3,10	4,00	+0,90
15	25,83	26,10	+0,27	3,10	3,80	+0,70
16	25,83	25,60	−0,23	6,20	6,50	+0,30
17	40,18	41,10	+0,92	2,48	3,00	+0,52
18	40,18	40,80	+0,62	2,48	1,98	−0,50
19	51,66	52,00	+0,34	5,58	5,00	−0,58
20	51,66	51,60	−0,06	5,58	5,10	−0,48

Concluzii

Metoda de analiză propusă a fost experimentată pe probe cu cantități mici din cei doi cationi (limitele fiind cuprinse pentru Fe(III) între 1,30 și 4,40 mg iar pentru Co(II) între 1,80 și 4,40 mg) și pe probe cu cantități mari de fier (40—50mg) alături de cantități mici de Co(II) 2—6mg.

Majoritatea probelor analizate dau erori sub ±0,3 mg pe probă pentru ambii cationi. S-a constatat însă că o dată cu creșterea cantității de ioni din soluție, eroarea se micșorează mai repede pentru fier și crește lent pentru cobalt.

Cunoscîndu-se un număr mare de indicatori complexonometrici pentru titrarea Fe(III), em efectuat o serie de titrări pentru determinarea Fe(III) în prezența Co(II) folosind și următorii indicatori : eriocromcianina R, xilenoloranj și tiron la pH=2.

Rezultatele titrărilor au confirmat că virajul celor trei indicatori suplimentari este net la echivalență și că consumurile de EDTA sînt sensibil asemănătoare.

Metoda de analiză, volumetrică propusă pentru determinarea amestecului de Fe(III) și Co(II) are avantajele că folosește titrări directe,ustensile obișnuite de laborator iar durata unei analize (pregătite) nu depășește 30 min.

Laboratorul de chimie anorganică și analitică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

BIBLIOGRAFIE

1. *Pribil R.*, Complexonomii în chimie analitică, trad. limba cehă, Ed. Tehnică Buc. 1961. *Crișan*, Studii și cercetări de chimie;
2. *Musil, A., Theis, M.*, Z. Anal. Chem., 144, 955, p. 361;
3. *Alexovskii, V. B., Heiftz, Z. I.*, Trud. Leningradskovo Metal Instituta, Lenosfeta, 35, 1956, p. 120;
4. *Hague, J. L., Maczkowske, E. E., Bright, H. A.*, J. Rec. Nat. Bur. Stand., 59. nr. 6, 1954, p. 353.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII – 1975, Numărul 3
BUCUREȘTI

MECANICĂ

C. Z. : 621 – 23

ANALIZA DEPLASĂRILOR ȘURUB ALE DREPTEI, CERCULUI ȘI ELICEI CILINDRICE, CU AJUTORUL TEORIEI ȘURUBURILOR ȘI A MATRICELOR DUALE

N. PANDREA, D. VOICULESCU

Introducere

Studiul deplasărilor finite ale rigidului, după cum se știe, constituie o problemă cu largi aplicații în sinteza pozițională a mecanismelor plane și spațiale.

În lucrările [2], [3] s-a abordat această problemă și s-a elaborat metoda analitică de determinare a deplasărilor șurub cu ajutorul teoriei șuruburilor și matricelor duale.

În lucrarea [4] s-a aplicat metoda de mai sus și s-a studiat în amănunțime setul de deplasări ale dreptei, rezolvînd astfel în mod unitar cu ajutorul teoriei șuruburilor această problemă formulată de O. Bottema în lucrarea [1].

În aceeași lucrare [4] s-a extins problema deplasărilor de la dreaptă la plan și s-au calculat deplasările șurub ale planului.

În prezenta lucrare ne propunem să extindem în continuare această problemă asupra curbelor care pot avea deplasările în lungul lor, curbe studiate și denumite ca atare în lucrarea [2] adică, dreapta, cercul și elicea cilindrică.

2 Formularea problemei

Să considerăm două poziții (Γ_1) (Γ_2) ale aceleași curbe (fig. 1) și fie A_1, B_1, C_1 A_2, B_2, C_2 trei perechi de puncte în corespondență.

După cum s-a arătat în lucrarea [3], se poate determina deplasarea șurub $\hat{W}$ prin care curba (Γ_1) se suprapune peste curba (Γ_2). Șurubul $\hat{W}$ ținînd seama de notațiile din figura 1 va avea valoare algebrică

$$\hat{W} = \sin \psi + \varepsilon\, l \cos \psi \qquad (1)$$

unde ψ este unghiul de rotație din poziția (Γ_1) în poziția (Γ_2), l este de plasarea în lungul axei șurub (Δ), iar ε operatorul Clifford ($\varepsilon^2=0$).

* Manuscris predat redacției la data de 6 iulie 1974.

Se observă din acest exemplu că soluția problemei în acest caz este unică și acest lucru se poate explica și prin faptul că după cum se știe între două poziții ale aceluiași rigid există o singură deplasare șurub.

Dacă însă în locul unei curbe oarecare considerăm o dreaptă în două poziții (fig. 2), atunci pentru o corespondență punctuală impusă ($A_1 \to A_2$, $B_1 \to B_2$) rezultă setul de deplasări șurub studiat în lucrarea [4].

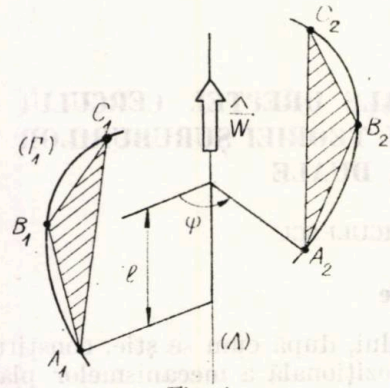


Fig. 1

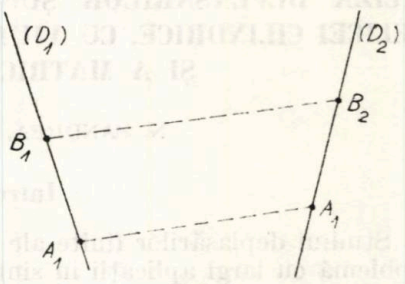


Fig. 2

În cazul dreptei se poate cere a se determina mulțimea deplasărilor șurub prin care o dreaptă (D_1) se suprapune peste dreapta (D_2) fără a se realiza o anumită corespondență punctuală. După cum s-a arătat în [1] [4], în acest caz mulțimea deplasărilor șurub este o mulțime liniară depinzînd de doi parametrii independenți iar mulțimea axelor acestor șuruburi formează o congruență.

Să considerăm acum un cerc în două poziții și să căutăm să determinăm deplasările șurub prin care se poate aduce cercul din prima poziție pentru a se suprapune peste cercul din poziția a doua.

Dacă se cere o anumită corespondență punctuală atunci evident că deplasarea șurub va fi unică, iar dacă se cere ca cele două cercuri să se suprapună numai, atunci se obține un set de deplasări șurub care va fi studiat în continuare în lucrare.

În mod analog se poate formula problema și pentru elicea cilindrică.

3 Mulțimea deplasărilor șurub ale cercului

Să considerăm două poziții (Γ_1), (Γ_2) ale unui cerc de rază R (fig. 3) și fie (D_1), (D_2) dreptele normale pe planele cercurilor în centrele acestora C_1 respectiv C_2. Fie A_1, A_2 punctele de contact dintre dreptele (D_1), (D_2) și perpendiculara lor comună. Pe dreapta (D_2) să considerăm punctul A_2 astfel încît $C_1A_1 = C_2A_2$.

Dacă atașăm dreptelor (D_1), (D_2) șuruburile unitare $\hat{\bar{D}}_1$, $\hat{\bar{D}}_2$ atunci axele șuruburilor $\hat{\bar{D}}_1 \times \hat{\bar{D}}_2$, $\hat{\bar{D}}_1 - \hat{\bar{D}}_2$, $\hat{\bar{D}}_1 + \hat{\bar{D}}_2$ formează un sistem de axe triortogonal drept [4] $O_0x_0y_0z_0$ unde O_0 este situat la mijlocul segmentului A_1A_2'.

Dacă axele D_1, D_2 fac între ele unghiul 2φ atunci unghiul dintre axa O_0z_0 și fiecare dintre acestea va fi egal cu φ.

Să considerăm sistemele de axe $A_1\ x_1\ y_1\ z_1$, $A_2\ x_2\ y_2\ z_2$ astfel încît axele A_1z_1, A_2z_2 să coincidă cu dreptele (D_1) (D_2), iar axele A_1x_1, A_2x_2 făcînd cu axa O_0X_0 unghiuri arbitrare θ_1, θ_2.

Evident că dacă se deplasează sistemul $A_1x_1y_1z_1$ astfel încît să se suprapună peste sistemul $A_2x_2y_2z_2$ se realizează și suprapunerea cercului (Γ_1) peste cercul (Γ_2).

Dacă se notează:

$$O_0A_1 = O_0A_2' = \sigma, \quad A'_2A_2 = \delta,$$

$$\hat{\theta}_1 = \theta_1, \quad \hat{\theta}_2 = \theta_2 + \varepsilon\delta$$

$$\hat{\varphi} = \varphi + \varepsilon\sigma \quad (\varepsilon^2 = 0)$$

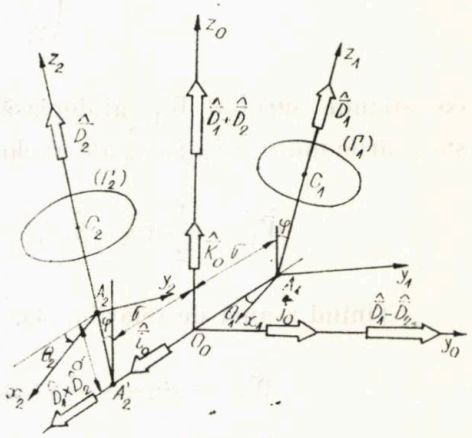


Fig. 3

atunci matricele duale de poziție față de sistemul $O_0x_0y_0z_0$ ale sistemelor $A_1x_1y_1z_1$, $A_2x_2y_2z_2$ [4], vor fi:

$$\widetilde{T}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\hat{\varphi} & \sin\hat{\varphi} \\ 0 & -\sin\hat{\varphi} & \cos\hat{\varphi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\hat{\theta}_1 & -\sin\hat{\theta}_1 & 0 \\ \sin\hat{\theta}_1 & \cos\hat{\theta}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

$$\widetilde{T}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\hat{\varphi} & -\sin\hat{\varphi} \\ 0 & \sin\hat{\varphi} & \cos\hat{\varphi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\hat{\theta}_2 & -\sin\hat{\theta}_2 & 0 \\ \sin\hat{\theta}_2 & \cos\hat{\theta}_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3}$$

Matricea dual ă corespunzătoare deplasării sistemului $A_1x_1y_1z_1$ pentru a se suprapune peste sistemul $A_2x_2y_2z_2$ va fi $\widetilde{T}^0_{12} = \widetilde{T}_2\ \widetilde{T}_1$, adică

$$\widetilde{T}^0_{12} = \begin{pmatrix} \cos\hat{\theta} & -\sin\hat{\theta}\cos\hat{\varphi} & \sin\hat{\theta}\sin\hat{\varphi} \\ \cos\hat{\varphi}\sin\hat{\theta} & \cos^2\hat{\varphi}\cos\hat{\theta} - \sin^2\hat{\varphi} & -\sin\hat{\varphi}\cos\hat{\varphi}(1+\cos\hat{\theta}) \\ \sin\hat{\varphi}\sin\hat{\theta} & \sin\hat{\varphi}\cos\hat{\varphi}(1+\cos\hat{\theta}) & \sin^2\hat{\varphi}\cos\hat{\theta} + \cos^2\hat{\varphi} \end{pmatrix} \tag{4}$$

unde $\hat{\theta} = \hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1 = \theta + \varepsilon\delta$, $\theta = \theta_2 - \theta_1$.

Se constată că această matrice depinde de un singur parametru real și anume unghiul θ.

În lucrarea [3] s-a arătat că pentru matricea $\widetilde{T}_{12}^{0}$ ortogonală și unitară de forma

$$\widetilde{T}_{12}^{0}=\begin{pmatrix} \hat{\alpha}_1 & \hat{\alpha}_2 & \hat{\alpha}_3 \\ \hat{\beta}_1 & \hat{\beta}_2 & \hat{\beta}_3 \\ \hat{\gamma}_1 & \hat{\gamma}_2 & \hat{\gamma}_3 \end{pmatrix} \tag{5}$$

corespunde șurubul $\hat{\widetilde{W}}_{12}$ al deplasării șurub care se exprimă în funcție de șuruburile unitare $\hat{\bar{i}}_0$, $\hat{\bar{j}}_0$, $\hat{\bar{k}}_0$ ale axelor O_0x_0, O_0y_0, O_0z_0 prin relația :

$$\hat{\widetilde{W}}_{12}=\frac{1}{2}[(\hat{\gamma}_2-\hat{\beta}_3)\hat{\bar{i}}_0+(\hat{\alpha}_3-\hat{\gamma}_1)\hat{\bar{j}}_0+(\hat{\beta}_1-\hat{\alpha}_2)\hat{\bar{k}}_0] \tag{6}$$

Ținînd seama de relațiile (4), (5), (6) rezultă :

$$\hat{\widetilde{W}}_{12}=\sin\hat{\varphi}\cos\hat{\varphi}\,(1+\cos\hat{\theta})\,\hat{\bar{i}}_0+\cos\hat{\varphi}\sin\hat{\theta}\,\hat{\bar{k}}_0 \tag{7}$$

Dacă se notează cu x_0,y_0,z_0 coordonatele unui punct oarecare situat pe axa (Δ) a șurubului $\hat{\widetilde{W}}_{12}$ rezultă ecuațiile axei (Δ) :

$$x_0\operatorname{tg}\frac{\theta}{2}-z_0\sin\varphi=0$$

$$y_0=\frac{\sigma\sin\theta\cos\varphi-\delta\sin\varphi}{2\left(\sin^2\frac{\theta}{2}+\cos^2\frac{\theta}{2}\sin^2\varphi\right)} \tag{8}$$

Din ecuațiile (8) rezultă că axa (Δ) este concurentă și perpendiculară pe axa O_0y_0.

Dacă se consideră $\hat{W}_{12}$ valoarea algebrică a șurubului $\hat{\widetilde{W}}_{12}$ rezultă [4]

$$\hat{W}_{12}=\sin\hat{\psi}=\frac{\cos\hat{\varphi}\sin\hat{\theta}}{\cos\hat{\beta}} \tag{9}$$

unde $\hat{\beta}$ este dat de relația

$$\operatorname{tg}\hat{\beta}=\sin\hat{\varphi}\operatorname{ctg}\frac{\hat{\theta}}{2} \tag{10}$$

iar ψ este unghiul de rotație corespunzător deplasării cercului (C_1) pentru a se suprapune peste cercul (C_2).

Separînd partea reală și partea duală a relației (9) rezultă :

$$\sin\psi = \frac{\cos\varphi \sin\theta}{\cos\beta} \tag{11}$$

$$l = 2\,\sigma \sin\beta + \delta \cos\beta \cos\varphi \tag{12}$$

unde l este lungimea translației în lungul axei (Δ).

Dacă din relațiile (8) se elimină parametrul θ și apoi se fac substituțile.

$$x_0 = Z \sin\gamma + X \cos\gamma$$

$$y_0 = Y - \frac{\delta(1 + \sin^2\varphi)}{4 \sin^2\varphi} \tag{13}$$

$$z_0 + Z\cos\gamma - X\sin\gamma$$

$$\operatorname{tg} 2\gamma = -\frac{\delta\cos\varphi}{2\sigma}$$

rezultă ecuația

$$Y = \frac{\cos\varphi}{2\sin^2\varphi}\sqrt{4\sigma^2 + \delta^2\cos^2\varphi}\,\frac{XZ}{X^2 + Z^2} \tag{14}$$

care arată că locul geometric al axelor deplasărilor șurub este un cilindroid Ball.

Rezultă că pentru a găsi deplasarea șurub prin care cercul (Γ_1) se suprapune peste cercul X (Γ_2) se va alege o generatoare asupra feței (14) drept axă, iar unghiul de rotație ψ și deplasarea l vor fi date de relațiile (11), (12).

4. Mulțimea deplsărilor șurub ale elicei cilindrice

Considerăm o elice cilindrică în două poziții (Γ_1), (Γ_2), (fig. 4) și fie (D_1), (D_2) axele cilindrilor corespunzători elicelor. Atașăm acestor axe șuruburile unitare $\hat{\hat{D}}_1$, $\hat{\hat{D}}_2$.

În mod analog ca în cazul precedent se va alege ca sistem de referință sistemul $O_0x_0y_0z_0$ al axelor șuruburilor $\hat{\hat{D}}_1 \times \hat{\hat{D}}_2$, $\hat{\hat{D}}_1 - \hat{\hat{D}}_2$, $\hat{\hat{D}}_1 + \hat{\hat{D}}_2$.

Fie $A_1 A_2'$ punctele în care axa

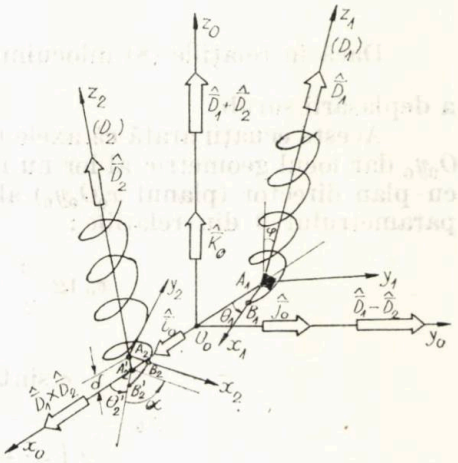


Fig. 4

O_0x_0 taie dreptele (D_1) (D_2), B_1, B_2 punctele în care elicele (Γ_1) (Γ_2) înţeapă planul $x_0O_0y_0$ şi θ_1, θ_2' unghiurile pe care dreptele A_1B_2, $A_2'B_2$ le fac cu axa O_0x_0.

Considerăm pentru elicea (Γ_2) o deplasare în lungul ei astfel încît punctul B'_2 să ajungă în B_2. Se realizează astfel o rotaţie a curbei cu unghiul α care este unghiul dintre dreptele $A_2' B_2'$ şi $A_2 B_2$ (fig. 4) şi o deplasare în lungul axei (D_2) cu distanţa $\delta = \frac{p}{2\pi}\alpha$ unde p este pasul elicei.

Alegem sistemele de axe $A_1x_1y_1z_1$, $A_2x_2y_2z_2$ astfel încît axele A_1z_1, A_2z_2 să coincidă cu dreptele (D_1) (D_2) iar axele A_1x_1, A_2x_2 să coincidă cu A_1B_1 respectiv A_2B_2.

A căuta deplasările şurub prin care elicea (Γ_1) se suprapune peste elicea (Γ_2), înseamnă acum a căuta deplasările şurub prin care sistemul $A_1x_1y_1z_1$ se suprapune peste sistemul $A_2x_2y_2z_2$.

Notînd distanţa A_1A_2' cu 2σ unghiul dintre dreptele (D_1) (D_2) cu 2φ şi ţinînd seama de relaţiile

$$\theta_2 = \theta_2' + \alpha, \quad \hat{\theta}_2 = \theta_2 + \varepsilon\delta, \quad \hat{\theta}_1 = \theta_1, \quad \hat{\varphi} = \varphi + \varepsilon\sigma$$

rezultă pentru matricele duale de poziţie $\widetilde{T}_1, \widetilde{T}_2$ expresiile (2) (3) iar pentru matricea $\widetilde{T}_{12}^0$ expresia (4) în care $\hat{\theta} = \hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1 = \theta + \varepsilon\delta$ unde $\theta = \theta_2' + \alpha - \theta_1$ iar $\delta = \frac{p}{2\pi}\alpha$, singurul parametru fiind α.

În acest fel folosind relaţiile (9), (10), (11), (12), rezultă unghiul de rotaţie ψ şi deplasarea l din relaţiile:

$$\sin\psi = \frac{\cos\varphi \sin\theta}{\cos\beta} \tag{15}$$

$$l = 2\sigma \sin\beta + \frac{p}{2\pi}\alpha\cos\varphi \tag{16}$$

Dacă în relaţiile (8) înlocuim δ cu $\frac{p}{2\pi}\alpha$ obţinem ecuaţiile axei (Δ) a deplasării şurub.

Aceste ecuaţii arată că axele (Δ) sînt concurente şi perpendiculare pe O_0y_0 dar locul geometric al lor nu mai este un cilindroid Ball ci un conoid cu plan director (planul $x_0O_0y_0$) ale cărui ecuaţii se obţin din eliminarea parametrului θ din relaţiile:

$$x_0 \operatorname{tg}\frac{\theta}{2} - z_0 \sin\varphi = 0$$

$$y_0 = \frac{\sigma \sin\theta\cos\varphi - \frac{p\alpha}{2\pi}\sin\varphi}{2\left(\sin^2\frac{\theta}{2} + \cos^2\frac{\theta}{2}\sin^2\varphi\right)} \tag{17}$$

5. Determinarea deplasărilor șurub pentru trei poziții ale unei drepte

Să considerăm trei poziții (D_1) (D_2) (D_3) ale unei drepte și să determinăm dreapta (Δ) astfel încît deplasările șurub ale dreptei (D_1) pentru a se suprapune cu dreptele (D_2) și (D_3) să fie în lungul dreptei (Δ).

În acest caz nu se mai poate vorbi și despre corespondență punctuală.

Dacă atașăm dreptelor (D_1), (D_2), (D_3), (Δ) șuruburile unitare $\hat{\bar{D}}_1, \hat{\bar{D}}_2$ $\hat{\bar{D}}_3, \hat{\bar{\Delta}}$ (fig. 5), rezultă relațiile :

$$\hat{\bar{D}}_1\hat{\bar{\Delta}} = \hat{\bar{D}}_2\hat{\bar{\Delta}} = \hat{\bar{D}}_3\hat{\bar{\Delta}} = \cos\hat{\varphi} \tag{18}$$

deoarece dreptele (D_1) (D_2) (D_3) sînt egal distanțate și egal înclinate față de drepta (Δ).

Dacă φ este unghiul de înclinare, iar d este distanța, rezultă

$$\hat{\varphi} = \varphi + \varepsilon d \tag{19}$$

Din relațiile (18) mai obținem

$$\hat{\bar{\Delta}}(\hat{\bar{D}}_2 - \hat{\bar{D}}_1) = 0, \qquad \hat{\bar{\Delta}}(\hat{\bar{D}}_3 - \hat{\bar{D}}_{i1}) = 0 \tag{20}$$

Aceste relații arată că șurubul $\hat{\bar{\Delta}}$ este coliniar cu șurubul $(\hat{\bar{D}}_2 - \hat{\bar{D}}_1) \times (\hat{\bar{D}}_3 - \hat{\bar{D}}_1)$, adică

$$\hat{\bar{\Delta}} = \frac{\hat{\bar{D}}_1 \times \hat{\bar{D}}_2 + \hat{\bar{D}}_2 \times \hat{\bar{D}}_3 + \hat{\bar{D}}_3 \times \hat{\bar{D}}_1}{\left|\hat{\bar{D}}_1 \times \hat{\bar{D}}_2 + \hat{\bar{D}}_2 \times \hat{\bar{D}}_3 + \hat{\bar{D}}_3 \times \hat{\bar{D}}_1\right|} \tag{21}$$

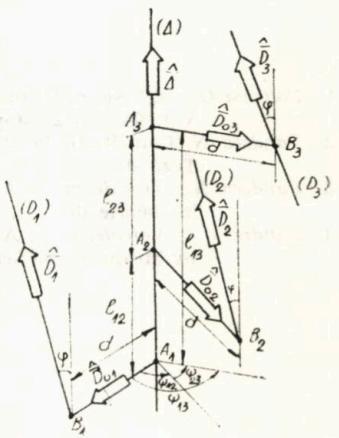


Fig. 5

Pentru a obține deplasările în lungul axei (Δ) l_{12}, l_{13}, l_{23} și unghiurile de rotație ψ_{12}, ψ_{13}, ψ_{21}, considerăm șuruburile unitare $\hat{\bar{D}}_{01}$, $\hat{\bar{D}}_{02}$, $\hat{\bar{D}}_{03}$ situate pe perpendicularele comune dintre dreptele (Δ) și respectiv (D_1), (D_2) (D_3) (fig. 5).

Rezultă

$$\hat{\bar{D}}_{0i} = \frac{\hat{\bar{D}}_i \times \hat{\bar{\Delta}}}{\sin\hat{\varphi}} \qquad i = 1, 2, 3 \tag{22}$$

și deci

$$\cos\hat{\psi}_{ij} = \hat{\bar{D}}_{0i} \cdot \hat{\bar{D}}_{0j} \tag{23}$$

adică

$$\cos\hat{\psi}_{ij} = \frac{\cos\hat{\varphi}_{ij} - \cos^2\hat{\varphi}}{\sin^2\hat{\varphi}}; \quad i,j = 1, 2, 3, \quad i \neq j \tag{24}$$

unde

$$\cos\hat{\varphi}_{ij} = \hat{\bar{D}}_1 \hat{\bar{D}}_2 \tag{25}$$

$\hat{\varphi}_{ij}$ fiind unghiul dual dintre dreptele (D_i) și (D_j).

Din relația (24) separînd partea reală rezultă

$$\cos\varphi_{ij} = \frac{\cos\psi_{ij} - \cos^2\varphi}{\mathrm{sn}^2\varphi}$$

și separînd partea duală rezultă l_{ij}.

Catedra de mecanică și teoria mecanismelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

BIBLIOGRAFIE

1. *Bottema O.* On a Set of Displacements in Space Journal Eng. Ind., TRANS ASME, Serie B, Vol. 95, No 2, May 1973.
2. *Pandrea N.* Contribuții la studiul mecanismelor spațiale cu ajutorul teoriei șuruburilor. Teză de doctorat, Institutul politehnic București, aprilie 1973.
3. *Pandrea N., Voiculescu D.* Analyse des dèplacements finis et des vitesses des rigide par la théorie des vis. Rev. Roum. Sci. Techn. Méc. Appl. no. 2, 1975.
4. *Pandrea ., Voiculescu D.* Analysis of Helical Displacements of the Right and of the Plane by Means of the Screw Theory and of Dual Matrices. Revue roum. de mèc. appl.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 3
BUCUREȘTI

MECANICA FINA

C. Z.: 621 — 8

INFLUENȚA SISTEMELOR SPRIJINITE PE VÎRFURI ASUPRA ERORILOR DIN APARATELE DE MĂSURAT*

TRAIAN DEMIAN

La stabilirea parametrilor mecanismelor din aparatele de măsurat pe lîngă considerentele de ordin static este necesar, în vederea măririi domeniului de măsurare, să se țină seama și de condițiile dinamice de lucru (timp de oscilație al indicatorului, moment de frînare ș.a.). După cum se știe, limita inferioară a domeniului de măsurare, determinată de condițiile dinamice ale aparatului, depinde de o serie de elemente legate de sistemul mobil ca: unghiul de deviație al indicatorului, lungimea indicatorului, momentul de inerție al sistemului mobil, greutatea ș.a.

Problema cea mai importantă pentru o corectă citire constă în amortizarea oscilațiilor indicatorului. La aparatele de măsurat de tip magnetoelectric se poate pleca de la ecuația generală a amortizării liniare:

$$I\frac{d^2\varphi}{dt^2} + c\frac{d\varphi}{dt} + k\varphi = M \tag{1}$$

dacă la $t = 0$, conectînd curentul, momentul provocat va fi M.

În această ecuație: I este momentul de inerție al masei sistemului mobil; c — factorul de amortizare; k — constanta elastică (momentul care provoacă o deviație egală cu un radian).

În locul factorului de amortizare se introduce gradul de amortizare δ dat de relația

$$\delta = \frac{c}{2\sqrt{k\,\mathrm{I}}} \tag{2}$$

și notînd prin p pulsația proprie a sistemului aceasta va fi:

$$p = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{\mathrm{I}}} \tag{3}$$

unde T_0 este perioada mișcării oscilatorii neamortizate a sistemului mobil.

* Manuscris predat redacției la data de 2 decembrie 1974

Soluţiile ecuaţiei, după cum se ştie depind de mărimea factorului de amortizare şi sînt :

pentru $\delta > 1$,

$$\varphi = \varphi_0 \left[1 - \frac{1}{\sqrt{\delta^2 - 1}} e^{-2\delta \frac{t}{T_0}} \sin h \left(2\pi \sqrt{\delta^2 - 1} \frac{t}{T_0} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \operatorname{arc\,sin} h \sqrt{\delta^2 - 1} \right) \right]; \tag{4}$$

pentru $\delta = 1$,

$$\varphi = \varphi_0 \left[1 - \left(1 + 2\pi \frac{t}{T_0} \right) e^{-2\pi\delta \frac{t}{T_0}} \right]; \tag{5}$$

pentru $\delta < 1$,

$$\varphi = \varphi_0 \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \delta^2}} e^{2\pi\delta \frac{t}{T_0}} \sin \left(2\pi \sqrt{1 - \delta^2} \frac{t}{T_0} + \operatorname{arc\,sin} \sqrt{1 - \delta^2} \right) \right]. \tag{6}$$

Soluţiile sînt reprezentate grafic în fig. 1, în coordonate $\frac{t}{R_0}$ şi $\frac{\varphi}{\varphi_0}$, unde φ_0 este unghiul de deviaţie al indicatorului faţă de poziţia de echilibru după încetarea oscilaţiilor indicatorului. Procesul de reglare a aparatelor de tip magnetoelectric pentru orice unghi de deviaţie rezultă din fig. 1 dacă T_0 şi δ sînt cunoscuţi, deci comportarea dinamică a aparatului de măsurat depinde de timpul de oscilaţie T_0 în stare neamortizată şi de gradul de amortizare δ.

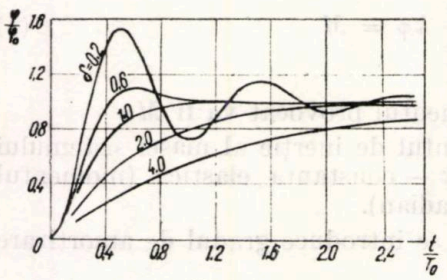


Fig. 1

Pentru timpul de reglare necesar ca indicatorul să rămînă între limitele de $\pm 1{,}5$ % din lungimea scării, pentru valoarea măsurată, în afară de cele ce rezultă din fig. 1 (pentru un φ/φ_0 şi un δ se obţine un t/T_0, deci un t) există valori numerice calculate tabelar.

Pentru menţinerea indicaţiilor, la un aparat de măsurat ale cărui dimensiuni sînt cunoscute, este necesară o anumită putere în circuitul de măsurare care se poate obţine dacă se scrie momentul M corespunzător deviaţiei totale β a cadrului :

$$M_\beta = 2\, B\, n\, r\, h\, i_\beta \tag{7}$$

unde : B — inducţia magnetică ; n — numărul de spire ; r — raza bobinei ; h — înălţimea magneţilor ; i — intensitatea curentului pentru obţinerea deviaţiei β.

Dacă se înmulțește și se împarte (7) cu rezistența R a circuitului de măsurare rezultă puterea N în acest circuit pentru deviația totală β ;

$$N = i_\beta^2 \cdot r \tag{8}$$

Tensiunea V_i indusă în bobină va fi :

$$V_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -2\,B\,n\,r\,h\,\frac{d\varphi}{dt}$$

și întrucît, $i_i = \frac{V_i}{R}$,

momentul produs de ea este

$$-M_i = 4\,\frac{B^2n^2r^2h^2}{R}\cdot\frac{d\varphi}{dt}$$

și acționează, din cauza semnului minus, în sens contrar mișcării de rotație

Dacă se admite, într-o primă aproximație, că amortizarea produsă prin frecare este neglijabilă față de cea realizată pe cale electrică, atunci M_i se poate considera egal cu M din ecuația (1) iar factorul de amortizare va fi :

$$c = 4\,\frac{B^2n^2r^2h^2}{R} \tag{9}$$

Cu relațiile (8) și (9) se obține :

$$M_\beta = c\,N\cdot \tag{10}$$

Dacă se are în vedere că momentul pentru deviația completă β și momentul rezistent sînt legate prin relația :

$$\beta M = \frac{\pi}{180}\,k\beta\,;$$

ținînd seama de (1) și (3) rezultă,

$$N = 3{,}78\cdot 10^{-3}\,\frac{\beta^2\cdot I}{T_0^3\,\delta}, \tag{11}$$

în care β s-a introdus în grade, I în Nms^2 iar T_0 în s.

Întrucît perioada de oscilație T_0 nu va depăși o anumită valoare la o amortizare optimă δ (fig. 1), puterea va depinde de momentul de inerție I al masei sistemului și de unghiul maxim de deviație β deci dimensiunile aparatului de măsurat.

Relația (11) nu depinde însă de modul de sprijinire al sistemului mobil.

La sistemele sprijinite pe lagăre pentru vîrfuri trebuie introdusă eroarea provocată de frecarea din aceste lagăre. Folosind momentul M_{90},

corespunzător unei rotații cu 90° care intră în coeficientul de calitate după Keinath, se poate scrie :

$$M_\beta = \frac{M_{90^\circ}}{90}\beta = \frac{\pi}{180}\beta \cdot k = 0{,}69\frac{\beta I}{T_0^2}. \tag{12}$$

Pentru stabilirea erorii provocate de frecare [1] se admite că sistemul este sprijinit pe vîrfuri verticale și că frecarea în lagărul superior poate fi neglijată.

Momentul de frecare într-un lagăr neuzat (fig. 2), admițîndu-se încărcarea centrică P, pivotarea pură și o suprafață herțiană sferică de contact care se menține în aceiași poziție în timpul mișcării [2], după efectuarea calculelor va fi :

$$M_f = \frac{0{,}407\,\mu\, p^{1,5}}{\sigma_{k_{max}}^{0,5}}. \tag{13}$$

S-a mai considerat că distribuția tensiunilor se face în secțiune după o elipsă cu semiaxa mare egală cu raza cercului de presiune, că $P=G$, unde G este greutatea sistemului mobil, că nu există forțe laterale și că μ, coeficientul de frecare este constant.

După [1], eroarea fundamentală de indicația η obținută în ‰ va fi :

$$\eta = 1000\frac{M_f}{M_\beta} = 6{,}2\cdot 10^2 \cdot \frac{\mu G^{1,5} T_0^2}{\beta I\, \sigma_{k_{max}}^{0,5}}\ {}^0/_{00}\ , \tag{14}$$

și se vede că, pentru un mecanism dat al aparatului de măsurat, ea depinde de perioada de oscilație T_0.

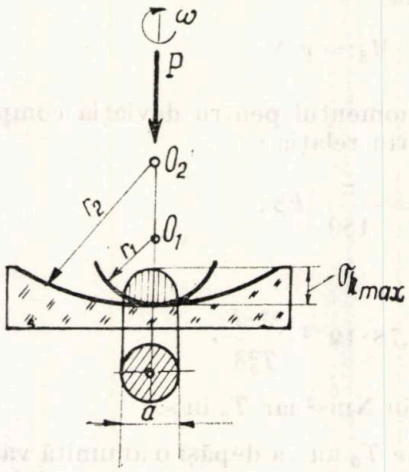


Fig. 2

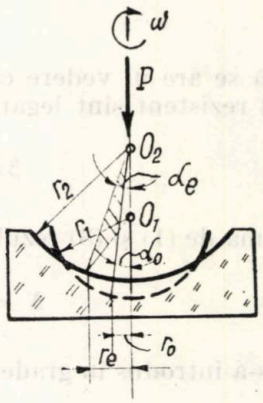


Fig. 3

La o suprafață uzată (fig. 3), momentul de frecare [1], dacă μ, coeficientul de frecare se menține constant, se determină cu relația :

$$M_f = \pi\,\mu\,\sigma\, r_2^2\left[\sin^2\alpha_e\left(1 - \sqrt{1 - \frac{p}{\pi r^2 \sigma \sin^2\alpha_e}}\right)\right],$$

unde σ este tensiunea curentă din suprafața de contact.

Dacă M_f s-ar introduce în (14) ar rezulta că eroarea depinde tot de perioada de oscilație și, evident, de α_e care stabilește gradul de uzură al suprafeței (desigur, sub valoarea admisibilă a erorii).

Dacă se elimină T_0 între ecuațiile (11) și (14), după efectuarea calculelor se obține :

$$N = C \frac{\beta^{0,5} \mu^{1,5} G^{2,25}}{\eta^{1,5} \delta I^{0,5} \sigma_{k_{max}}^{0,75}} \tag{16}$$

în care C este un coeficient numeric, iar η se va înlocui cu valoarea sa maximă admisibilă, η_{max}, pentru aparatul de măsurat dat.

După cum se poate observa, factorii din expresia lui N intră ca influență, cu ponderi diferite, dar cel mai important este G, greutatea sistemului mobil. De aici necesitatea de a micșora greutatea sistemelor mobile mai ales la aparatele care măsoară puteri mici.

Din cele de mai sus rezultă cîteva recomandări importante pentru practică :

— folosirea bobinelor cu conductori de aluminiu în locul celor de cupru pentru a reduce pe G ;

— introducerea de mici contragreutăți care reduc pe G și măresc momentul de inerție I, deci micșorează pe N ; momentul de inerție mai mare va determina, desigur, timpi de oscilație și de reglaj mai mari ;

— dacă este posibil un timp de reglaj mai mare, puterea necesară poate fi redusă prin mărirea lui δ, fapt care nu va influența eroarea η la aceleași valori ale celorlalte mărimi ;

— cu micșorarea lungimii indicatorului se reduce G, unghiul de deviație și momentul de inerție, puterea se micșorează fiindcă G intră cu o pondere de cca. patru ori mai mare decît β și I ; prin reducerea lui I se micșorează totodată timpul de reglaj.

Din cele de mai sus rezultă că citirea rapidă a indicației, eroarea cît mai mică și puterea minimă în circuitul de măsurare presupun corelarea atentă și rațională a mărimilor constructive ale sistemului mobil.

Catedra de mecanică fină
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Demian T.* — Influența uzurii din lagărele cu suprafețe sferice asupra erorii fundamentale de indicație a aparatelor. Construcția de mașini, nr. 6, 1973.
2. *Demian T.* Asupra teoriei calculului și încercării lagărelor pentru vîrfuri. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București, tomul XXXI, nr. 5, 1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 3
BUCUREȘTI

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z. :621.433

EVALUAREA TRANSFERULUI DE CĂLDURA PRIN RADIAȚIE LA UN MOTOR DIESEL*

BERTHOLD GRÜNWALD

În motoarele cu ardere internă transferul de căldură prin radiație este determinat fie de moleculele triatomice din gazele arse (CO_2,H_2O), fie de particulele incandescente de carbon. Nori de funingine incandescentă se formează la arderea amestecurilor neomogene din motoarele diesel, cînd particulele de carbon se formează sau trec prin zona de reacție. De aceea, în mod curent acest tip de radiație se numește radiația de flacără.

După Woschni [1], căldura transferată la pereți prin radiație gazelor triatomice este neglijabilă (aproximativ 3% din căldura totală transferată la pereți). Radiația particulelor incandescente depășește de multe ori radiația gazelor triatomice. În ultimii ani au fost efectuate cercetări experimentale ample cu privire la radiația flăcării în motoarele cu aprindere prin comprimare. Datele comunicate de diverși autori indică ponderi foarte diferite ale transferului radiant de căldură în transferul global. Sitkei [2] și Woschni evaluează ponderea pierderilor de căldură prin radiație la aproximativ 20%. Ebersole [3] estimează pierderile de căldură prin radiație pe baza măsurătorilor experimentale pînă la 40%. După aproape zece ani, Flynn, Mizusawa, Uyehara și Myers [4] evaluează transferul radiant la 20% și explică diferențele față de lucrarea lui Ebersole prin deosebirile dintre camerele de ardere utilizate în experiment, precum și prin localizarea diferită a sondei de investigație.

O valoare neobișnuită a componentei radiante de transfer a fost comunicată de Butler [5] care a evaluat pierderile prin radiație pentru un motor diesel de mare putere (1016 mm alezaj) la 75% din transferul global.

În figura 1 se prezintă rezultatele obținute de Oguri și Inaba [6] pe două motoare diesel (motorul A — 150mm alezaj, admisiune normală ; motorul B — 310 mm alezaj, supraalimentat). Se observă că raportul dintre cantitatea de căldură transferată la pereți prin radiație Q_{wr} și cantitatea totală de căldură transferată la pereți, Q_w variază cu sarcina și turația în limitele 0,1...0,3.

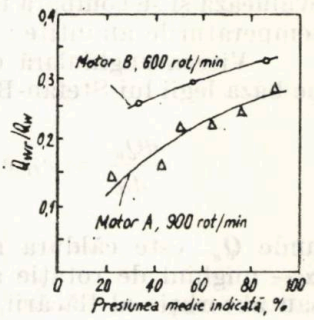


Fig. 1

* Manuscris predat redacției la data de 23 iunie 1974.

La determinarea transferului de căldură prin radiaţie apar două probleme fundamentale : definirea şi calculul temperaturii de radiaţie ; evaluarea coeficientului de emisie a particulelor de carbon sau a flăcării în ansamblu.

În lucrările citate, Woschni pe de o parte, Oguri şi Inaba pe de altă parte, calculează căldura transferată la pereţi cu temperatura T_{es}, determinată pe baza ecuaţiei de stare *. În mod analog procedează Nusselt [8] şi Annand [9]. Myers şi Uyehara [10] şi Lyn [11] demonstrează prin mijloace optice existenţa unei temperaturi de radiaţie cu mult mai mare decît temperatura T_{es}. Astfel, în lucrarea citată (Flynn ş.a.) se arată că s-au înregistrat temperaturi ale particulelor de carbon de 2250°K faţă de 1670°K, temperatura T_{es} determinată în acelaşi moment, iar temperatura maximă de radiaţie observată în experimentări a ajuns la 2500°K. Aceste cifre atrag din nou atenţia asupra faptului că un calcul de transfer radiant are un caracter formal dacă apelează la temperatura T_{es}. Pentru prima dată Sitkel, în lucrarea citată, dezvoltă un calcul de radiaţie pe baza unei temperaturi de flacără.

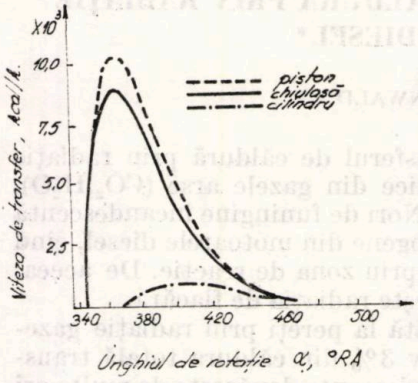


Fig. 2

Modelele de neomogenitate termică elaborate în lucrarea [12] sînt în măsură să furnizeze mai multe temperaturi caracteristice pentru calculul transferului radiant de căldură. Dacă se dezvoltă calculul pe un model de ardere cu gaze arse omogene [13]. se observă că există două temperaturi caracteristice, temperatura flăcării T_{fl} şi temperatura medie a gazelor arse T_{ga}. La rîndul ei, temperatura flăcării poate fi determinată pentru un coeficient al excesului de aer stoichiometric — căruia îi corespunde o temperatură T_{fls} — şi un coeficient mediu al excesului de aer din camera de ardere—căruia îi corespunde o temperatură T_{flm}. În această lucrare se evaluează şi se compară transferul radiant de căldură pentru fiecare dintre temperaturile amintite : T_{es}, $\overline{T}_{ga}$, T_{fls}, T_{flm}.

Viteza unghiulară de transfer de căldură prin radiaţie se determină pe baza legii lui Stefan-Boltzman, cu următoarea formulă

$$\frac{dQ_{wr}}{d\alpha} = e_{fl}\, e_w\, C_0 A_\alpha \left[\left(\frac{T_\alpha}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_w}{100}\right)^4\right] \frac{1}{21\,600\, n} \qquad (1)$$

unde Q_{wr} este căldura momentană transferată la perete prin radiaţie ; α — unghiul de rotaţie a arborelui cotit ; e_{fl}, e_w — coeficientul de emisie sau absorbţie al flăcării, respectiv al peretelui ; C_0 — coeficientul de negreală al corpului negru ($C_0 = 4{,}9$) ; T_α — una din temperaturile caracteristice, definite mai sus, A_α—aria suprafeţei instantanee de schimb de căldură.

Determinarea coeficientului de emisie a flăcării ridică de asemenea probleme dificile. Coeficientul de emisie depinde de lungimea de undă a radiaţiei, de distanţa de propagare a radiaţiei, de natura şi dimensiunile particulelor de carbon etc. La aceste dependenţe trebuie adăugat faptul că

și coeficientul e_w depinde de natura și starea suprafețelor metalice (cu sau fără depuneri carbonoase). Este greu să se surprindă un număr atît de mare de factori printr-un singur coeficient care reprezintă produsul $e_{fl} \cdot e_w$.

După datele lui Hottel și Broughton [14] precum și Liebert și Hibbard [15], coeficientul monocromatic de emisie al particulelor de carbon foarte mici este definit de relația

$$e_\lambda = 1 - e^{-kl/\lambda^{0,95}} \tag{2}$$

unde λ este lungimea de undă a radiației iar kl — grosimea optică a stratului de gaz.

Coeficientul e_λ este o funcție continuă de lungimea de undă și atinge valoarea maximă pentru lungimi de undă 10 000 Å. În lucrarea [4] se prezintă o metodă de determinare a coeficientului de emisie a flăcării e_{fl}, din motorul diesel, pe baza relației (2) și totodată se dezvoltă o metodă laborioasă de calcul al transferului radiant de căldură pe baza unei funcții de tip Vibe. Este interesant de remarcat că alegînd pentru coeficientul de absorbție al pistonului și chiulasei valoarea $e_w = 0{,}85$ iar pentru cel al cilindrului $e_w = 0{,}2$ s-a stabilit că transferul de căldură radiant la cilindru este practic neglijabil (fig. 2). Ca atare, se poate conchide că în relația (1) se poate admite aproximația $A_\alpha = 2A_p$, unde A_p este aria capului de piston. Această particularitate este determinată de mai multe cauze și anume: de depunerile de calamină de pe suprafața capului pistonului și chiulasei, de drumul optic mai mare pe care îl parcurge radiația pînă la periferia cilindrului, de suprafața redusă oferită de oglinda cilindrului în timpul radiației flăcării — la o deplasare a pistonului cu $\pm 20°$RA în jurul punctului mort interior, aria totală de schimb de căldură variază cu 3 — — 4% * (fig. 3).

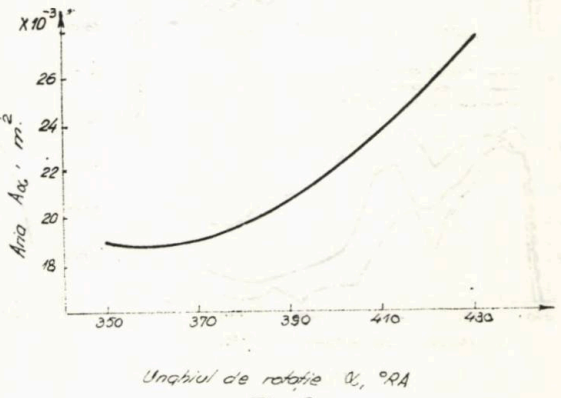


Fig. 3

Pentru calculul radiației din motoarele diesel s-au propus relații de calcul de forma

$$\frac{dQ_{wr}}{d\alpha} = C_r A_\alpha (T_\alpha - T_w) \frac{1}{21\,600\, n} \tag{3}$$

unde C^r este *coeficientul echivalent al radiației*

$$C_r = e_{fl}\, e_w\, C_0 \frac{\left(\frac{T_\alpha}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_w}{100}\right)^4}{T_\alpha - T_w} \tag{4}$$

*) Calculele au fost efectuate pentru un cilindru cu alezajul $D = 98{,}4$ mm, cursa $S = 76{,}2$ mm și raportul de comprimare $\varepsilon = 7{,}5$.

Pentru *coeficientul aparent de emisie* e_0 ($e_0 = e_{fl} \times e_w$) se întîlnesc valori diferite în literatură ceea ce este de înțeles dacă se ține seama de multiplii factori care influențează emisiunea flăcării și absorbția peretelui. Valoarea propusă de Nusselt și preluată apoi de alți autori este $e_0 = 0{,}362$ kcal/m²h°K⁴. Annand propune $e_0 = 0{,}91$ iar Rehfus propune $e_0 = 1{,}2$ kcal/m²h°K⁴.

Adoptarea unei valori medii pe ciclu pentru coeficientul aparent de emisie e_0 prezintă o simplificare pe care datele experimentale o justifică parțial, deoarece emisivitatea crește brusc la apariția flăcării și se menține la un nivel ridicat în perioada arderii (fig. 4, după [4]) iar ponderea căldurii transferată prin radiație după încheierea arderii este neînsemnată.

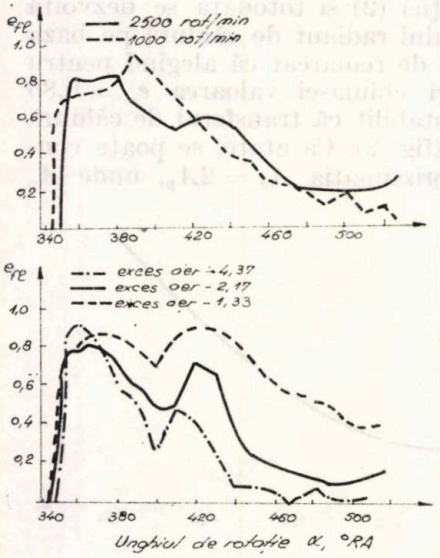


Fig. 4

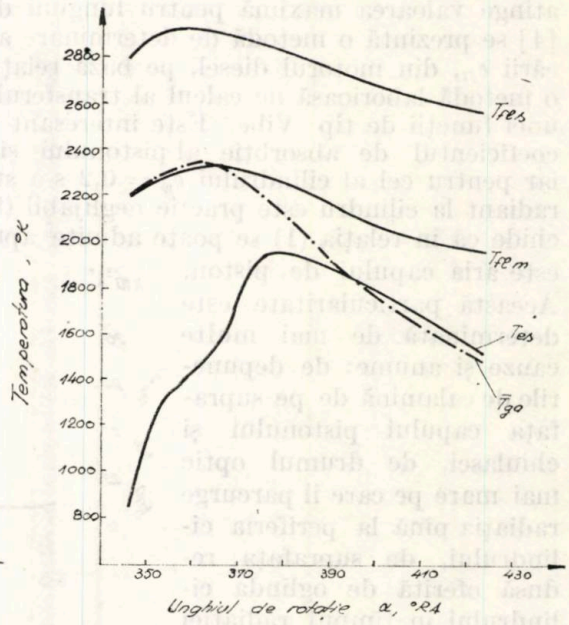


Fig. 5

O simplificare mai puțin justificată este aceea de a considera un coeficient aparent mediu independent de natura diverșilor factori care influențează radiația.

Valoarea maximă a fluxului de căldură radiantă determinată experimental de Flyn ș.a. este de $1{,}45.10^3$ kcal/m²h față de $3{,}5.10^6$ kcal/m²h, valoarea găsită de Oguri și Inaba.

Pentru a evalua implicația alegerii uneia sau alteia dintre temperaturile caracteristice asupra transferului radiant, s-a efectuat un calcul comparativ cu relațiile (3), (4). Calculele au fost conduse pe un cilindru de referință cu alezajul 83 mm, cursa 83 mm și raportul de comprimare 17. Gazele din cilindru s-au diferențiat termic în timpul arderii pe baza modelului cu gaze arse omogene termic. Diagrama de presiune s-a determinat cu un calculator numeric ICL, pe baza programului prezentat în lucrarea [16]. Presiunea maximă în cilindru a atins nivelul de 69 kgf/cm² . Calculele au fost conduse la turația de 2 000 rot/min, pentru un coeficient

al excesului de aer egal cu 1,5. În figura 5 s-a reprezentat variația celor patru temperaturi caracteristice. Variația pe ciclu a coeficientului echivalent al radiației se urmărește în fig. 6. În fine, viteza transferului radiant de căldură se arată în fig. 7. În tabela 1 se arată comparativ cantitățile

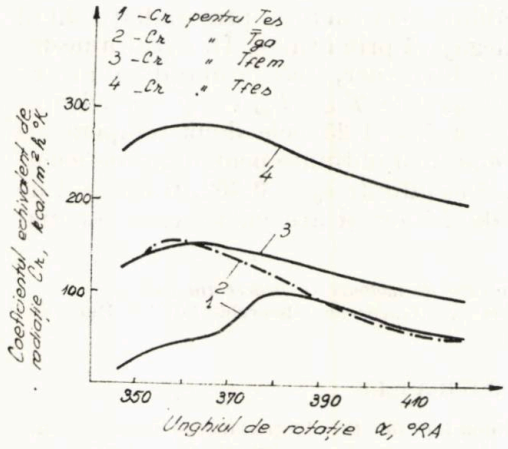


Fig. 6

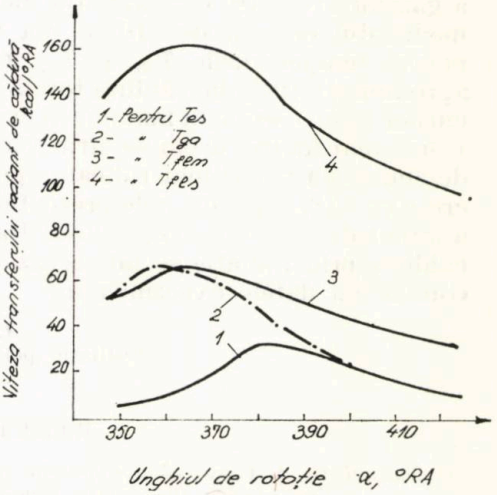


Fig. 7

de căldură transferate la pereți în timpul arderii (durata arderii 78°RA, declanșată la 14°RA înainte punctului mort interior) și căldura degajată pe ciclu.

Analiza rezultatelor arată că temperaturile T_{es} și T_{fls} conduc la valori ale transferului radiant fie foarte mici, fie foarte mari. Temperatura T_{es} apare din nou ca o temperatură formală pentru calculul arderii [7]. Măsurătorile citate în lucrarea [4] au evidențiat temperaturi ale particulelor de carbon cu cîteva sute de grade mai mici decît temperatura T_{fls}. Particulele de carbon sînt generate în microvolumele de dozaj bogat, dar nu au timp să ajungă la o temperatură de flacără stoichiometrică.

Tabel 1

Temperatura caracteristică °K	Căldura transferată prin radiație în timpul arderii *) kcal/ciclu
T_{es}	$1\,483 \cdot 10^{-6}$
T_{ga}	$4\,194 \cdot 10^{-6}$
T_{flm}	$3\,121 \cdot 10^{-6}$
T_{fls}	$11\,152 \cdot 10^{-6}$

* Căldura degajată prin ardere — $187.500 \cdot 10^{-6}$ kcal/ciclu; Căldura totală transferată la pereți în perioada arderii — $45\,000 \cdot 10^{-6}$

Prin filmarea rapidă Alcock [17] a arătat că particulele de funingine dispar după $0{,}14 \cdot 10^{-3}$ s în urma arderii. Pentru o turație de 2 000 rot/min aceasta înseamnă 1,7°RA, adică practic particulele de carbon dispar în flacără. În flăcările difuzive particulele de carbon se formează în afara zonei de reacție fiind la început „reci", ajung în zona de reacție, de dozaj teoretic, unde intră parțial în reacție, în măsura în care găsesc aerul necesar. Cele care nu reacționează chimic străbat zona de reacție dar nu au timp să ajungă la temperatura flăcării T_{fls}, corespunzătoare dozajului stoichiometric. Datele experimentale (v. fig. 3) arată că coeficientul

de emisie are adeseori valori ridicate, mult timp după terminarea arderii, ceea ce se interpretează tocmai în sensul că o parte din particulele de funingine nu au reușit să intre în reacție datorită lipsei de oxigen. Particulele de carbon ajung în gazele arse unde ating probabil temperatura medie a gazelor arse care este aproape de temperatura flăcării pentru dozajul mediu din camera de ardere. Ca urmare se obțin rezultate apropiate pentru temperaturile T_{flm} și $\bar{T}_{ga}$, căldura transferată prin radiație fiind aproximativ 10% din căldura totală degajată prin ardere. În cazul amestecurilor cu un coeficient mai mic al excesului de aer, transferul radiant atinge valori mai înalte, deoarece atît temperaturile T_{flm}, $\bar{T}_{ga}$ cît și coeficientul de emisie au valori mai ridicate (pentru $\lambda = 1{,}25$ cele două temperaturi cresc cu 15%). Rezultatele prezentate au fost obținute pentru un coeficient aparent de emisivitate $e_0 = 0{,}91$. Dacă se admite $e_0 = 0{,}362$, transferul de căldură prin radiație se micșorează de 2,5 ori și are valori care nu mai coincid cu datele experimentale.

Catedra de motoare cu ardere internă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

BIBLIOGRAFIE

1. *Woschni, G.*, A Universally Applicable Equation for the Instantaneous Heat Transfer Coefficient in the Internal Combustion Engine. S.A.E. Transactions, 1967.
2. *Sitkei, G.*, Beitrag zur Theorie des Wärmeüberganges im Motor. Konstruktion, 2, 1962.
3. *Ebersole, G. D., Myers, P. S., Uyehara, O. A.*, The Radiand and Convective Components of Diesel Engine Heat Transfer. Paper 7010. SAE, Summer Meeting, Montreal, 1963.
4. *Flynn, P., Masatake Mizusawa, Uyehara, O. A., Myers, P. S.*, An Experimental Determination of the Instantaneous Potential Radiant Heat Transfer Within an Operating Diesel Engine. Paper 720022. SAE, Intern. Congress, Jan, 1972.
5. *Butler, J. F.*, Water Cooled Piston: Construction, and Heat Transfer. Proc. Instn. Mech. Engrs. Vol. 179, Part 3C, 1964—1965.
6. *Tatsu Oguri, Shigewo Inaba*, Radiant Heat Transfer in Diesel Engines. Paper 720023 SAE. Intern. Congress, Ian. 1972.
7. *Apostolescu, N., Grünwald, B.* The Estimation of the Gas Temperature Within The Cylinder of A Compression Ignition Engine. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București, 2, 1973.
8. *Nusselt, W.*, Die Wärmeübergang in Der Verbrennungskraftmachine. V.D.I. Forschungshäft, No. 264 (1923).
9. *Annand, W. J. D.*, Heat Transfer in the Cylinders of Reciprocating Internal Combustion Engines. Proc. Inst. Mech. Engrs. Vol. 17, No. 36, 1963.
10. *Myers, P. S., Uyehara, O. A., Wilson, L. A., Watson, K. M.* — Flame Temperature Mea surements in Internal Combustion Engines. ASME Transactions, Vol. 68, 1946
11. *Lyn, W. T.* Diesel Combustion Study by Infra-Red Emission Spectroscopy. J. of. the Inst. of Petroleum. Vol. 43, 1957.
12. *Grünwald, B., Apostolescu, N.* Neomogenitatea termică și chimică a gazelor din motoarele cu ardere internă. Editura Academiei R.S.R. București, 1975.
13. *Apostolescu, N.* Calculul caracteristicii degajării căldurii la motorul cu aprindere prin comprimare pe baza unui model bi-zonal de neomogenitate termică. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București, 3, 1972.
14. *Hottel, H. C., Broughton, F. P.* Determination of True Flame Temperature and Total Radiation From Luminous Gas Flame. Industrial and Engineering Chemistry, Analytical Edition, Vol. 4, 1932.
15. *Liebert, C. H., Hibbard, R. R.* Spectral Emittance of Soot. NASA Technical Note, NASA TND—5647, 1970.
16. *Grünwald, B., Apostolescu, N., Dodu, M.* Programe pentru calculul arderii din motoarele cu ardere internă cu piston. Litografia Institutului Politehnic București, 1975.
17. *Alcock, J. F., Scott, W. M.* — Some More Light on Diesel Combustion, Inst. of Mech. Engrs. (AD) 1962—63,5.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 3
BUCUREȘTI

AVIAȚIE

C.Z. :629.153

DETERMINAREA PARAMETRILOR DE STARE A GAZELOR IN CAMERA DE ARDERE A MOTOARELOR RACHETĂ

C. GUȚĂ, D. RUGESCU

În proiectarea motoarelor rachetă se parcurg mai multe etape, printre care calculul termochimic al camerei, destinderea gazodinamică în ajutaj, calculul protecției termice și verificarea rezistenței învelișului. Pentru toate aceste etape este necesar, ca punct de plecare, să se cunoască compoziția chimică a produselor de ardere și parametrii termodinamici la intrarea în ajutaj. În cele ce urmează se prezintă o metodă de rezolvare analitică a acestui punct esențial al calculului termic pentru motoarele rachetă, cu exemple numerice obținute pe calculator pentru combustibilii care conțin carbon, oxigen, hidrogen și azot.

Pentru determinarea compoziției și temperaturii, și de aici a celorlalți parametri de stare, este necesară cunoașterea compoziției combustibilului prin una din expresiile formulei chimice echivalente ($C_{a_c} O_{a_o} H_{a_h} N_{a_n}$).

Considerente practice impun adoptarea, ca element dat al calculelor, a presiunii totale în camera de ardere p_c, iar compoziția ce urmează să fie determinată se va exprima, după opțiunea din [1], [3], [5], [11], în presiunile parțiale ale speciilor, notate p_j. Un astfel de calcul se poate desfășura pe unitatea de debit, ceea ce permite obținerea unor rezultate cu caracter general.

Se vor admite două ipoteze curent acceptate [1], [2], [3], [4], [5], [6], [11], [12] pentru desfășurarea calculelor și anume:

a) Entalpia totală inițială a combustibilului se păstrează constantă în produsele de ardere;

b) Reacțiile chimice eterogene au încetat pînă la intrarea în ajutaj, stabilindu-se un echilibru al speciilor supuse disocierii.

Sistemul de ecuații care descrie starea gazelor în aceste condiții cuprinde relații de conservare a maselor elementelor și numărul necesar de expresii ale legii acțiunii maselor raportate la numărul de specii disociate care se iau în considerare. Cu notații generale [5], dacă A_i ($i = 1, \ldots 4$) sînt atomi-gram din elementul „i" (C, O, H sau N) la 1 kg de combustibil și similar n_j moli-gram ai speciei „j", a_{ji} numărul de atomi de tip „i"

*) Lucrare prezentată la sesiunea de comunicări IMFCA iulie 1972.

într-o moleculă „j" și n_Σ numărul total de moli la 1 kg ai celor s produse de ardere, ecuațiile sînt :

$$\begin{cases} A_i = \sum_{j=1}^{s} a_{ji}\, n_j \quad (i = 1, \ldots 4) \\ n_\Sigma = \sum_{j=1}^{s} n_j \\ K_p^i = (p_c/n_\Sigma)^{\sum_1^s (\nu_j'' - \nu_j')} \prod_{j=1}^{s} n_j^{(\nu_j'' - \nu_j')} (i = 1, \ldots s - 4) \end{cases} \tag{1}$$

Constantele de presiune K_p^i corespund reacțiilor de disociere chimică scrise în forma

$$\sum_{j\ 1}^{s} \nu_j' A_j \rightleftharpoons \sum_{j=1}^{s} \nu_j'' A_j$$

Expresia conservării entalpiei totale, exprimată în kJ/kmol, se scrie în forma

$$\Delta H^\circ_{\text{comb}} = \sum_{j=1}^{s} n_j\, \Delta H_j^T \tag{2}$$

1. Metoda de calcul pentru $\alpha < 1$.

În calculele numerice efectuate s-au luat în considerare 11 specii de gaze : CO_2, CO, H_2O, H_2, N_2, OH, NO, O_2, O, H, N. S-a observat că alte specii ca CH_4, HO_2, C_{solid}, NCH, COH, C_2H_2 etc. apar în proporții neglijabile. Totuși, considerarea altor specii nu reprezintă o dificultate. Se va avea grijă să se suplimenteze ecuațiile de echilibru cu numărul necesar de constante.

Aducînd ecuațiile (1) la exprimarea prin presiuni parțiale acestea capătă forma

$$\begin{cases} A_i = \dfrac{1\,000}{\sum_1^{11} \mu_j p_j} \sum_1^{11} a_{ii}\, p_j \ (i = 1, \ldots 4) \\ p_c = \sum_1^{11} p \\ K_p^i(T) = \prod_1^{11} p_j^{(\nu_j'' - \nu_j')} (i = 1, \ldots 7) \end{cases} \tag{3}$$

Se obține astfel un sistem de ecuații algebrice nelineare care nu poate fi rezolvat analitic. De aceea s-au adoptat cu timpul diferite metode de rezolvare numerică, concepute fie pentru calcule manuale, fie adaptate prelucrării electronice, într-o formă foarte generală [3], [5].

Metoda folosită în cele ce urmează face parte din prima categorie și este axată pe admiterea unei acțiuni treptate a reacțiilor de disociere [1], [11]. Deoarece temperatura gazelor T, deci fiecare constantă de echilibru în parte, nu se cunosc de la început, ci urmează abia să fie deter-

minate, metoda prevede adoptarea a două sau trei temperaturi de calcul în jurul valorii probabile, reducîndu-se astfel problema la determinarea compoziției pentru o temperatură dată. În vederea determinării temperaturii teoretice efective se folosește la urmă ecuația (2) a bilanțului entalpiilor.

Calculul începe prin admiterea unor valori pentru cinci presiuni parțiale „principale", care să satisfacă deocamdată cele patru ecuații lineare de bilanț al elementelor precum și ecuația gazului de apă. Celelalte presiuni, numite „secundare", se consideră nule în prima aproximație. Alegerea concretă a presiunilor principale are o influență directă asupra convergenței metodei și de aceea este foarte importantă. Urmărind esența fizică a procesului de ardere, se adoptă ca nucleu de calcul presiunile gazelor nedisociate, care în cazul combustibililor cu exces de carburant sînt CO_2, CO, H_2O, H_2 și N_2. De altfel la temperaturi relativ mici (sub 2 000°K) apar prin ardere numai aceste gaze și deci calculul se poate opri la prima iterație.

Pentru o rezolvare mai expeditivă, primele patru ecuații liniare se împart între ele :

$$\begin{cases} Q\,(2p_{N_2} + p_{NO} + p_N) = p_{CO_2} + p_{CO} & ;\ Q = \dfrac{7}{6}\dfrac{A_C}{A_N} \\ R\,(2p_{N_2} + p_{NO} + p_N) = 2\,p_{H_2O} + 2p_{H_2} + p_{OH} + p_H & ;\ R = 14\dfrac{A_H}{A_N} \\ S\,(p_{CO_2} + p_{CO}) = 2p_{CO_2} + 2p_{O_2} + p_{H_2O} + p_{CO} + p_{NO} + p_{OH} + P_O & ;\ S = \dfrac{3}{4}\dfrac{A_O}{A_C} \\ p_C = p_{CO_2} + p_{CO} + p_{H_2O} + p_{H_2} + p_{N_2} + p_{OH} + p_{NO} + p_{O_2} + p_H + p_O + p_N \end{cases} \tag{4}$$

Deoarece în amestecuri în care oxigenul este insuficient distribuția sa între CO_2 și CO este guvernată de reacția gazului de apă :

$$CO_2 + H_2 \rightleftharpoons H_2O + CO$$

la ecuațiile (4) se adaugă și constanta de echilibru a acestei reacții :

$$K_{2a}(T) = \frac{p_{CO} \cdot p_{H_2O}}{p_{CO_2} \cdot p_{H_2}} \tag{5}$$

Determinarea compoziției din aceste cinci ecuații cînd presiunile secundare se cunosc (sînt în prima iterație nule) conduce evident la o ecuație de gradul doi. După calea adoptată în [1] se notează :

$$\begin{cases} A = p_{NO} + p_N \\ B = p_{OH} + p_H \\ D = 2p_{O_2} + p_{OH} + p_{NO} + p_O \\ E = A + B + p_{O_2} + p_O \end{cases} \tag{6}$$

și după simple transformări se obțin următoarele relații de calcul:

$$p_{N_2} = \frac{p_C - E + \frac{B}{2} - A\left(Q + \frac{R}{2}\right)}{2Q + R + 1} \tag{7}$$

$$\begin{cases} p_{CO} = Q\,(2p_{N_2} + A) - p_{CO_2} = a - p_{CO_2} \\ p_{H_2O} = Q\,(2p_{N_2} + A)\,(S - 1) - D - p_{CO_2} = b - p_{CO_2} \\ p_{H_2} = (2p_{N_2} + A)\left[\frac{R}{2} - Q\,(S - 1)\right] - \frac{B}{2} + D + p_{CO_2} = c + p_{CO_2} \end{cases} \tag{8}$$

Substituind relațiile (8) în ecuația (5) aceasta devine ecuație rezolvantă:

$$K_{2a}(T) = \frac{(a - p_{CO_2})\,(b - p_{CO_2})}{p_{CO_2}(p_{CO_2} + c)} \tag{9}$$

De aici se obține presiunea bioxidului de carbon, care introdusă în (8) conduce la determinarea tuturor presiunilor principale dependente de setul de valori inițiale adoptat pentru presiunile secundare.

Aproximația a doua și celelalte se îmbunătățesc treptat prin recalcularea presiunilor secundare din ecuațiile de echilibru. Se presupune astfel că legea acțiunii maselor guvernează succesiv reacțiile de disociere, una după alta. În forma de calcul cele 7 ecuații sînt:

$$\begin{aligned} &\text{etapa I}, p_{OH} = K_3 \cdot p_{H_2O} \cdot p_{H_2}^{-1/2} \\ &\text{etapa II}, p_{O_2} = \left(K_1 \frac{p_{CO_2}}{p_{CO}}\right)^2 \\ &\text{etapa III}, p_{NO} = (K_4 \cdot p_{N_2} \cdot p_{O_2})^{1/2} \\ &\text{etapa IV}, p_H = (K_5 \cdot p_{H_2})^{1/2} \\ &\text{etapa V}, p_O = (K_6 \cdot p_{O_2})^{1/2} \\ &\text{etapa VI}, p_N = (K_7 \cdot p_{N_2})^{1/2} \end{aligned} \tag{10}$$

Iterația respectivă este astfel încheiată. Calculele se repetă pînă la obținerea preciziei dorite.

Așa cum este pusă problema, desigur metoda se poate aplica numai combustibililor bogați în carburant, la $\alpha < 1$. Pe lîngă aceasta, din relațiile (8) se observă că rezolvarea devine posibilă numai dacă

$$S \equiv \frac{3}{4} \cdot \frac{O}{C} > 1$$

În caz contrar, presiunea parțială a apei p_{H_2O} devine negativă, ceea ce este lipsit de sens fizic. În afară de aceste restricții, s-a dovedit pe cale teoretică faptul că sistemul de ecuații (4) + (5) + (10) admite întotdeauna un singur rînd de soluții toate pozitive [1], [11].

Metoda de calcul a fost tratată numeric pe calculator și face obiectul subprogramelor standard COMP și COMD1 ale catedrei.

2. Programul de calcul numeric

Determinarea parametrilor de stare prin metoda expusă se poate face pentru orice tip de combustibil lichid sau solid care conține elementele C—O—H—N. Exemplele care ilustrează în continuare aplicarea metodei se referă anume la combustibilul lichid format din *acid azotic* cu fum alb HNO_3, avînd diferite concentrații c_A, și *petrolul* pentru motoare reactive STAS 5639—57. Pe lîngă c_A, al doilea parametru care definește compoziția este coeficientul excesului de oxidant:

$$\alpha = \frac{\varkappa}{\varkappa_0}$$

unde

$$\varkappa_0 = \frac{\frac{8}{3} C_C + 8 H_C - O_C}{O_{OX} - \frac{8}{3} C_{OX} - 8 H_{OX}}$$

$$\varkappa = \dot{m}_{OX}/\dot{m}_{CARB}$$

Cei doi parametrii c_A și α guvernează cîte un ciclu de calcul în program. În continuare este ușor de obținut compoziția echivalentă a combustibilului, fie în atomi-gram/kg, fie în kg/kg, dacă cei doi parametri s-au precizat numeric. Entalpia oxidantului se determină din:

$$\Delta H^0_{OX} = c_A \cdot \Delta H^0_{HNO_3} + (1 - c_A)\, \Delta H^0_{H_2O} + (1 - C_A)\, Q_{\text{dizolvare}} \tag{11}$$

iar entalpia întregului combustibil din:

$$\Delta H^0_{\text{comb}} = \frac{\Delta H^0_c + \alpha\, \varkappa_0\, \Delta H_{OX}}{1 + \alpha \cdot \varkappa_O} \; [kJ/\text{kg}] \tag{12}$$

S-au notat cu indicele „c" mărimile referitoare la carburant. Pentru combustibili formați din amestecuri de „m" substanțe, ca de exemplu pulberile coloidale cu dublă bază [5], principiul aditivității conduce la relația generală:

$$\Delta H^0_{\text{comb}} = \sum_{i=1}^{m} g_i\, \Delta H^0_i \; [kJ/\text{kg}] \tag{13}$$

S-a menționat anterior că determinarea compoziției prin metoda expusă se face adoptînd cîteva temperaturi de calcul în jurul celei probabile. Deoarece pentru cele mai diferite valori ale concentrației acidului și coeficientului α este greu de apreciat de la început care este temperatura de ardere probabilă, în programul de calcul s-a adoptat o procedură de căutare începînd de la 300°K pînă la 4 000°K, conform schemei de principiu din fig. 1. Pentru a nu se repeta unele calcule în mod inutil programul este optimizat în sensul că unele rezultate sînt stocate și se fac determinări numai la noile temperaturi de calcul, care la rîndul lor se iau la jumătatea intervalului dintre vechea temperatură de calcul T_1 și tempera tura T_c determinată prin extrapolare.

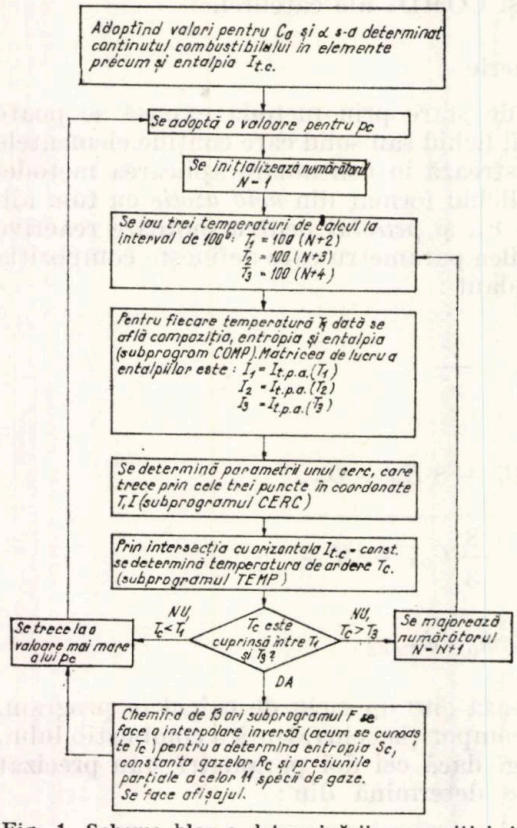


Fig. 1. Schema bloc a determinării compoziției și temperaturii;

Determinarea compoziției la fiecare nouă temperatură de calcul T_i se efectuează în subprogramul COMP (fig. 2), în care se admit pînă la 30 de iterații. La o ieșire corectă din subprogram se controlează după suma presiunilor secundare E (formula 6) dacă între ultimele două iterații există o diferență mai mare de 10^{-38}. În cazul unui răspuns afirmativ comutatorul de ieșire N capătă valori corespunzătoare cifrei semnificative pînă la care apare o identitate între valorile lui E la ultimele două iterații. Această informație se afișează.

Rulări masive ale programului standard al catedrei denumit MRLG-6, au pus în evidență faptul că spre $\alpha = 1$ convergența metodei dispare. În nici-unele dintre variante compoziția nu s-a mai putut determina la $\alpha > 0{,}93$. În același timp, o îmbunătățire sensibilă a convergenței s-a obținut dacă în noile iterații s-a pornit de la media ultimelor două valori ale diferitelor presiuni secundare. Este desigur evident că pentru compoziții corespunzătoare unor coeficienți de exces de oxidant supraunitari $\alpha \geqslant 1$ este necesară o nouă metodă de calcul.

În programul general se ajunge teptat la încadrarea temperaturii efective de ardere T_c între temperaturile de calcul T_1 și T_3. Fiecare valoare T_c se obține prin rezolvarea grafo-analitică a ecuației entalpiei (2), prin interpolare cu ajutorul subprogramului TEMP. După determinarea

temperaturii T_c se obţine compoziţia efectivă prin interpolare inversă în subprogramul F, iar apoi masa moleculară aparentă μ_Σ şi entropia

$$S_i^0(T_i) = \frac{n_\Sigma}{p_c} \sum p_j (S_j^0 - R_0 \ln p_j) [\text{kcal/kg°K}] \qquad (14)$$

tot prin interpolare cu ajutorul subprogramului F. Schema dinamică a programului principal este prezentată în fig. 3.

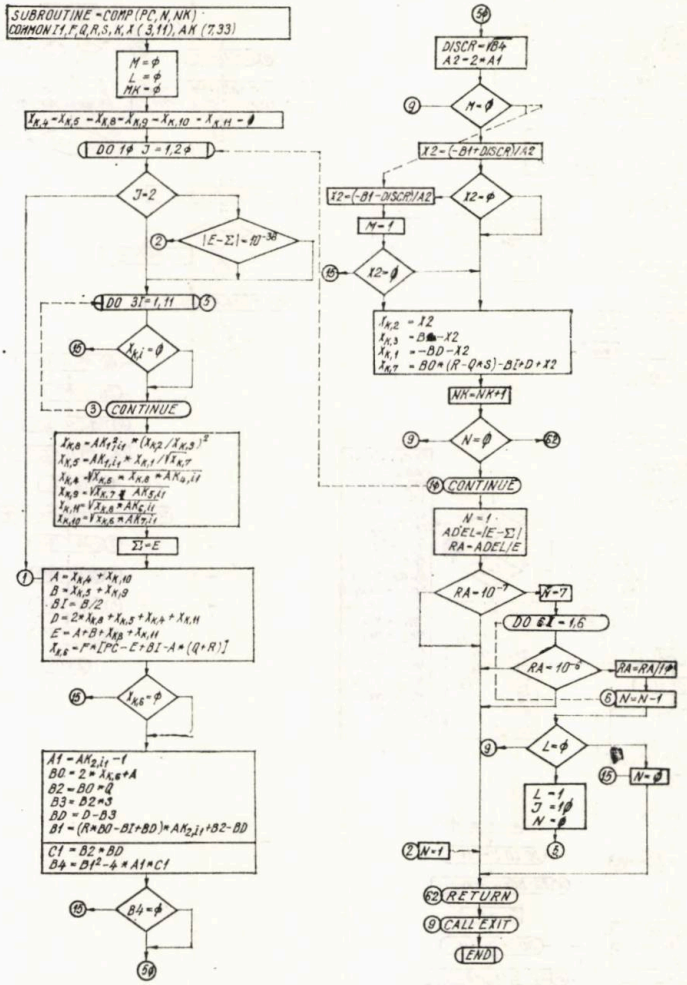


Fig. 2. Schema dinamică a subprogramului COMP;

3. Rezultatele calculului numeric

Metoda numerică de calcul a fost adaptată pentru calculatoarele IBM—360—30, IBM—1130 şi CDC—3600. Variantele de calcul s-au obţinut prin includerea în programul principal a ciclurilor corespunzătoare celor trei parametri de calcul c_A, α şi p_c.

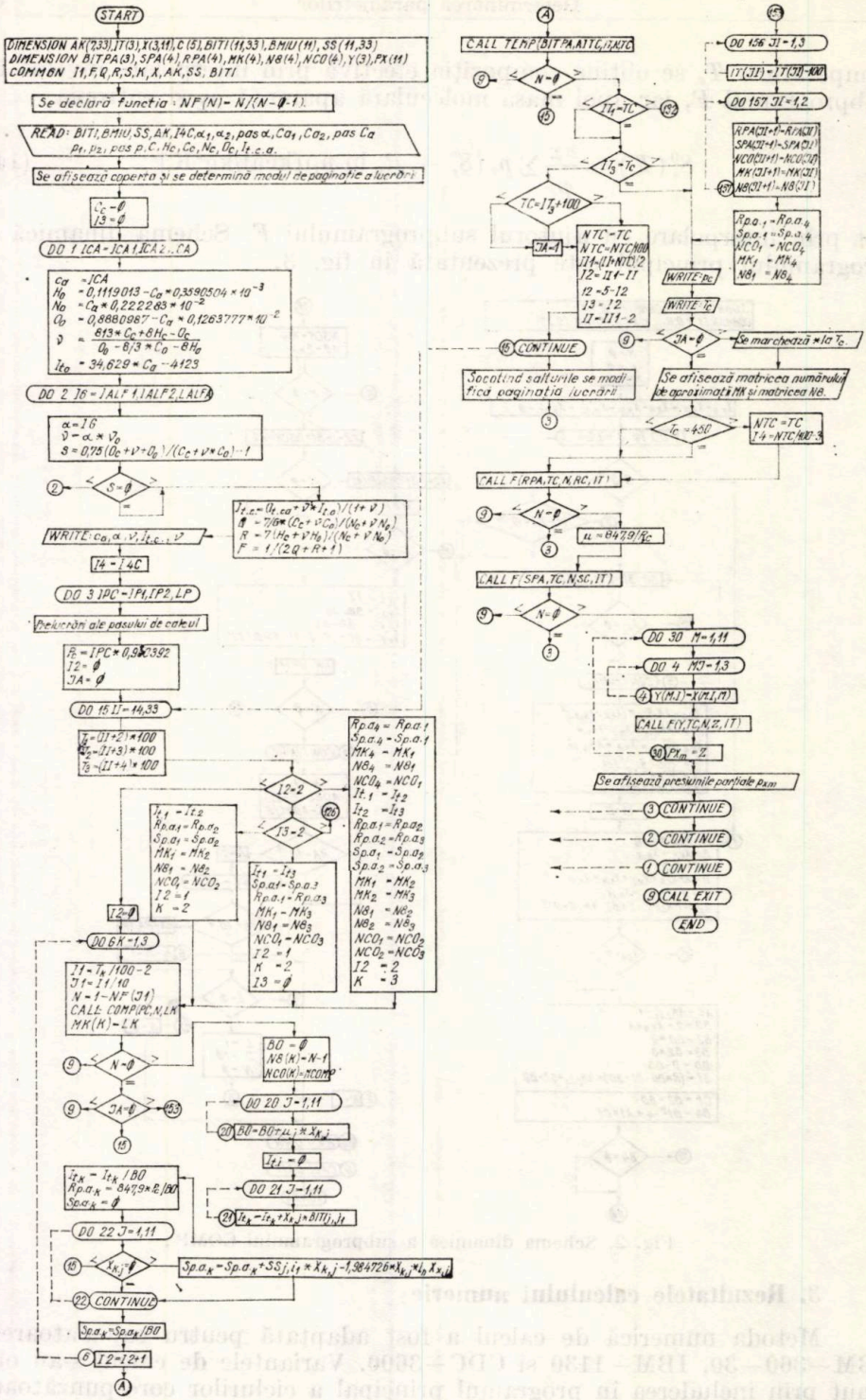


Fig. 3. Programul principal de calcul al proceselor de ardere din camera motoarelor rachetă;

În diagramele 4 și 5 se poate urmări variația temperaturii din camera de ardere cu presiunea din cameră. Comparînd cele două diagrame se observă faptul că reducerea concentrației acidului are ca efect diminuarea influenței presiunii asupra temperaturii gazelor, iar la altă scară excesul de petrol are același efect.

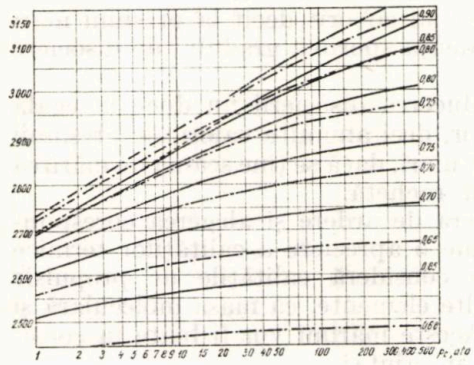


Fig. 4. Influența presiunii asupra temperaturii de ardere;

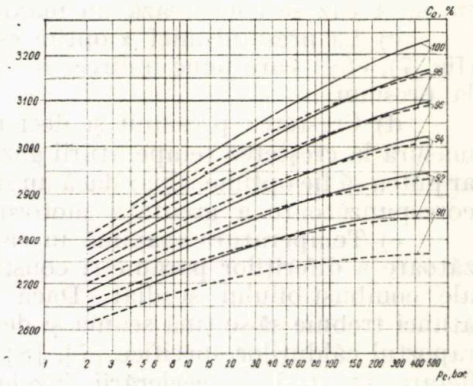
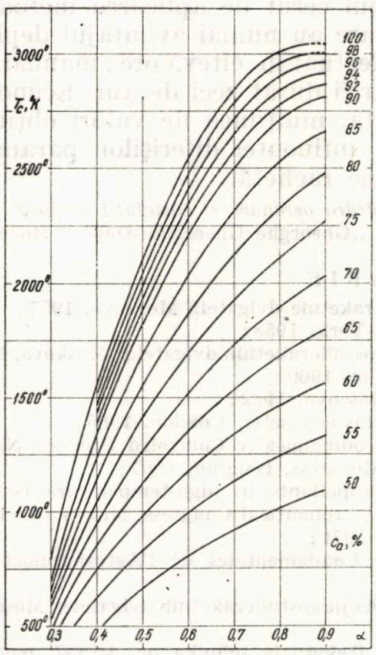


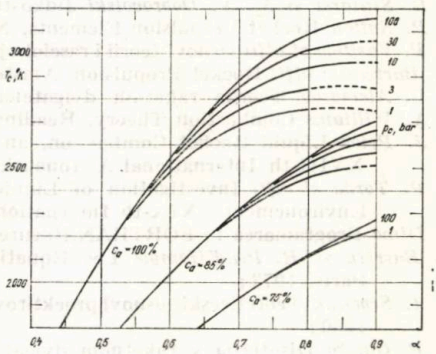
Fig. 5. Influența presiunii asupra temperaturii de ardere la diferite valori ale concentrației acidului

Din diagrama 6 rezultă că există o valoare a parametrului α la care temperatura de ardere este maximă. Pentru $c_A = 100\,\%$, la presiuni între 1 și 30 bar, α optim este cuprins între 0,85 și 0,9 adică în combustibil este necesar să existe un ușor exces de petrol.



← Fig. 6. Influența excesului de oxidant asupra temperaturii de ardere la diferite concentrații ale acidului;

Fig. 7. Influența coeficientului de exces de oxidant asupra temperaturii de ardere la diferite valori ale presiunii din cameră și la diferite concentrații ale acidului.



Analizînd influența diferiților factori asupra tempearturii de ardere din motorul rachetă se pot rezuma următoarele elemente.

a) Temperatura este cu atît mai mare cu cît concentrația acidului este mai aproape de 100%, fără conturarea unui maxim pe interval.

b) Temperatura de ardere crește odată cu excesul de oxidant, dar în acest caz se conturează un maxim înainte de $\alpha = 1$.

c) La presiuni mici α optim este mai coborît decît la presiuni mari (fig. 7), efect care pune indirect în evidență sporirea gradului de disociere la presiuni mici.

d) Creșterea presiunii și deci reducerea disocierii nu duce în egală măsură la creșterea temperaturii gazelor, deci anumite valori ale presiunii ar putea să fie optime, chiar dacă nu sînt mari, dacă se ține seama de mărirea corespunzătoare a greutății motorului rachetă.

e) Temperatura maximă în camera de ardere și alegerea corespunzătoare a diferiților parametri constituie o apreciere a calităților termice ale combustibilului studiat. Dacă se consideră calitățile de propulsie atunci trebuie să se țină seama și de alte elemente, ca masa moleculară și raportul căldurilor specifice [7], [8]. Aceste mărimi vor fi luate în considerare în studiul accelerării gazelor în ajutaj.

Metoda particulară de calcul expusă mai sus pare relativ laborioasă, dar permite determinarea parametrilor de stare a gazelor din camerele de ardere ale motoarelor rachetă într-un mod adaptat calculului manual. Utilizarea diagramelor I — S ar necesita mai întîi construirea acestor diagrame pentru fiecare tip de combustibil în parte, ceeace conduce de fapt la formularea aceleiași probleme de calcul.

Utilizarea calculatoarelor electronice face posibilă efectuarea calculelor prin metoda expusă pentru un număr mare de variante. Durata calculului este apreciabil redusă față de timpul cerut de aplicarea metodelor special adaptate prelucrării electronice, care au numai avantajul deplinei generalități. Calculele prezentate s-au efectuat în cîteva ore; manual, cu ajutorul calculatoarelor de birou, lucrul ar fi durat zeci de ani. Economia de timp este apreciabilă. Pe lîngă aceasta, mulțimea de valori obținute permite precizarea numerică concretă a influenței diferiților parametri asupra procesului de ardere din motoarele rachetă.

Catedra aeronave și instalații de bord
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

BIBLIOGRAFIE

1. *G. B. Siniarev* și *M. V. Dobrovolski* Jidkostnie raketnie dvigateli, Moskova, 1957;
2. *G. P. Sutton* Rocket Propulsion Elements, New-York, 1958;
3. *A. P. Vasiliev* și *alții* Osnovî teorii i rasciota jidkostnih raketnih dvigatelei, Moskova, 1967;
4. *M. Barrére* și *alții* Rocket Propulsion, Amsterdam, 1960;
5. *V. E. Alemasov* Teoriia raketnih dvigatelei, Moscova, 1962;
6. *F. A. Williams* Combustion Theory, Reading, Massachusetts, London, 1965;
7. *R. J. Prien* Liquid Rocket Combustion, an Aerodinamically Controled Process, NASA, XVIII-th International Astronautical Congress, Belgrad, 1967;
8. *T. P. Torda* și *alții* Investigation of Liquid Propellants in high-temperature Gaseous Environements, XIX-th International Astronautical Congress, New-York, 1968;
9. *P. Dimo* Programarea în FORTRAN, București, 1971;
10. *M. Barrére* și *R. Prud'Homme* Les Equations Fondamentales de l'Aerothermochimie, Paris, 1973;
11. *M. I. Seveliuk* Teoreticeskie osnovî proektirovaniia jidkostnih raketnih dvigatelei, Moskova, 1960;
12. *V. P. Gluşko* Disoțiația v raketnom dvigatele, Raketnaia tehnika nr. 4/1937, pag. 60.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 3
BUCUREŞTI

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

C.Z. :621.367

INFLUENŢA PARAMETRILOR ELECTRICI ŞI MECANICI ASUPRA INTERSTIŢIULUI SCULĂ PIESA LA PRELUCRAREA ELECTROCHIMICA

M. MINCĂ, C. TARCOLEA, O. ALEXANDRU, I. FILIPESCU

Prelucrarea electrochimică pune la îndemîna proiectantului mijloace de executare a unor piese complicate, fără a mai fi obligat a căuta compromisuri între forma ideală a piesei şi posibilităţile de executare prin aşchiere. Prelucrarea se face fără contact între sculă şi piesă, folosindu-se un curent electric continuu, iar ca mediu activ electrolit. Piesa se conectează drept anod, iar scula drept catod. Spaţiul dintre piesă şi sculă se numeşte interstiţiul de prelucrare şi are valori în intervalul [0,02 mm; 1 mm], valori care se aleg în funcţie de precizia dimensională, de natura electrolitului folosit şi de parametrii de lucru ai prelucrării.

Forma sculei se copiază în semifabricat (fig. 1); între cei doi electrozi se găseşte interstiţiul de prelucrare care este străbătut de soluţia de electrolit.

Baza de calcul a interstiţiului sculă-piesă în prelucrarea electrochimică porneşte de la legea lui Faraday, pentru prelucrarea electrochimică;

(1) $m_t = K \cdot I \cdot t$, unde m_t este masa teoretică dizolvată,

(2) $K = \frac{A}{Z} \frac{1}{96 \cdot 500}$ (g/AS), K — constanta de echivalenţă electrochimică a materialului prelucrat, A — greutatea atomică a materialului erodat, Z — valenţa materialului erodat, I — intensitatea curentului, iar t — timpul în secunde.

Masa erodată este influenţată de compoziţia electrolitului şi de condiţiile de prelucrare ca urmare a unor fenomene secundare din procesul de electroliză cum sînt: pierderile pe rezistenţa eletrolitului, reacţiile secundare, polarizarea electrozilor sculă-piesă etc.

Deoarece (3) $m_t = \frac{m_{ef}}{\eta}$, unde m_{ef} — este masa erodată reală, η este randamentul prelucrării şi ţinînd seama şi de (2), relaţia (1) devine:

(4) $$\frac{m_{ef}}{\eta} = \frac{A}{Z} \cdot \frac{1}{96\,500} I \cdot t\,(g)$$

* Manuscris predat redacţiei la data de 26 decembrie 1973.

Dar (5) $m_{ef} = V\rho_m$, unde V este volumul de material prelevat la anod (cm^3) şi ρ_m — densitatea materialului prelevat şi atunci (4) devine (6)

$$V = \frac{A}{Z} \cdot \frac{\eta}{96\,500} \cdot \frac{I \cdot t}{\rho} (cm^3).$$

Pe de altă parte, ţinînd seama în legea lui Ohm, de faptul că $R_e = \frac{\varkappa \cdot S}{a}$, unde a este interstiţiul sculă — piesă, $\varkappa$ — conductivitatea specifică a soluţiei, S — suprafaţa electrodului, iar R_e rezistenţa stratului de electrolit dintre electrozi, intensitatea I, se exprimă astfel:

(7) $$I = \frac{U \cdot \varkappa S}{a}$$ şi înlocuind în (6) avem:

(8) $$V = \frac{A}{Z} \cdot \frac{\eta}{96.500} \cdot \frac{U \varkappa S}{a} \frac{t}{\rho_m}$$

Volumul specific de material prelevat, adică volumul de material prelevat în timp de 1 sec. la un curent de 1 A, se poate exprima prin relaţia

(9) $$V_{sp} = \frac{V}{I \cdot t} (cm^3/A.S).$$

Ţinînd seama de (9) în (6) obţinem (10) $V_{sp} = \frac{A}{Z} \cdot \frac{\eta}{96.500} \cdot \frac{1}{\rho_m} (cm^3/A.S)$

Pe de altă parte, viteza de eroziune W, se poate exprima cu ajutorul volumului specific V_{sp},

(11) $$W = V_{sp} J = V_{sp} \frac{I}{S} = V_{sp} \frac{U\varkappa}{a} (cm/s)$$

Rezultă atunci: (12) $a = \frac{U \varkappa}{W} V_{sp}$, adică interstiţiul de prelucrare.

În funcţie de interstiţiul frontal se pot calcula, interstiţiul lateral şi cel normal, (13) $a_s = \sqrt{2\,a\,b}$ şi respectiv (14) $a_n = \frac{a}{\sin \alpha}$, unde b este grosimea plăcii profilate (fig. 1), iar α este unghiul de înclinare al conturului în grade.

Pentru o precizie de reproducere cît mai bună, sînt de dorit valori mici pentru interstiţiu, ceea ce implică, după (12), a se lucra cu viteze mari W; dar deoarece W este direct proporţional cu densitatea de curent, după cum rezultă din (11), reiese că atunci, trebuie folosit un curent de mare intensitate, ceea ce va produce în electrolit temperatură ridicată.

Intensități de curent prea mari pot să aducă electrolitul pînă la fierbere și prin aceasta procesul de erodare este întrerupt. Este nedorită chiar și o ridicare de temperatură care nu atinge punctul de fierbere al electrolitului, deoarece după (12) a este proporțional cu $\varkappa$ și $\varkappa$ crește foarte mult cu temperatura. Încălzirea admisibilă a electrolitului determină deci viteza de adîncire cea mai mare posibilă.

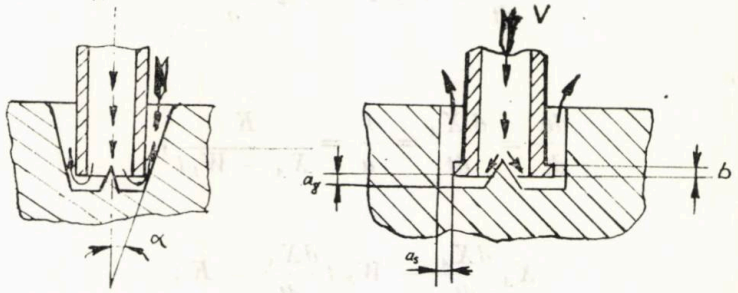


Fig. 1

Pentru a menține redusă creșterea de temperatură, se poate ca printr-o mărire a tensiunii să se mărească interstițiul și în acest fel să se mărească pătrunderea de lichid electrolitic. Un interstițiu mare reduce însă precizia de reproducere. Pentru a mări pătrunderea de lichid se poate mări și presiunea,; dar în cazul vitezelor ridicate se formează șanțuri.

Calculele de mai sus sînt valabile în cazul cînd electrodul și piesa au direcția transversală față de avansul electrodului secțiuni constante, respectiv deplasîndu-se reciproc axial în așa fel încît fețele frontale opuse ale electrodului și piesei să se suprapună plan paralel.

În cazul prelucrării electrochimice cu electrozi avînd unghiuri diferite ale porțiunilor de profile, curentul și valoarea medie a interstițiului sculă piesă, vor fi stabilite în funcție de timp.

Din fig. 2, rezultă poziția spațială a electrodului și piesei funcție de timp, respectiv notațiile pentru unele mărimi la prelucrarea electrolitică a unui profil spațial.

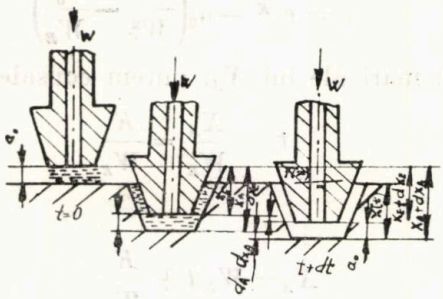


Fig. 2. Poziția spațială a electrodului sculă și piesei în cazul dizolvării electrolitice a metalului între fețele frontale în funcție de timp

După conectarea curentului electric și punerea în mișcare a electrodului cu W_E, începe să intre în soluție materialul preluat din suprafața

piesei. Pînă la momentul t, electrodul s-a deplasat cu cantitatea (15) $X_E = W_E t$; suprafaţa piesei se va afla acum faţă de poziţia sa iniţială la distanţa (16) $X_A = X_E + a$.

În baza legii Faraday obţinem relaţia (17)

$$\frac{dV}{dt} = V_{sp} \cdot I = V_{sp} \frac{U \times S}{a}$$

Deoarece

$$\frac{da}{dt} = \frac{d X_A}{dt} = \frac{k}{a} = \frac{K}{X_A - W_E t},$$

obţinem

$$X_A \frac{dX_A}{dt} - W_E t \frac{dX_A}{dt} = K; \tag{18}$$

intervertind rolul funcţiei cu al variabilei obţinem ecuaţia lineară

$$\frac{dt}{dX_A} + \frac{W_E}{K} t = \frac{X_A}{K}, \tag{19}$$

cu soluţia generală

$$t = e^{-\frac{W_E}{K}} \cdot X_A \cdot c + \frac{X_A}{W_E} - \frac{K}{W_E^2} \tag{20}$$

Determinăm constanta de integrare din condiţia iniţială $t = 0$, $X_A = a_0$ şi obţinem

$$c = e^{\frac{W_E}{K}} - a_0 \left(\frac{K}{W_E^2} - \frac{a_0}{W_E} \right) \tag{21}$$

Pentru valori mari ale lui X_A, putem considera

$$t = \frac{X_A}{W_E} = \frac{K}{W_E} \tag{22}$$

sau

$$X_A = W_E t + \frac{K}{W_E} \tag{23}$$

sau încă

$$a_g = X_A - X_E = \frac{K}{W_E} \cdot \tag{24}$$

Deci la valori mari ale lui X_A și deci și ale lui t, mărimea interstițiului este constantă, se atinge o stare de echilibru; cu a_g am notat mărimea interstițiului în stare de echilibru. Dacă în (20) înlocuim constanta c din (21) și ținem seama de (24) obținem

$$(25) \qquad t = \frac{1}{W_E}\left[X_A - a_g + (a_g - a_0)\exp\frac{a_0 - X_A}{a_g}\right]$$

Deoarece $X_E = W_E t$, obținem

$$(26) \qquad X_A - X_E = a_g + (a_g - a_0)\exp\frac{a_0 - X_A}{a_g}$$

Vom face următoarele notații:

$\alpha = \frac{a}{a_g}$ — mărimea relativă a interstițiului la timpul t

$\alpha_0 = \frac{a_0}{a_g}$ — mărimea relativă a interstițiului la $t = 0$

$\xi_E = \frac{X_E}{a}$ — mărimea relativă a cursei electrodului,

$\xi_A = \frac{X_A}{a_g}$ — grosimea relativă a materialului prelevat.

Ținînd seama de aceste notații (26) devine

$$(27) \qquad \xi_A - \xi_E = 1 + (1 - \alpha_0)\exp(\alpha_0 - \xi_A)$$

Din egalitatea (15) obținem (28) $\frac{X_E}{a_g} = \frac{W_E}{a_g} t$;
introducem expresia relativă a timpului

$$(29) \qquad \tau = \frac{W_E}{a_g} t \text{ și atunci obținem } (30) \quad \xi_E = \tau$$

În stare de echilibru $t \to \infty$; $\tau \to \infty$; se obține expresia variației în timp a grosimii relative a materialului preluat:

$$(31) \qquad \xi_A = \xi_E + 1 = \tau + 1$$

Rezultă că în cazul adîncirii cu viteză constantă a electrodului, mărimea interstițiului tinde spre o valoare limită.

Pentru calculul unor valori medii ale curentului și ale interstițiului de echilibru dintre sculă și piesă se fac următoarele ipoteze simplificatoare:

— Eletrodul se deplasează cu viteză de avans constantă

— Electrodul și piesa se află sub tensiune continuă, avînd valoarea constantă

— Volumul specific de metal detaşat este constant

— La timpul $t = 0$, valoarea iniţială a interstiţiului a_0, se presupune reglată, astfel încît să corespundă interstiţiului de prelucrare a_g (de echilibru).

— Interstiţiul frontal nu se mai modifică în timpul procesului de prelucrare.

La profilarea electrolitică, elementului de cursă ΔX a electrodului, îi va corespunde elementul de volum ΔV,

$$\Delta V = S(x)\,\Delta X; \tag{32}$$

trecînd la limita pentru $t \to 0$, obţinem

$$\frac{dV}{dt} = S(x)\frac{dX}{dt} \tag{33}$$

Conform legii lui Faraday

$$I(t) = \frac{S(x)}{V_{sp}}\,\frac{dX}{dt} \tag{34}$$

Dacă în relaţia (34) ţinem seama de faptul că $\frac{dX}{dt}$ reprezintă viteza de avans a electrodului şi X este $V \cdot t$, obţinem pentru intensitatea curentului expresia

$$I(t) = \frac{W}{V_{sp}}\,S(V\,t). \tag{35}$$

Deoarece datorită unor motive de ordin tehnologic, mărimea secţiunii $S(x)$ nu poate fi decît uniformă, intensitatea curentului va creşte continuu în cursul procesului de profilare eletrolitică. Valoarea maximă I a acestei intensităţi este atinsă la terminarea profilării la timpul $t = te$) şi se exprimă prin relaţia

$$I_e(te) = \frac{W}{V_{sp}} \cdot S(V\,t). \tag{36}$$

Din relaţiile (35) şi (36) obţinem :

$$\frac{I(t)}{I_e(te)} = \frac{S(V\,t)}{S(Vte)} \tag{37}$$

Pentru calcularea curentului, respectiv a consumului de lucru mecanic, I_m avem :

$$I_m = \frac{1}{t_e}\int_0^{te} I(t)\,dt. \tag{38}$$

Echivalentul electric ale lucrului mecanic consumat va fi

$$A = U I_m te. \tag{39}$$

Prin alegerea sursei de curent continuu interesează însă în principal valoarea mediei pătratice a intensității I_{eff}.

Pentru calcularea conductivității electrice a instalației, se poate presupune că conductivitatea electrodului este cu cîteva oridine de mărime inferioară, celei a electrodului, respectiv a materialului piesei. Dacă se notează cu $S_1(x)$ suprafața piesei care este în contact cu electrolitul, pentru conductivitatea electrică este adevărată relația:

$$y(t) = \frac{\varkappa \cdot S_1(x)}{a_m(t)} = \frac{\varkappa \cdot S_1(V \cdot t)}{a_m(t)}, \tag{40}$$

unde a_m reprezintă valoarea medie a interstițiului la timpul t. Deoarece $y(t) = \frac{I(t)}{U}$, se obține pentru valoarea medie a interstițiului noua expresie

$$a_m(t) = \varkappa F(V \cdot t) \frac{U}{I(t)} \tag{41}$$

Dacă împărțim relația (41) cu a_g și ținînd seama de expresia intensității, obținem

$$\frac{a_m(t)}{a_g} = \frac{S_1(V t)}{S(V t)}.$$

După cum rezultă din relațiile care definesc interstițiul, lățimea acestuia variază în funcție de formele geometrice ale gravurilor, de tensiune, conductivitatea electrolitului, de viteza de adîncire și de forma sculei.

Mărimea interstițiului trebuie să fie luată în considerare la proiectarea electrodului sculă, pentru că de această mărime depinde precizia piesei realizate.

Datorită faptului că, cîmpul electric și prin urmare curentul nu se formează numai la interstițiul frontal ca în cazul procesului de eroziune electrică ci și la interstițiul lateral, electrozii, pentru adîncirea de găuri înfundate prismatice, sînt complet izolați, în afară de partea care formează profilul fig. (3).

Din această lățime și din parametrii de lucru se calculează mărimea interstițiului lateral a. Se pot realiza în acest fel precizia de lucru 0,05 mm și chiar mai mică, deoarece corijarea electrodului sculă se poate face cu mare ușurință și precizie. Realizarea preciziei relativ la insterstițiu este însă mai dificilă și de aceea aplicarea procesului adîncirii electrodului pentru executarea formelor în spațiu este avantajoasă la un număr mare de piese.

Calitatea suprafeței crește la procedeul de prelucrare electrochimic cu densitatea de curent, adică cu capacitatea de erodare, complet contrar

ca în cazul prelucrării prin scîntei electrice. De aceea în cazul erodării electrochimice nu există mai multe trepte de operaţii (degroşare, finisare, suprafinisare).

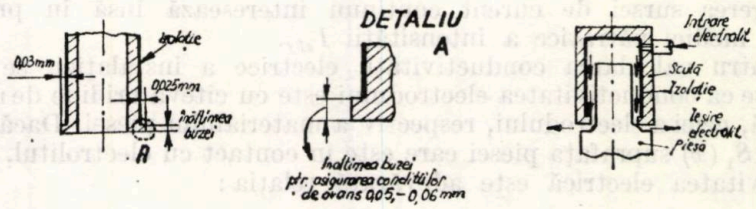


Fig. 3. Modul de izolare a sculei

Tot pe baza relaţiilor rezultate în funcţie de diametrul care se prelucrează şi intensitatea curentului se poate determina viteza de adîncire a electrodului sculă către piesă, după cum rezultă şi din nomograma

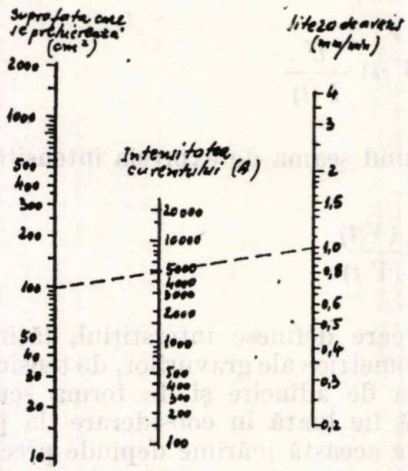


Fig. 4. Determinarea vitezei de avans

din fig. 4, neţinîndu-se cont de parametrii mecanici ai prelucrării, parametri care se consideră optimi, aleşi în funcţie de cei electrici.

Catedra de tehnologia construcţiei de maşini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Weiss, H.* — Electrolytische Bearbeitungsverfahren V.D.I. z 109/1967.
2. *Geisel, H.* — Werhstattund Betrieb R.F. a Germaniei 102/1969.
3. *L. Gemirand* — La Machine outil francaise 33 nr. 240/1968.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 3
BUCUREŞTI

ENERGETICĂ

C.Z. : 621.3.016.4

STABILIREA RELAŢIILOR DE CALCUL ALE COEFICIENŢILOR MODELULUI MATEMATIC CE CARACTERIZEAZĂ REGIMUL DE FUNCŢIONARE AL UNUI SISTEM ELECTRIC REGLAT.**

H. LAZĂR, C. MUCICHESCU

I. Consideraţii generale

Într-un articol anterior [5] s-a stabilit modelul matematic pentru stadiul stabilităţii statice a unui sistem electric format din n blocuri generator — transformator identice, legate printr-o linie la sistemul electric, cu considerarea acţiunii regulatoarelor automate de excitaţie. Conform acestui model matematic, comportarea în regim de mici oscilaţii a oricăruia din cele n generatoare, este descrisă printr-un sistem de patru ecuaţii diferenţiale liniare, corespunzătoare respectiv, proceselor electromecanice din generator, proceselor electromagnetice, sistemului de excitaţie şi regulatorului de excitaţie:

$$
\begin{aligned}
&\text{a)} \quad [J_1 s^2 + S_{\delta 11} + (n-1)\, S_{\delta 12}]\, \Delta\delta + S_{E11}\, \Delta E_d = 0 \\
&\text{b)} \quad N_{11}\, s \Delta\delta + \{1 + [T_{d11} + (n-1)\, T_{d12}]\, s\}\, \Delta E_d = K_{d1}\, \Delta U_f \\
&\text{c)} \quad (1 + T_{f1} s)\, \Delta U_f = K_{f1}\, \Delta U_r^{*} \\
&\text{d)} \quad \frac{A_1(s)}{B_1(s)} K_{R1} \left\{ \left[\frac{\partial R_1}{\partial \delta_1} + (n-1) \frac{\partial R_1}{\partial \delta_2} \right] \Delta\delta + \right. \\
&\qquad \left. + \left[\frac{\partial R_1}{\partial E_{d1}} + (n-1) \frac{\partial R_1}{\partial E_{d2}} \right] \Delta E_d \right\} + \\
&+ \frac{A_1'(s)}{B_1(s)} K_R' s \left\{ \left[\frac{\partial R_1'}{\partial \delta_1} + (n-1) \frac{\partial R_1'}{\partial \delta_2} \right] \Delta\delta + \left[\frac{\partial R_1'}{\partial E_{d1}} + (n-1) \frac{\partial R_1'}{\partial E_{d2}} \right] \Delta E_d \right\} + \\
&+ \frac{A_1''(s)}{B_1(s)} K_{R1}'' s^2 \left\{ \left[\frac{\partial R_1''}{\partial \delta_1} + (n-1) \frac{\partial R_1''}{\partial \delta_2} \right] \Delta\delta + \left[\frac{\partial R_1''}{\partial E_{d1}} + (n-1) \frac{R_1''}{E_{d2}} \right] \Delta E_d \right\} = \Delta U_r
\end{aligned}
\tag{1}
$$

* În cazul în care sistemul de excitaţie este realizat cu elemente statice, ecuaţia ia forma : $\Delta U_f = K_{f1} \Delta U_r$.

** — Manuscris predat redacţiei la data de 13 februarie 1973.

Modelul matematic este format, deci, din n sisteme de ecuaţii de forma (1). În figura 1. este reprezentat sistemul electric considerat.

În [4] s-a analizat influenţa structurii şi valorilor parametrilor regulatorului de excitaţie asupra stabilităţii statice a sistemului format dintr-un generator sincron, conectat prin intermediul unui transformator şi al unei

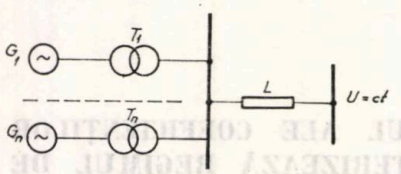


Fig. 1

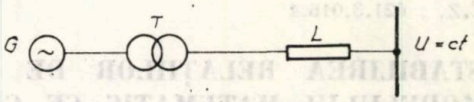


Fig. 2

linii la o bară de tensiune constantă. Pentru a putea aplica rezultatele obţinute în [4], în cazul frecvent întîlnit în practică, al unei centrale prevăzute cu n blocuri generator -transformator identice şi avînd acelaşi punct de funcţionare iniţial, este necesar să se găsească modelul matematic al unui sistem electric echivalent, generator,transformator-linie-bară de tensiune constantă, coeficienţii ecuaţiilor acestui model fiind funcţie de parametrii sistemului real. Cu alte cuvinte, trebuie făcută trecerea de la sistemul electric din fig. 1 la cel prezentat în fig. 2.

În cele ce urmează, se dă răspunsul la această problemă.

II. — *Modelul matematic al sistemului echivalent.*

II. — 1. *Ecuaţia proceselor electromecanice.*

Această ecuaţie este de forma (1a)

$$(Js^2 + S_\delta)\,\Delta\delta + S_E\,\Delta E_d = 0 \tag{2}$$

în care :

$$S_\delta = \frac{\partial P_e}{\partial \delta} = \frac{E_d U}{X_d}\cos\delta, \quad S_E = \frac{\partial P_e}{\partial E_d} = \frac{U}{X_d}\sin\delta$$

Trebuie determinate valorile coeficienţilor acestei ecuaţii (J, S_δ, S_E), în funcţie de parametrii elementelor componente ale sistemului real.

Această operaţie se face scriind ecuaţia echivalentă celor n ecuaţii de tipul (1a), rezultată prin însumarea acestora, şi apoi identificînd coeficienţii. Ecuaţiile (1a) fiind identice pentru toate generatoarele, rezultatul adunării lor prezintă factor comun pe n şi deci ecuaţia echivalentă se confundă cu aceea corespunzătoare unui generator (rezultatul se obţine în urma simplificării cu n). De remarcat că acelaşi lucru se întîmplă şi în cazul ecuaţiilor (1 b), (1 c), (1 d).

Din compararea ecuaţiilor (1 a) şi (2) rezultă :

$$\text{a) } J = J_1 \quad \text{b) } S_\delta = S_{\delta 11} + (n-1)\,S_{\delta 12} \quad \text{c) } S_E = S_{E11} \tag{3}$$

În aceste relaţii [5]

$$S_{\delta 11} = E_{d1}\left(\frac{E_{d1}}{X_{11}} - I_{d1}\right) \tag{4}$$

$$S_{\delta 12} = \frac{E_{d1}^2}{X_{12}} \tag{5}$$

$$S_{E11} = \frac{U}{X_{1,n+1}} \sin\delta \tag{6}$$

Introducînd (4) și (5) în (3 b) se obține:

$$S_\delta = \frac{E_{d1}^2}{X_{11}} - E_{d1} I_{d1} + (n-1)\frac{E_{d1}^2}{X_{12}} \tag{7}$$

Ținînd cont de expresia curentului I_{d1} [5]:

$$I_{d1} = \frac{E_{d1}}{X_{11}} - (n-1)\frac{E_{d1}}{X_{12}} - \frac{U}{X_{1,n+1}} \cos\delta \tag{8}$$

relația (7) devine

$$S_\delta = \frac{E_{d1} U}{X_{1,n+1}} \cos\delta \tag{9}$$

Reactanța $X_{1,n+1}$ care intervine în (9), este prin definiție:

$$X_{1,n+1} = \frac{U}{I_{1,n+1}} \tag{10}$$

unde prin $I_{1,n+1}$ s-a notat curentul furnizat de generatorul 1 în linia electrică de reactanță X_{n+1}. În fig. 3 este prezentată schema de calcul cu ajutorul căreia se poate determina reactanța $X_{1,n+1}$.

Conform acestei scheme:

$$I_{1,n+1} = \frac{1}{n} \frac{U}{\frac{1}{n}(X_{dG1} + X_{T1}) + X_L} = \frac{U}{X_{dG1} + X_{T1} + nX_L} \tag{11}$$

Din identificarea relațiilor (10) și (11) rezultă:

$$X_{1,n+1} = X_{dG1} + X_{T1} + nX_L \tag{12}$$

care, introdusă în (9), conduce la:

$$S_\delta = \frac{E_{d1} U}{X_{dG1} + X_{T1} + nX_L} \cos\delta \tag{9'}$$

Avînd în vedere că

$$E_{d1} = E_{d2} = \ldots = E_{dn} = E_d \tag{13}$$

reactanţa echivalentă X_d are expresia:

$$X_d = X_{dG1} + X_{T1} + nX_L \tag{14}$$

Valoarea coeficientului S_E rezultă imediat, considerînd valoarea reactanţei $X1, n+1$ dată de (12):

$$S_E = \frac{U}{X_{dG1} + X_{T1} + nX_L} \sin\delta \tag{15}$$

Ca o concluzie la cele de mai sus, se poate afirma că:

— momentul de inerţie al generatorului sistemului electric echivalent este egal cu momentul de inerţie al unuia din cele n generatoare identice.

— reactanţa globală a sistemului electric echivalent este egală cu reactanţa unui bloc generator-transformator adunată cu de n ori reactanţa liniei de legătură.

II. — 2. *Ecuaţia proceselor electromagnetice din înfăşurarea rotorică.*

Ecuaţia proceselor electromagnetice din înfăşurarea rotorică a generatorului echivalent este [3]:

$$Ns\,\Delta\delta + (1 + T'_d s)\,\Delta E_d = K_d\,\Delta U_f \tag{16}$$

Comparînd (16) cu (1 b) rezultă:

$$N = N_{11} \tag{17}$$

$$T'_d = T_{d11} + (n-1)\,T_{12} \tag{18}$$

unde [5]:

$$N_{11} = -\,T_{d01}(X_{dG1} - X'_{dG1})\,\frac{U}{X_{1,n+1}} \sin\delta \tag{19}$$

$$T_{d11} = T_{d01}\left(1 - \frac{X_{dG1} - X'_{dG1}}{X_{11}}\right) \tag{20}$$

$$T_{d12} = T_{d01}\,\frac{X_{dG1} - X'_{dG1}}{X_{12}} \tag{21}$$

Considerînd în (19) expresia reactanţei $X_{1,n+1}$ calculată anterior, şi ţinînd cont de notaţia (14) se ajunge la:

$$N = -\,T_{d01}U\,\frac{X_{dG1} - X'_{dG1}}{X_d} \sin\delta \tag{22}$$

Introducînd (20) și (21) în (18) se obține:

$$T'_d = T_{d01}\left\{1-(X_{dG1}-X'_{dG1})\left[\frac{1}{X_{11}}-(n-1)\frac{1}{X_{12}}\right]\right\} \tag{23}$$

Diferența din paranteza dreaptă poate fi exprimată în funcție de reactanța X ; pentru aceasta, se pornește de la relația:

$$I_{11}-(n-1)I_{12}=I_{1,n+1}$$

care rezultă scriind legea a II.-a a lui Kirchoff în nodul a al schemei de calcul din fig. 4 și ținînd cont de identitatea celor n blocuri generator-transformator Considerînd reactanțele de calcul X_{11}, X_{12} și $X_{1,n+1}$, această relație ia forma:

$$\frac{E_{d1}}{X_{11}}-(n-1)\frac{E_{d1}}{X_{12}}=\frac{E_{d1}}{X_{1,n+1}}$$

echivalentă cu:

$$\frac{1}{X_{11}}-(n-1)\frac{1}{X_{12}}=\frac{1}{X_{1,n+1}} \tag{24}$$

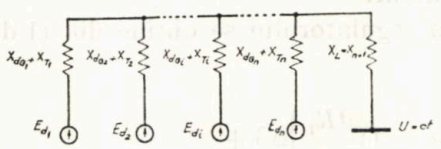


Fig. 3

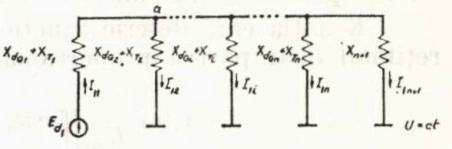


Fig. 4

Introducînd (24) în (23) și ținînd cont de relația (14) se obține:

$$T'_d = T_{d01}\left(1-\frac{X_{dG1}-X'_{dG1}}{X_d}\right) \tag{25}$$

II.-3 Ecuația sistemului de excitație

Această ecuație este identică cu aceia valabilă pentru fiecare din sistemele de excitație ale celor n generatoare (1 c):

$$(1+T_f s)\,\Delta U_f = K_f\,\Delta U_r \tag{26}$$

Deci:

$$T_f = T_{f1} \tag{27}$$

$$K_f = K_{f1} \tag{28}$$

II.-4 Ecuația regulatorului de excitație

Sub forma cea mai generală, ecuația regulatorului de excitație al generatorului echivalent este:

$$\frac{A(s)}{B(s)} K_R\left(\frac{\partial R}{\partial \delta}\Delta\delta + \frac{\delta R}{\delta E_d}\Delta E_d\right) + \frac{A'(s)}{B(s)} K'_R s\left(\frac{\partial R'}{\partial \delta}\Delta\delta + \frac{\partial R'}{\partial E'_d}\Delta E_d\right) + \tag{29}$$

$$+\frac{A''(s)}{B(s)} K''_R s^2\left(\frac{\partial R''}{\partial \delta}\Delta\delta + \frac{\partial R''}{\partial E_d}\Delta E_d\right) = \Delta U_r$$

Determinarea coeficienților acestei ecuații în funcție de parametrii elementelor sistemului real are sens numai în condițiile precizării structurii regulatorului de excitație și a parametrilor pe care acesta îi controlează În cele ce urmează se rezolvă această problemă pentru cazul uzual al regulatorului proporțional care reglează excitația în funcție de tensiunea U_G dela bornele generatorului și de curentul statoric al acestuia, I. Pentru un regulator individual funcția R are forma:

$$R_1 = KI_1 - U_{G1} \tag{30}$$

în care, s-a folosit, ca și în ecuațiile precedente, indicele 1 ca indice general, valabil pentru oricare din cele n generatoare.

Ecuația care descrie funcționarea regulatorului se obține din (1 d), reținînd doar partea proporțională):

$$\frac{A_1(s)}{B(s)} K_{R1}\left\{\left[\frac{\partial R_1}{\partial \delta_1} + (n-1)\frac{\partial R_1}{\partial \delta_2}\right]\Delta\delta + \right.$$

$$\left. + \left[\frac{\partial R_1}{\partial E_{d1}} + (n-1)\frac{dR_1}{dE_{d2}}\right]\Delta E_d\right\} = \Delta U_r \tag{31}$$

Ecuația corespunzătoare regulatorului echivalent are forma:

$$\frac{A(s)}{B(s)} K_R\left(\frac{\partial R}{\partial \delta}\Delta\delta + \frac{\partial R}{\partial E_d}\Delta E_d\right) = \Delta U_r \tag{32}$$

Din (31) și (32) rezultă:

$$\frac{\partial R}{\partial \delta} = \frac{\partial R_1}{\partial \delta_1} + (n-1)\frac{\partial R_1}{\partial \delta_2} \tag{33}$$

$$\frac{\partial R}{\partial E'_d} = \frac{\partial R_1}{\partial E_{d1}} + (n-1)\frac{\partial R_1}{\partial E_{d2}} \tag{34}$$

în care, ținînd cont de (30):

$$\frac{\partial R_1}{\partial \delta_1} = K\frac{\partial I_1}{\partial \delta_1} - \frac{\partial U_{G1}}{\partial \delta_1};\ \frac{\partial R_1}{\partial E_{d1}} = K\frac{\partial I_1}{\partial E_{a1}} - \frac{\partial U_{G1}}{\partial E_{d1}}$$

$$\frac{\partial R_1}{\partial \delta_2} = K\frac{\partial I_1}{\partial \delta_2} - \frac{\partial U_{G1}}{\partial \delta_2};\ \frac{\partial R_1}{\partial E_{d2}} = K\frac{\partial I_1}{\partial E_{d2}} - \frac{\partial U_{G1}}{\partial E_{d2}} \tag{35}$$

Valorile derivatelor parțiale care intervin în partea dreaptă a acestor relații se calculează în funcție de parametrii sistemului [4]:

$$\frac{\partial I_1}{\partial E_{d1}} = \frac{I_{d1}}{X_{11} I_1};\ \frac{\partial I_1}{\partial \delta_1} = \frac{E_{d1} I_{q1}}{X_{11} I_1}$$

$$\frac{\partial I_1}{\partial E_{d2}} = -\frac{I_{d1}}{X_{12} I_1};\ \frac{\partial I_1}{\partial \delta_2} = -\frac{E_{d2} I_{q1}}{X_{12} I_1} \tag{36}$$

și

$$\frac{\partial U_{G1}}{\partial E_{d1}} = \frac{E_{d1} - X_{dG1} I_{d1}}{U_{G1}}\left(1 - \frac{X_{dG1}}{X_{11}}\right);\ \frac{\partial U_{G1}}{\partial E_{d2}} = \frac{E_{d1} - I_{d1} X_{dG1}}{U_{G1}} \cdot \frac{X_{dG1}}{X_{12}}$$

$$\frac{\partial U_{G1}}{\partial \delta_1} = -\frac{E_{d1} I_{q1} X_{dG1}}{U_{G1}}\left(1 - \frac{X_{dG1}}{X_{11}}\right);\ \frac{\partial U_{G1}}{\partial \delta_2} = -\frac{E_{d1} I_{q1} X_{dG1}}{U_{G1}} \cdot \frac{X_{dG1}}{X_{12}} \tag{37}$$

Valoarea reactanței X_{12} rezultă din (24):

$$X_{12} = \frac{n-1}{\dfrac{1}{X_{11}} - \dfrac{1}{X_{1,n+1}}} = \frac{n-1}{\dfrac{1}{X_{dG1} + X_{T1}} - \dfrac{1}{X_{dG1} + X_{T1} + nX_L}} \tag{38}$$

Înlocuind valorile derivatelor parțiale date de (36) și (37), calculate pentru punctul de funcționare inițial, în (35) și apoi acestea din urmă, în (33) și (34), se obțin coeficienții ecuației care descrie comportarea regulatorului de excitație echivalent.

De remarcat faptul că valoarea coeficientului de amplificare K al regulatorului echivalent este identică cu aceea a coeficientului de amplificare al oricăruia dintre regulatoarele individuale. Ca urmare, concluziile privind acordarea regulatorului echivalent, obținute pe baza modelului matematic al sistemului electric echivalent, format din ecuațiile (2), (16), (26), și (32), vor fi valabile și pentru acordarea regulatoarelor proprii fiecărui generator din ansamblu.

Concluzii

1. — În lucrare se stabilesc expresiile de calcul ale coeficienților ecuațiilor diferențiale care caracterizează comportarea în regim dinamic a grupului echivalent cu cele n grupuri care lucrează în paralel pe barele unei centrale electrice și debitează energia într-un sistem electric prin intermediul unei linii.

2. — Relațiile de calcul obținute permit stabilirea coefiienților menționați la punctul 1 în funcție de parametrii cunoscuți ai elementelor componente ale sistemului analizat.

3. — În expresiile stabilite sînt incluși toți parametrii sistemului de reglare ai excitației grupurilor, a căror modificare are o influență hotărîtoare asupra stabilității statice a sistemului studiat.

4. — Prin ajustarea adecvată a parametrilor reglabili ai sistemelor de excitație, se poate asigura funcționarea stabilă, din punct de vedere static a sistemului electric considerat, cu o rezervă de stabilitate impusă.

Catedra de centrale electrice,
Institutul politehnic, „Gheorghe Gheorghiu—Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *C. V. Mihnevici, G. F. Kozlovski* — Ustoicivost i kacestvo perehodnîh proțesov sistema reguirovania vozbijdenia, Ed. Nauk, 1960
2. *V. A. Venikov — Venikov* — Perehodnie electromehaniceskie proțesî velectriceskih sistemah, Ed. Energhia, 1964.
3. *P. S. Jdanov* — Ustoicivost electriceskih sistem, Gosenergoizdat, 1948.
4. *H.* Lazăr, C. Mucichescu ș.a. — Methodologie și criterii de alegere a structurii și parametrilor sistemelor de reglare automată a excitației generatoarelor sincrone. Partea I-a și a II-a, P.I.B., Centrul de Cercetări Energetice, 1971, 1972.
5. *H. Lazăr, C. Mucichescu* — Sistemul de ecuații care caracterizeaêă regimul de funcționare a n blocuri generator-transformator, cuplate printr-o linie, la un sistem de putere infinită. Buletinul Institutului politehnic Gheorghe Ggheorghiu-Dej" București Tom XXXVI, nr. 1, 1974.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 3
BUCUREȘTI

C.Z. :621.2.01

METODA DE REZOLVARE A PROBLEMEI STABILITĂȚII HIDRODINAMICE PRIN OBȚINEREA UNEI SOLUȚII EXACTE A ECUAȚIEI ORR-SOMMERFELD

VALERIU PANAITESCU

1. Formularea matematică a problemei

Se studiază stabilitatea unei mișcări laminare plane permanente, de exemplu mișcarea dintre doi pereți plani paraleli sau mișcarea în stratul-limită (fig. 1), caracterizată prin $U = U(y)$, $V = 0$, $P = P(x, y)$. Peste această mișcare se suprapun perturbațiile $u'(x,y,t)$, $v'(x,y,t)$ și $p'(x,y,t)$ Perturbația vitezei este dată de funcția de curent $\psi(x,y,t)$ [1]:

$$\psi(x, y, t) = \varphi(y)e^{i\alpha(x-ct)}; \quad u' = \frac{\partial\psi}{\partial y} = \varphi'(y)e^{i\alpha(x-ct)},$$
$$v' = -\frac{\partial\psi}{\partial x} = -i\alpha\varphi(y)e^{i\alpha(x-ct)}, \tag{1}$$

în care $\varphi(y)$ este amplitudinea complexă a perturbației ondulatorii. Mărimea α este o mărime reală, legată de lungimea de undă λ a perturbației prin relația $\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}$. Mărimea c este o mărime complexă, $c = c_r + ic_i$, în care c_r reprezintă viteza de deplasare a undei, iar c_i este viteza de amplificare; $c_i < 0$ caracterizează amortizarea perturbației, iar $c_i > 0$ caracterizează amplificarea perturbației.

Se introduc componentele vitezei și presiunea: $u = U + u'$, $v = v'$; $p = P + p'$, în ecuațiile Navier-Stokes, se neglijează termenii de gradul doi în raport cu u' și v' și se ține seama de faptul că mișcarea de bază verifică ecuațiile Navier-Stokes. Prin eliminarea presiunii în sistemul de ecuații astfel obținut rezultă ecuația diferențială a amplitudinii perturbației

$$(U - c)(\varphi'' - \alpha^2\varphi) - U''\varphi = -\frac{i}{\alpha Re}(\varphi^{IV} - 2\alpha^2\varphi'' + \alpha^4\varphi). \tag{2}$$

Această ecuație diferențială ordinară liniară de ordinul patru, cu coeficienți variabili (ecuația Orr-Sommerfeld), stă la baza studiului stabilității liniare a mișcărilor paralele și în primă aproximație (cel puțin) a miș-

Manuscris predat redacției la data de 1 noiembrie 1973

cărilor aproape paralele. Se menționează că această ecuație este adusă la forma adimensională prin împărțirea lungimilor la o lungime caracteristică δ și prin împărțirea vitezelor la viteza maximă U_m a mișcării de bază. Derivarea se face în raport cu variabila adimensională $\frac{y}{\delta}$. Numărul Reynolds este dat de relația $Re = \frac{U_m \delta}{\nu}$.

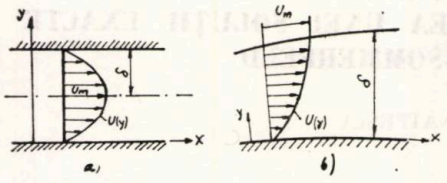


Fig. 1. Studiul stabilității liniare a unei curgeri laminare plane : a) curgerea între două plane paralele ; b) curgerea în stratul-limită.

Cele patru condiții la limită în care se rezolvă ecuația (2) se obțin din anularea valorilor u' și v' ale perturbației vitezei (1) pe frontierele domeniului în care are loc mișcarea studiată. Astfel, pentru cele două situații reprezentate în figura 1, condițiile la limită sînt :

$$\varphi(0) = \varphi'(0) = 0, \quad \varphi(2) = \varphi'(2) = 0 ; \tag{3}$$

$$\varphi(0) = \varphi'(0) = 0, \quad \varphi(\infty) = \varphi'(\infty) = 0. \tag{3'}$$

Studiul stabilității se reduce la problema valorilor proprii ale ecuației diferențiale (2) cu condițiile la limită corespunzătoare. Dacă curgerea de bază $U(y)$ este dată, atunci ecuația conține patru parametri și anume α Re, c_r și c_i. Din acești parametri numărul Reynolds al curgerii de bază este considerat dat, de asemenea trebuie considerată dată și lungimea de undă a mișcării perturbatoare, λ. Astfel ecuația diferențială (2) cu condițiile la limită corespunzătoare dă pentru fiecare pereche de valori α, Re funcția proprie $\varphi(y)$ și valoarea proprie complexă $c = c_r + ic_i$.

2. Metoda de construire a unei soluții exacte a ecuației diferențiale Orr-Sommerfeld

Principiul metodei propuse constă în reducerea acestei ecuații diferențiale ordinare de ordinul al patrulea cu coeficienți variabili în cîmp complex la o ecuație integrală de tipul Volterra de speța a doua, complexă.

Se introduce funcția f prin notația

$$f = \varphi'' - \alpha^2 \varphi. \tag{4}$$

Prin integrare se obține pentru amplitudinea φ expresia

$$\varphi = \frac{1}{\alpha} \int_0^y f(p) \operatorname{sh} \alpha(y - p)\, dp + C_1 \operatorname{ch} \alpha y + C_2 \operatorname{sh} \alpha y. \tag{5}$$

Impunînd funcției φ și derivatei sale primele două condiții la limită (3) sau (3') se obține $C_1 = C_2 = 0$. Cu această expresie a funcției φ ecuația (2) devine

$$\alpha(U - c) f - U'' \int_0^y f(p) \operatorname{sh} \alpha(y - p)\, dp = -\frac{i}{\alpha Re} (f'' - \alpha^2 f). \tag{6}$$

Se introduce funcția Φ prin

$$\Phi = f'' - \alpha^2 f. \tag{7}$$

Integrala generală a ecuației diferențiale este

$$f = \frac{1}{\alpha}\int_0^y \Phi(p)\,\mathrm{sh}\alpha(y-p)\,dp + A\,\mathrm{ch}\alpha y + B\,\mathrm{sh}\alpha y. \tag{8}$$

Se introduce expresia (8) a funcției f în ecuația integro-diferențială (6) și se ține seama de ecuația (7); se obține

$$\begin{aligned}(U-c)\int_0^y \Phi(p)\,\mathrm{sh}\alpha(y-p)\,dp + \alpha(U-c)A\,\mathrm{ch}\alpha y + \\ + \alpha(U-c)B\,\mathrm{sh}\alpha y - U''\int_0^y\left[\frac{1}{\alpha}\int_0^p \Phi(t)\,\mathrm{sh}\alpha(p-t)\,dt + \right. \\ \left. + A\,\mathrm{ch}\alpha p + B\,\mathrm{sh}\alpha p\right]\mathrm{sh}\alpha(y-p)\,dp = -\frac{i}{Re}\Phi.\end{aligned} \tag{9}$$

Se efectuează cîteva calcule asupra termenului al patrulea al primului membru al ecuației (9) și anume se schimbă ordinea de integrare în integrala dublă și se efectuează integralele prin transformarea produselor de funcții hiperbolice în sume. Se obține:

$$\begin{aligned}E(y) = -\frac{U''}{2\alpha}\int_0^y\left[(y-p)\,\mathrm{ch}\alpha(y-p) - \frac{1}{\alpha}\,\mathrm{sh}\alpha(y-p)\right]\Phi(p)\,dp - \\ - \frac{U''}{2}Ay\,\mathrm{sh}\alpha y - \frac{U''}{2}By\,\mathrm{ch}\alpha y + \frac{U''}{2}B\mathrm{sh}\alpha y.\end{aligned} \tag{10}$$

Se introduce această expresie în ecuația (9), se grupează convenabil termenii, se introduc notațiile

$$K(y,p) = \left(c - U - \frac{U''}{2\alpha^2}\right)\mathrm{sh}\alpha(y-p) + \frac{U''}{2\alpha}(y-p)\,\mathrm{ch}\alpha(y-p), \tag{11}$$

$$\begin{aligned}F(y) = \alpha A Re\left[(c-U)\,\mathrm{ch}\alpha y + \frac{U''}{2\alpha}y\mathrm{sh}\alpha y\right] + \\ + \alpha BRe\left[\left(c - U - \frac{U''}{2\alpha^2}\right)\mathrm{sh}\alpha y + \frac{U''}{2\alpha}y\mathrm{ch}\alpha y\right]\end{aligned} \tag{12}$$

și rezultă

$$\Phi(y) + iRe\int_0^y K(y, p)\,\Phi(p)\,dp = -iF(y). \tag{13}$$

S-a obținut o ecuație integrală de tipul Volterra de speța a doua, complexă, în care funcția necunoscută este funcția $\Phi(y)$. Nucleul $K(y,p)$ și funcția $F(y)$ sînt funcții cunoscute pentru o curgere dată (caracterizată printr-un anumit profil al vitezelor $U(y)$ și un anumit număr Re) și o perturbație dată (precizată de numărul de undă $\alpha=2\pi/\lambda$). În expresia funcției $F(y)$ intervin constantele arbitrare A și B, ceea ce corespunde faptului că în afara primelor două condiții la limită (3) și (3′) mai sînt de îndeplinit încă două condiții la limită.

După cum se va arăta în paragraful 3, nucleul $K(y,p)$ și funcția $F(y)$ îndeplinesc condițiile de regularitate, astfel încît soluția ecuației integrale de tipul Volterra de speța a doua (13) să existe și să fie unică.

Soluția ecuației (13) poate fi scrisă cu ajutorul nucleului rezolvant $\mathcal{K}(y,p\,;-iRe)$

$$\Phi(y) = -iF(y) + iRe\int_0^y \mathcal{K}(y, p\,;-iRe)\,iF(p)\,dp. \tag{14}$$

Nucleul rezolvant se scrie sub forma unei serii întregi în numărul lui Reynolds:

$$\mathcal{K}(y, p\,;-iRe) - \sum_{n=1}^{\infty}(-iRe)^{n-1}K^{(n)}(y, p), \tag{15}$$

în care $K^{(n)}(y, p)$ reprezintă nucleul iterat de ordinul n.

$$K^{(n)}(y, p) = \int_p^y K(y, s)\,K^{(n-1)}(s, p)ds. \tag{16}$$

Ecuația integrală (13) de tip Volterra se poate rezolva numeric prin iterații. Se consideră mai întîi valori mici ale variabilei y, deci în apropierea primului perete, și se mărește treptat variabila y pe măsură ce iterațiile tind către soluția ecuației integrale. Acest procedeu iterativ converge destul de repede, chiar pentru valori mari ale numărului lui Reynolds [2].

Cunoașterea soluției $\Phi(y)$ a ecuației integrale Volterra de speța a doua permite obținerea soluției $\varphi(y)$ a ecuației diferențiale Orr-Sommerfeld. Pentru aceasta se ține seama de modul în care s-a ajuns de la rezolvarea ecuației diferențiale Orr-Sommerfeld la rezolvarea ecuației integrale Volterra și rezultă

$$\varphi(y) = \frac{1}{2\alpha^2}\int_0^y\left[(y-p)\operatorname{ch}\alpha(y-p) - \frac{1}{\alpha}\operatorname{sh}\alpha(y-p)\right]\Phi(p)\,dp + \tag{17}$$

$$+\frac{A}{2\alpha}y\operatorname{sh}\alpha y + \frac{B}{2\alpha}\left(y\operatorname{ch}\alpha y - \frac{1}{\alpha}\operatorname{sh}\alpha y\right).$$

Prin urmare, cunoscînd soluția $\Phi(y)$ a ecuației integrale (13) se obține soluția $\varphi(y)$ a ecuației diferențiale Orr-Sommerfeld prin simplă cvadratură.

3. Demonstrarea existenței și unicității soluției propuse

Problema existenței și unicității soluției ecuației Orr-Sommerfeld este considerată în literatură drept o problemă foarte dificilă (de exemplu [1], [3], [4] și [5]).

Metoda propusă pentru soluționarea ecuației diferențiale a mișcării perturbatoare rezolvă și problema demonstrării existenței și unicității soluției. Deoarece prin procedeul indicat anterior rezolvarea ecuației diferențiale Orr-Sommerfeld se reduce la rezolvarea unei ecuații integrale Volterra, problema existenței și a unicității soluției unei ecuații diferențiale ordinare de ordinul patru liniară și cu coeficienți variabili se reduce la problema existenței și a unicității soluției unei ecuații integrale de tipul Volterra de speța a doua.

Existența soluției este dovedită prin indicarea unui procedeu de construcție efectivă a soluției (relațiile (4)—(17)). Existența soluției (17) este asigurată în primul rînd de existența soluțiilor ecuațiilor diferențiale ordinare liniare cu coeficienți constanți (4) și (7), [6]. Pe de altă parte existența soluției ecuației integrale Volterra (13) este asigurată de faptul că nucleul $K(y,p)$ și funcția cunoscută $F(y)$, îndeplinesc condițiile necesare de regularitate pentru ca ecuația integrală Volterra (13) să admită o soluție unică. Într-adevăr, considerînd, de exemplu, cazul curgerii plane Poiseuille, $U(y)=-y^2+2y$, $0\leqslant y\leqslant 2$, din examinarea expresiilor (11) și (12) se constată că nucleul $K(y,p)$ este o funcție continuă pe domeniul de definiție, pătratul închis $0\leqslant y$, $p\leqslant 2$ și funcția $F(y)$ este o funcție continuă pe domeniul de definiție, intervalul închis $0\leqslant y\leqslant 2$. În aceste condiții soluția ecuației integrale Volterra există și este unică [7].

Unicitatea soluției (17) este asigurată în primul rînd de unicitatea soluției ecuației integrale Volterra de speța a doua (13). Pe de altă parte unicitatea soluției (17) este asigurată și de unicitatea soluției ecuațiilor diferențiale ordinare liniare cu coeficienți constanți (7) și (4), [6].

4. Aplicarea metodei propuse la studiul stabilității unei curgeri plane Poiseuille. Rezolvarea problemei pe calculator.

Pentru exemplificarea metodei propuse se studiază și se efectuează detaliat toate calculele cerute pentru studiul stabilității curgerii plane Poiseuille, $U=-y^2+2y$, $0\leqslant y\leqslant 2$. Pentru rezolvarea acestei probleme se folosește calculatorul FELIX C 256. În anexă se prezintă organigrama și rezultatele obținute. În afara programului principal, programul conține patru subrutine, trei subrutine de integrare prin metoda trapezelor, folosind 15 puncte de diviziune (notate cu TRAP 2C, TRAP 1C — pentru integrare în complex și TRAP 1—pentru integrare în real) și o subrutină de trasare grafică a curbei $c_i=0$, într-un sistem de coordonate $Re^{1/3}-\alpha$. S-a utilizat această scară pentru a prinde mai clar zona numerelor Reynolds mai mici, din apropierea numărului Reynolds critic, și pentru a putea compara curba $c_i=0$ obținută cu curba $c_i=0$ trasată de S. F. Shen [8]. Se menționează că rezultatele lui S. F. Shen au fost confirmate de cercetările teoretice și experimentale ulterioare, iar curba $c_i=0$ trasată de S.F. Shen este luată drept curbă de referință de un număr mare de cercetători.

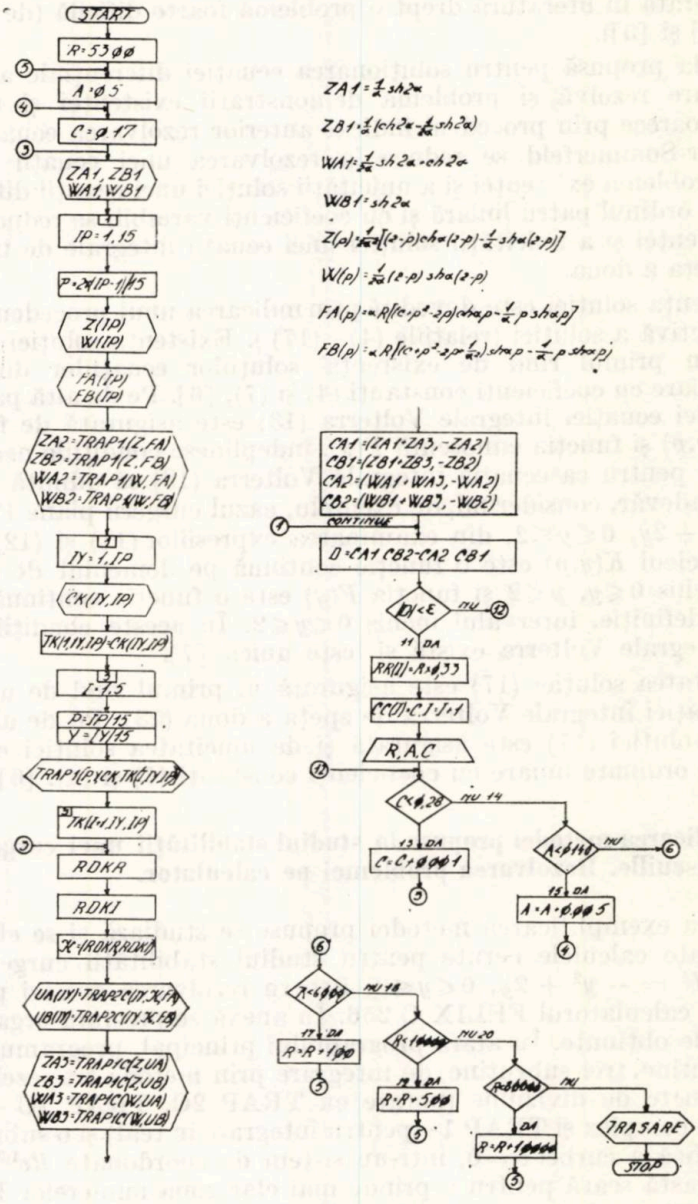


Fig. 2. Organigrama pentru rezolvarea problemei stabilității curgerii plane Poiseuille

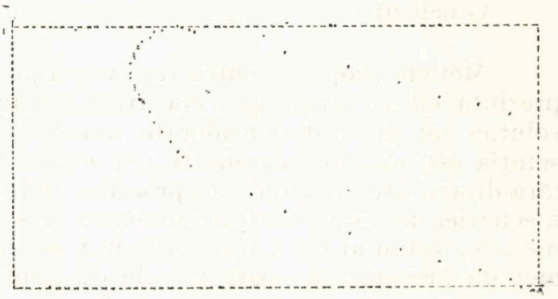


Fig. 3. Curba neutrală trasată de calculator.

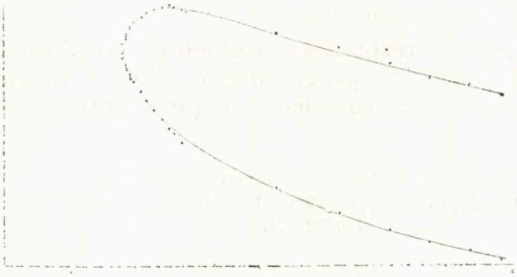


Fig. 4. Comparaţie între curba neutrală trasată de calculator şi curba neutrală a lui S. F. Shen

Tabela 1

Re	α	c_r	*Re*	α	c_r
5300	1,025	0,275	8500	0,840	0,216
5400	1,010	0,268	8500	1,135	0,246
5400	1,045	0,273	9000	0,825	0,210
5500	0,995	0,260	9000	1,130	0,240
5500	1,055	0,272	9500	0,800	0,207
5600	0,990	0,258	9500	1,125	0,234
5600	1,065	0,271	10000	0,790	0,200
5700	0,980	0,256	10000	1,120	0,228
5700	1,070	0,270	20000	0,690	0,200
5800	0,970	0,254	20000	1,070	0,210
5800	1,080	0,269	30000	0,635	0,195
5900	0,960	0,252	30000	1,035	0,202
5900	1,085	0,268	40000	0,595	0,189
6000	0,955	0,250	40000	0,995	0,194
6000	1,095	0,267	50000	0,565	0,187
6500	0,930	0,240	50000	0,960	0,186
6500	1,110	0,260	60000	0,540	0,185
7000	0,905	0,233	60000	0,940	0,184
7000	1,120	0,257	70000	0,520	0,183
7500	0,885	0,226	70000	0,920	0,182
7500	1,125	0,253	80000	0,505	0,180
8000	0,860	0,220	80000	0,900	0,180
8000	1,130	0,250			

Concluzii

Metoda propusă pentru rezolvarea problemei stabilității liniare plane prezintă cîteva avantaje: construcția soluției este simplă; la obținerea soluției nu au fost considerate ipoteze simplificatoare sau restrictive; soluția este exactă; demonstrarea existenței și unicității soluției se face fără dificultate; se indică un procedeu iterativ pentru rezolvarea numerică a ecuației integrale cu ajutorul căreia se scrie soluția; comparativ cu alte metode, volumul de lucrări necesitat de obținerea soluției este mai mic; metoda preconizată poate fi aplicată pentru studiul stabilității liniare a curgerilor staționare plane, paralele sau aproape paralele (de exemplu curgeri de tip Couette; curgeri de tip Poiseuille; curgeri combinate de tip Couette-Poiseuille; curgerea în stratul-limită; curgerea în difuzorul plan; curgerea în jetul plan; curgerea în dîra plană etc.)

Aplicarea metodei propuse pentru rezolvarea problemei stabilității curgerii plane Poiseuille, problemă rezolvată pe calculator, duce la rezultate în deplină concordanță cu rezultatele teoretice și experimentale din literatură.

Catedra de hidraulică și mașini hidraulice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București.

BIBLIOGRAFIE

1. *Schlichting, H.*, Entstehung der Turbulenz, Berlin-Göttingen-Heidelberg, (1959).
2. *Panaitescu, V.*, Asupra stabilității liniare a unei curgeri laminare plane, Studii și cercetări de mecanică aplicată, 5, tomul 30, (1971).
3. *Schlichting, H.*, Boundary-layer Theory, (cap. 16, 17), ed. a VI-a, Mc. Graw-Hill, (1968)
4. *Lin, C. C.*, The Theory of Hydrodynamic Stability, Cambridge, (1955).
5. *Săvulescu, St. N.*, Tranziția de la scurgerea laminară la cea turbulentă, București, (1968)
6. *Kamke, E.*, Differentialgleichungen, Lösungsmethoden und Lössungen, vol. I, Leipzig, (1967)
7. *Lalescu, T.*, Introducere la teoria ecuațiilor integrale, București, (1956).
8. *Shen, S. F.*, Calculated Amplified Oscilations in the Plane Poiseuille and Blasius Flows Journ. Aeronaut. Sci,. 21, Nr. 1, p. 62—64, 1954).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-UEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 3
BUCUREȘTI

ELECTROTEHNICĂ

C.Z. :621.313.333

MOTORUL ASINCRON CU ROTOR MASIV ANIZOTROP

NICOLAE GALAN

1. Introducere

Motorul asincron cu rotor masiv, în principiu, se comportă ca un motor asincron obișnuit cu rezistență rotorică mare. Evident între motorul cu rotor masiv și motorul cu rotorul în scurtcircuit nu este o echivalență totală, deoarece la motorul cu rotor masiv mecanismul de pătrundere a fluxului magnetic în rotor depinde în mare măsură de neliniaritatea oțelului, adică de efectul saturației.

Motorul cu rotor masiv are cîteva avantaje importante: rezistență mecanică mare și caracteristici de pornire bune. Aceste avantaje determină și domeniile de utilizare ale motorului asincron cu rotor masiv: se utilizează la viteze foarte mari și în cazul în care caracteristicile de pornire sînt mai importante decît caracteristicile de exploatare.

Pentru îmbunătățirea caracteristicilor de funcționare ale motorului asincron cu rotor masiv s-au încercat mai multe soluții: rotor masiv cu crestături, rotor acoperit cu cupru, rotor cu inele de cupru sau alamă, etc. Motoarele astfel realizate prezintă caracteristici care se plasează între caracteristicile motorului asincron cu rotor masiv și caracteristicile motorului asincron cu rotorul în scurtcircuit.

În această lucrare se studiază motorul asincron cu rotor din material anizotrop, adică un material cu permeabilitatea magnetică după rază diferită de permeabilitatea magnetică după tangentă.

Acest studiu se face pentru alunecări mici cînd efectul saturației poate fi neglijat.

Studiul cîmpului magnetic în zona anizotropă a rotorului

Acest studiu se realizează pe baza unui model idealizat în ipoteza că distribuția cîmpului magnetic este plan-paralelă. În figura 1 este prezentat acest model idealizat atît în sistemul de coordonate cilindrice (fig. 1a) cît și în sistemul de coordonate rectangular (fig. 1b.)

Zona 1 care este bucșa rotorului se presupune că are conductivitatea electrică diferită de zero, $\sigma_1 \neq 0$, iar permeabilitatea magnetică μ_1 are o valoare finită; se consideră că bucșa este omogenă și realizată din materialul izotrop.

* Manuscris predat redacției la data de 21 decembrie 1973

Zona 2 este realizată dintr-un material anizotrop cu permeabilitatea magnetică de componente μ_r și μ_θ în sistemul de coordonate cilindrice sau μ_y și μ_x în sistemul de coordonate rectangular, iar conductivitatea electrică a zonei este diferită de zero, $\sigma_2 \neq 0$.

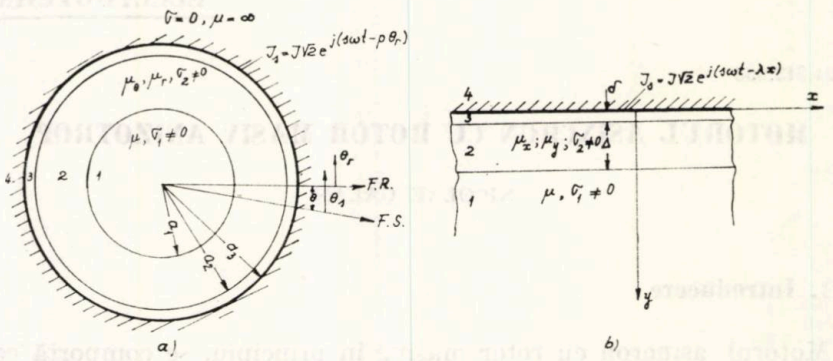


Fig. 1. a) Modelul idealizat în coordonate cilindrice, b) modelul idealizat în coordonate rectangulare.

Zona 3 a întrefierului este o zonă omogenă și izotropă cu permeabilitatea magnetică μ_0.

Zona 4 a crestăturilor statorice este o zonă neomogenă care se echivalează cu o zonă anizotropă cu permeabilitatea magnetică de componente μ_r' și μ_θ' calculate așa cum se indică în [4] și [7].

După cum este cunoscut mașina electrică cu crestături având întrefierul relativ $p\dfrac{\delta}{a^2}$ este echivalentă cu o mașină electrică fără crestături la care întreferul relativ $\delta'' > p\dfrac{\delta}{a_2}$, unde δ este întrefierul mașinii, a_2 raza rotorului și p numărul perechilor de poli. Această echivalență se demonstrează riguros în ipoteza că o zonă neomogenă poate fi înlocuită cu o zonă anizotropă [8].

În figura 1 se indică dimensiunile geometrice și constantele de material ale zonelor în cele două sisteme de coordonate.

Cîmpul magnetic fiind plan-paralel potențialul magnetic vector are numai componentă axială (după axa oz) notată A_z.

In sistemul de coordonate cilindrice această componentă A_z în zona anizotropă satisface următoarea ecuație diferențială:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial A_z}{\partial r}\right)+\frac{1}{\alpha^2}\frac{1}{r^2}\frac{\partial a^2}{\partial \theta^2}=\mu_o\,\sigma\frac{\partial A_z}{\partial t} \tag{1}$$

unde

$$\alpha = \sqrt{\mu_\theta'/\mu_\theta'} \tag{2}$$

iar în sistemul de coordonate rectangular satisface ecuația diferențială

$$\frac{1}{\alpha^2}\frac{\partial A_z}{\partial x^2}+\frac{\partial A_z}{\partial y^2}=\mu_x\sigma\frac{\partial A}{\partial t_z} \tag{1'}$$

unde

$$\alpha=\sqrt{\mu_y/\mu_x} \tag{2'}$$

Pentru mediile izotrope componenta A_z satisface ecuația (1) sau (1') în care se introduce $\alpha\neq 1$. Pentru fiecare zonă a mașinii considerate se stabilesc soluțiile ecuației diferențiale (1) sau (1') în același mod ca în [9].

Constantele de integrare se determină din condițiile de trecere pe suprafețele de separație a zonelor, adică pe fiecare suprafață se pune condiția de conservare a componentei normale a inducției magnetice și a componentei tangențiale a intensității cîmpului magnetic [9].

Dacă se consideră sistemul de coordonate cilindric și dacă pînza de curent pe suprafața statorului este de forma

$$J_s=J\sqrt{2}\,e^{j(s\omega t-p\theta_r)}$$

atunci după efectuarea calculelor componenta axială a potențialului magnetic vector în zona 2 are următoarea expresie:

$$A_{z2}=\frac{2a_3J\sqrt{2}\,\mu_0}{p}H_0\frac{[\Delta_1J(\gamma_2r)-\Delta_2Y_a(\gamma_2r)]\,e^{j(s\omega t-p\theta_r)}}{H_0\delta''[\Delta_2Y_a(z)-\Delta_1J_a(z)]+\Delta_2Y'_a(z)-\Delta_1J'_a(z)} \tag{3}$$

unde

$$\Delta_1=-J_p(\varepsilon z\sqrt{\beta m})\,Y'_a(\varepsilon z)+J'_p(\varepsilon z\sqrt{m\beta}\,Y_a(\varepsilon z)\,H_1$$

$$A_2=-J_p(\varepsilon z\sqrt{\beta m})\,J'_a(\varepsilon z)+J'_a(\varepsilon z\sqrt{m\beta})(\varepsilon z)\,H_1$$

$$H_1=\frac{\mu_0\gamma_1}{\mu_1\gamma_2}=\sqrt{\frac{x\beta}{m}};\quad H_0=\frac{px}{z};\quad z=\gamma_2a_2;\quad \gamma_1=-js\omega\sigma_1\mu_1$$

$$\gamma_2=-js\omega\sigma_2\mu_0;\quad \delta''=p\frac{\delta}{a_2}+K_\alpha;\quad \varepsilon=\frac{a_1}{a_2};\quad \beta=\sigma_1\sigma_2$$

$$m=\frac{\mu_1}{\mu_2};\quad x=\frac{\mu_0}{\mu_0};\quad p/\alpha=p'=a$$

K — este coeficientul care are în vedere prezența crestăturilor statorice.

Expresia (3) este scrisă în sistemul de coordonate cilindrice fix față de rotor (F.R.)

În sistemul de coordonate rectangulare fix față de rotor, cu notațiile din figura 1.b și considerînd pînza de curent statorică de forma

$$J_s=J\sqrt{2}\,e^{(js\omega t-\lambda x)}$$

potențialul magnetic vector în zona anizotropă 2 se poate scrie sub forma

$$A_{z2} = \frac{2\,\mu_0 J\sqrt{2}}{\lambda} H_0' \frac{\left[\operatorname{ch}\frac{A}{\Delta}(\delta + A - y) + H_1' \operatorname{sh}\frac{A}{\Delta}(\delta + A - y)\right]}{\delta'' H_0'[\operatorname{ch}A + H_1' \operatorname{sh}A] + \operatorname{sh}A + H_1 \operatorname{ch}A} e^{i(s\omega t - \lambda x)} \quad (5)$$

unde

$$H_0' = \frac{xb}{A};\ H_1 = \frac{\sqrt{km\beta sj + b^2}}{A} \cdot \frac{x}{m};\ \alpha^2 = \frac{\mu_y}{\mu_x};\ \lambda = \frac{\pi}{\tau}$$

$$\lambda A = n;\ k = \omega\mu_0\sigma_2\Delta^2;\ m = \frac{\mu_1}{\mu_0};\ x = \frac{\mu_x}{\mu_0}$$

$$A = \sqrt{-(\gamma_2\Delta)^2 + \left(\frac{\lambda\Delta}{\alpha}\right)^2}$$

Componenta axială a potențialului magnetic vector scrisă în coordonate rectangulare (5) prezintă avantajul că este descrisă de funcții elementare cu care se poate opera ușor, fapt care se va avea în vedere în cadrul acestui studiu.

Fiind cunoscută componenta axială a potențialului magnetic vector A_{z2} în zona adiacentă întrefierului se pot determina principalele mărimi care caracterizează funcționarea acestui motor.

Dacă potențialul magnetic vector este cunoscut într-un sistem de referință, atunci poate fi regăsit ușor în oricare alt sistem de referință, fie fix, fie mobil, cînd se cunoaște legătura dintre vechile coordonate și noile coordonate. De exemplu componenta axială a potențialului magnetic vector scrisă în sistemul de referință fix față de rotor (3) poate fi trecută ușor în sistemul de referință fix față de stator (F.S.) știind că $\theta_s = \theta + \theta_j$ și $s\omega t - p\,\theta r$ devine $\omega t - p\,\theta s$.

Cu ajutorul componentei axiale a potențialului magnetic vector A_{2z} se va calcula cuplul electromagnetic care se exercită asupra rotorului și parametrii rotorici din schema echivalentă.

3. Cuplul electromagnetic

În teoria mașinilor electrice pentru calculul cuplului electromagnetic se cunosc mai multe expresii, echivalente între ele, una din aceste expresii depinde explicit de primele derivate parțiale în raport cu coordonatele spațiale ale componentei axiale A și anume de valorile pe care le au aceste derivate pe suprafața de separație dintre rotor și întrefier; evident aceste valori depind de punctul de pe suprafața considerată. Prin urmare se poate scrie cuplul electromagnetic sub forma:

$$M = a_2 L \int_0^{2p\tau} [H_x^* B_y]_{y=\delta}\, dx = a_2^2 L \int_0^{2\pi} [H_\theta^* B_r]_{r=a_2}\, d\theta_q =$$

$$= a_2 L \int_0^{2\pi} \left[\left(\frac{\partial A_{z2}}{\partial r} \cdot \frac{1}{\mu_\theta}\right)^* \frac{\partial A_{z2}}{\partial \theta_r}\right]_{r=a_2} \mathrm{d}\theta_r \quad (7)$$

Dacă se introduce (3) în (7) se obţine :

$$M = 2\pi_0 \mu L (2a_3 J)^2 \frac{jD_c}{p\,|\,D_c\delta'' + 1\,|^2} \tag{8}$$

sau

$$M/M_i = \frac{j\,D_c}{|\,D_c\delta'' + 1\,|^2}$$

unde

$$D_c = H_0 \frac{\Delta_1 J_a(z) - \Delta_2 Y_a(z)}{\Delta_1 J'_a(z) - \Delta_2 Y'_C(z)}$$

$$M_I = 2L \frac{\pi\mu_0}{p} (2a_3 J)^2$$

Dacă se utilizează expresia potenţialului magnetic vector în coordonate rectangulare atunci după efectuarea operaţiilor elementare se obţine :

$$M/M'_I = \frac{jD_R}{|\,\delta'' D_R + 1\,|^2} \tag{9}$$

unde

$$D_R = H'_0 \frac{\text{cth}A + H'_1}{1 + H\text{cth}A}$$

$$M'_I = 2p\pi\mu_0 L (2J/\lambda)^2$$

Pe baza relaţiei (9) se pot trasa curbele cuplului electromagnetic funcţie de orice parametru care intervine în această relaţie.

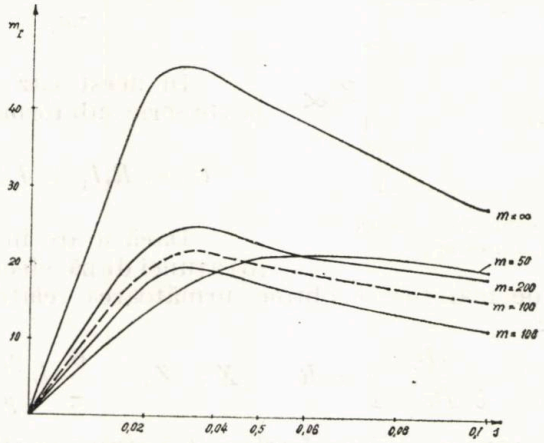


Fig. 2. Curbele $m = f(s)$ pentru diferite permeabilităţi magnetice ale butucului 1 şi $\beta = 1$ (linie plină — —)
— — — Curbele $m = f(s)$ pentru $\beta = 2$.
$k = 0{,}1$; $b = 0{,}4$; $x = 100$; $\alpha = \infty$.

În figura 2 se prezintă curbele cuplului electromagnetic în unităţi relative funcţie de alunecarea s pentru diferite valori ale permeabilităţii magnetice a butucului rotorului.

Din această familie de curbe rezultă că permeabilitatea magnetică a butucului are o mare influență asupra acestor caracteristici ; caracteristici optime se obțin pentru valori foarte mari ale permeabilității magnetice a butucului rotorului, mai precis pentru $x/m<<1$.

Caracteristicile $m_I = f(s)$ sînt foarte apropiate de cea pentru care $\mu_1 = \infty$ dacă $5x<m$. Din această familie de curbe mai rezultă că conductivitatea electrică a butucului rotorului σ_1 influențează foarte puțin valorile cuplului electromagnetic.

Prin urmare singura condiție care se impune butucului este ca materialul din care este realizat să aibă o permeabilitate magnetică mult mai mare decît componenta tangențială a permeabilității magnetice a zonei anizotrope.

4. Parametrii rotorului anizotrop

Fiind cunoscut potențialul magnetic vector se poate determina fluxul util total prin orice înfășirare statorică :

$$\Phi = 2\, w\, k_w L A_{z2} \Big|_{\substack{r=a_2 \\ \theta_1=0}} \tag{11}$$

dacă conductorul de ducere al spirei considerate are coordonatele $r=a_3$ și $\theta_1 = 0$.

Considerînd motorul trifazat, ecuația tensiunilor pe o fază va fi :

$$U_1 = R_1 Y_1 + J\, X_{\gamma 1\ 1} + J\, w\, \Phi \tag{12}$$

Densitatea de curent lineară pentru o înfășurare trifazată este :

$$J = \frac{3 W k_w I_1}{\pi a_3} = \frac{3 W k_w I_1 \lambda}{p} \tag{13}$$

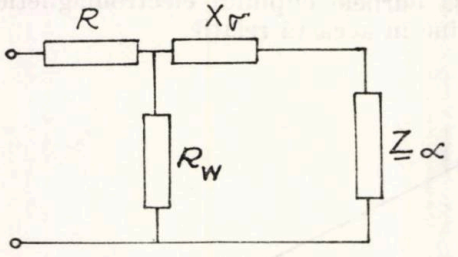


Fig. 3. Schema echivalentă a motorului cu rotor anizotrop.

În acest caz ecuația (12) se poate scrie sub forma :

$$U_1 = R_1 I_1 + J\, X_{\sigma 1} I_1 + Z_\alpha I_1$$

Dacă se are în vedere expresia (3) atunci după efectuarea înlocuirilor în relațiile de mai sus se obține următoarea relație pentru impedanța rotorică :

$$Z_\alpha / Z_0 = \frac{j D_c}{\delta'' D c + 1} = R + jX ; \quad Z_0 = \frac{6}{\pi} L \frac{\mu_0}{p} (k\, W)^2 \tag{14}$$

În cazul în care se utilizează relația (5) atunci se obține :

$$Z_\alpha / Z_0 = \frac{j\, D_R}{\delta'' D_R + 1} = R + jX \tag{15}$$

Dacă pierderile în fierul statoric se caracterizează prin rezistența R_w atunci schema echivalentă a motorului cu rotor anizotrop se prezintă ca în figura 3.

Pe baza relației (15) se pot studia parametrii rotorici relativi (Z_0 fiind mărimea de referință). În figura 4 s-a trasat variația rezistenței relative a rotorului funcție de alunecarea s pentru diferite valori ale per-

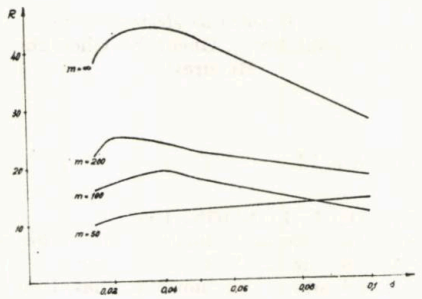


Fig. 4 Rezistența relativă rotorică R funcție de alunecarea s pentru m=constant și $\beta=1$; $k = 0{,}1$; b = 0,4 ; $x = 100$; $\alpha = \infty$.

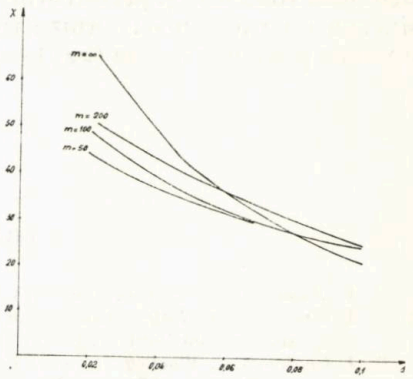


Fig. 5. Reactanța rotorică relativă X funcție de alunecarea s pentru m=constant și $\beta=1$; $k=0{,}1$; b = 0,4 ; $x=100$; $\alpha=\infty$.

meabilității magnetice a butucului rotoric, care în expresia (15) este reprezentată prin parametrul m.

Alura curbelor și valoarea rezistenței relative fiind determinate de raportul x/m.

Prin urmare raportul dintre componenta tangențială a permeabilității magnetice a zonei anizotrope μ_x și permeabilitatea magnetică a butucului rotorului determină în bună parte caracteristicile acestui motor, fapt constatat și la studiul cuplului electromagnetic.

În figura 5 s-a trasat variația reactanței relative funcție de alunecarea s pentru diferite valori ale parametrului m respectiv ale raportului x/m.

Se constată că acest raport are o influență relativ mică asupra reactanței relative, fapt care se explică prin aceia că energia magnetică înmagazinată în întrefier are ponderea cea mai mare în raport cu energia magnetică înmagazinată în diferite zone ale mașinii.

Cunoașterea parametrilor rotorici permite studiul caracteristicilor motorului cu rotor anizotrop la tensiune constantă.

Din curbele trasate rezultă că valoarea curentului absorbit de motorul cu rotor anizotrop ($\alpha=\infty$) la tensiune dată pentru $x<<m$ este mai mică decît valoarea curentului absorbit de motorul asincron cu rotor anizotrop pentru $x>m$, fapt care se explică prin aceia că rezistența și reactanța rotorică sînt mai mici în cazul $x>m$.

5. Concluzii

În lucrare s-a studiat motorul asincron cu rotor masiv anizotrop la alunecările mici și s-a evidențiat faptul că acest motor are caracteristici mult mai bune decît motorul asincron cu rotorul masiv obișnuit. Această

concluzie a rezultat din analiza cuplului electromagnetic și a parametrilor rotorici. Relațiile stabilite pentru cuplul electromagnetic și pentru parametrii rotorici scot în evidență influența permeabilității magnetice a butucului rotorului și permit studiul optimizării caracteristicilor motorului asincron cu rotor masiv anizotrop. În acest scop s-a stabilit intervalul de valori pentru x și x/m ($x\varepsilon[1-150]$; $x/m<1/5$).

Catedra de electrotehnică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *B. V. Jayawant*, Induction Machines, McGRAE-HILL, LONDON, 1968.
2. *L. A. Finzi, D. A. Paice*, Analysis of the Solid Iron Rotor Inductuion Motor for Solid-state Speed Control, IEEE Trans. PAS—87, nr. 2, 1968, p. 590—596.
3. *B. J. Chalmers, I. Woolley*, General Theory of Solid-rotor Induction Machines, Proc, IEE, nr. 9, 119, 1972 p. 1301—1308.
4. *C. V. Jones, R. C. Gibson*, Correlation of the Air-gap Vector Potential of on Induction Motor wirh the Nagnetising Current, Proc, IEE, nr. 3, 1969, p. 385—390.
5. *R. Jamieson*, Effects of Slots on Eddy Currents in Solid Iron Rotors, Proc, IEE, 1968, 115 (6), p. 821—827.
6. *K. R. Dorariraj, M. R. Krishnamurthy, Polyphase Induction Machine with a Slitted Fero magnetic Rotor*, Pt. 2, IEEE Trans, PAS—86, 1967, p. 844—855.
7. *N. Galan*, Aspecte ale calculului cîmpului magnetic în mașinile electrice, Buletinul IPB, nr. 4, tom XXXIII, iulie-august 1971, p. 93—104.
8. *N. Galan*, Détermination des caractéristiques de fonctionnement du moteur asynchtone à rotor massif Rev. roum. sci, techn., nr. 2, 1974.
9. *N. Galan*, Studiul cîmpului electromagnetic în mașinile electrice cu aplicație lamotorul cu histerezis, St. cerc. energ. electr., tom, 23, nr. 1, 1973, p. 157—175.
10. *B. Raghunthal, M. R. Krishnamurthy*, Eddy.-current Effects in Solid Unslotted Iron Rotors Proc, IEE, 1969, 116 (4), p. 612—613.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 3
BUCUREȘTI

ELECTRONICĂ

C.Z.:621.38

CONDIȚII DE EXISTENȚA A OSCILAȚIILOR IN SISTEMELE AUTOOSCILANTE CU NELINIARITAȚI DE TIPUL $u = f(x^{(i)})$*

ADRIAN T. MURGAN

1. Introducere

O clasă importantă de sisteme autooscilante se încadrează în modelul sistemelor cu reacție din fig. 1. unde prin L am notat partea liniară iar prin N — partea neliniară. Modelul fizic din fig. 1. pune în evidență funcționarea autonomă a sistemelor autooscilante.

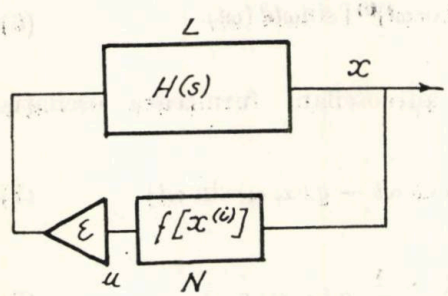


Fig. 1

În lucrarea prezentă se consideră sistemele autonome descrise de ecuația :

$$x^{(n)} + \sum_{k=n-1}^{0} a_k x^{(k)} + \varepsilon f(x^{(i)}) = 0 \quad (1)$$

unde ε este un parametru mic, $0 < \varepsilon < 1$, iar $x^{(i)}$ reprezintă derivata de ordinul i a lui x, pentru care se deduc condiții de existență a oscilațiilor, condiții exprimate cu ajutorul funcției de descriere a neliniarității $f(x^{(i)})$ și a funcției de transfer a părții liniare.

2. Specificarea sistemelor autooscilante

Modelul considerat pentru sistemele autooscilante este prezentat în fig. 1, unde partea liniară este caracterizată prin funcția de transfer $H(s)$ iar partea neliniară este caracterizată prin funcția neliniară $f(x^{(i)})$. Sistemul autooscilant este guvernat de următorul sistem de ecuații :

$$\ddot{x} + \varepsilon H(s)\, u = 0, \; u = f(x^{(i)}), \; s \equiv \frac{d}{dt} \quad (2)$$

* Manuscris predat redacției la data de 30 noiembrie 1973

Faptul că în sistemul autooscilant s-a stabilit un regim periodic este echivalent cu faptul că sistemul de ecuații (2) admite o soluție periodică $x(t)$ de perioadă T ceea ce implică periodicitatea lui $u(t)$, adică :

$$x(t) = x(t + T),\ u(t) = u(t + T) \tag{3}$$

O largă clasă de sisteme autooscilante furnizează la ieșire semnale periodice $x(t)$ armonice sau cuasiarmonice. Fizic, aceasta se obține prin proprietățile de filtrare sau de rezonanță ale părții liniare [1].

Presupunem că la ieșirea sistemului liniar apare o oscilație armonică :

$$x = \alpha \cos \omega t \tag{4}$$

Dezvoltăm în serie Fourier funcția $f[(\alpha \cos \omega t)^{(i)}]$ și reținem termenii corespunzători primei armonici :

$$\alpha p(\alpha, \omega) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f[(\alpha \cos \omega t)^{(i)}] \cos \omega t\, d(\omega t) \tag{5}$$

$$-\alpha q(\alpha, \omega) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f[(\alpha \cos \omega t)^{(i)}] \sin \omega t d(\omega t) \tag{6}$$

Dacă presupunem că sistemul autooscilant furnizează oscilația armonică (4), se poate scrie :

$$f[(\alpha \cos \omega t)^{(i)}] \sim \alpha [p(\alpha, \omega) \cos \omega t - q(\alpha, \omega) \sin \omega t] \tag{7}$$

Operatorul

$$W(\alpha, \omega, s) = p(\alpha, \omega) + \frac{1}{\omega} q(\alpha, \omega)\, s \tag{8}$$

reprezintă funcția de transfer sau funcția de descriere a elementului neliniar.

Se observă că funcția de transfer $W(\alpha, \omega, s)$ care descrie ca operator aproximativ efectul trecerii semnalului $\alpha \cos \omega t$ prin funcția neliniară $f(x^{(i)})$ depinde atît de amplitudinea cît și de frecvența oscilației sinusoidale de la intrare.

Pentru $s = j\omega$ se obține :

$$W = (\alpha, \omega, j) = p\ (\alpha, \omega) + jq\ (\alpha, \omega) \tag{9}$$

Pentru ca aproximația (7) să fie valabilă, trebuie ca valoarea medie a dezvoltării Fourier a funcției $f[(\alpha \cos \omega t)^{(i)}]$ să fie nulă, ceea ce se întîmplă în multe situații practice ca, de exemplu, în cazul neliniarităților cu simetrie impară ([2], [3].

3. Condiția de existența a oscilațiilor

Ecuația caracteristică a ecuației (1) pentru partea liniară este:

$$\lambda^n + \sum_{k=n-1}^{0} a_k \lambda^k = 0 \tag{10}$$

Dacă ecuația (10) admite rădăcinile pur imaginare $\lambda_{1,2} = \pm j$ atunci ecuația (1), pentru $\varepsilon = 0$, admite familia de soluții periodice

$$x_0 = \alpha \cos(\omega t + \varepsilon), \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega} \tag{11}$$

În cazul sistemului neliniar descris de ecuația (1) cu $\varepsilon \neq 0$ ne așteptăm ca perioada să fie:

$$T = (1 + \varepsilon\sigma)\frac{2\pi}{\omega} \tag{12}$$

unde $\varepsilon\sigma\dfrac{2\pi}{\omega}$ este corecția de perioadă. Rezultă pulsația sistemului neliniar.

$$\nu = \frac{\omega}{1+\varepsilon\sigma} = (1 - \varepsilon\sigma)\omega \tag{13}$$

unde $(-\varepsilon\sigma\omega)$ este corecția de pulsație.
Notăm:

$$\tau = \frac{t}{1 + \varepsilon\sigma} \tag{14}$$

și

$$y(\tau) = x[(1 + \varepsilon\sigma)\tau] \tag{15}$$

Construim ecuația corespunzătoare pentru $y(\tau)$. Pentru aceasta calculăm:

$$y^{(k)}(\tau) = (1 + \varepsilon\sigma)^k x^{(k)}[(1 + \varepsilon\sigma)\tau \tag{16}$$

Ecuația corespunzătoare în $y(\tau)$va fi:

$$y^{(n)}(\tau) + \sum_{k=n-1}^{0} a_k (1 + \varepsilon\sigma)^{n-k} y^{(k)}(\tau) + \varepsilon(1+\varepsilon\sigma)^{nf}\left[\frac{1}{(1+\varepsilon\sigma)^i} x^{(i)}(\tau)\right] = 0 \tag{17}$$

Pentru $\varepsilon = 0$, se obține aceeași parte liniară ca din ecuația (1) care admite, prin urmare, soluția:

$$y_0(\tau) = \alpha \cos(\omega\tau + \varphi) \tag{18}$$

Procedăm prin aproximaţii succesive [4], [5], [6]; din ecuaţia (17) obţinem :

$$y^{(n)}(\tau) + \sum_{k=n-1}^{0} a_k (1+\varepsilon\sigma_0)^{n-k} y^{(k)}(\tau) +$$

$$+ \varepsilon(1+\varepsilon\sigma_0)^n f\left[\frac{1}{(1+\varepsilon\sigma_0)^i} y_0^{(i)}(\tau)\right] + O(\varepsilon) = 0 \tag{19}$$

unde $\sigma(\varepsilon) = \sigma_0 + \varepsilon\sigma_1 + \varepsilon^2\sigma_2 + \ldots$

Deoarece :

$$(1+\varepsilon\sigma_0)^n = 1 + n\varepsilon\sigma_0 + O(\varepsilon) \tag{20}$$

$$\varepsilon_1(1+\varepsilon\sigma_0)^n = \varepsilon + O(\varepsilon) \tag{21}$$

şi

$$f\left[\frac{1}{(1+\varepsilon\sigma_0)^i} y_0^{(i)}(\tau)\right] = f[y_0^{(i)}(\tau)] + O(\varepsilon) \tag{22}$$

ecuaţia (17) devine :

$$y^{(n)}(\tau) + \sum_{k=n-1}^{0} a_k y^{(k)}(\tau) + \varepsilon f_0(\tau) + O(\varepsilon) = 0 \tag{23}$$

unde am notat :

$$f_0(\tau) = f[y_0^{(i)}(\tau)] + \sum_{k=n-1}^{0} \sigma_0 (n-k) y_0^{(k)}(\tau) \tag{24}$$

Căutăm condiţiile ca ecuaţia (23) să admită soluţii periodice. Pentru aceasta dezvoltăm funcţia $f_0(\tau)$ în serie Fourier :

$$f_0(\tau) = \frac{\beta}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k \cos(k\omega\tau + \varphi_k) \tag{25}$$

Pentru ca să existe o soluţie periodică în sistemul descris de ecuaţia (23) trebuie să dispară termenul rezonant din (25), adică, trebuie ca [5] :

$$\int_0^{2\pi} f_0\left(\frac{\theta}{\omega}\right) \cos\theta\, d\theta = 0 \tag{26}$$

$$\int_0^{2\pi} f_0\left(\frac{\theta}{\omega}\right) \sin\theta\, d\theta = 0, \qquad \theta = \omega\tau \tag{27}$$

Înlocuim în relaţiile (26) şi (27) expresia (24) a lui $f_0(\tau)$; obţinem condiţiile de existenţă a unei familii de soluţii periodice în sistemul guvernat de ecuaţia (1) :

$$\int_0^{2\pi} \left\{ \sigma_0 \sum_{k=n-1}^{0} (n-k) a_k [\alpha\cos(\theta+\varphi)]^{(k)} + f[\alpha\cos(\theta+\varphi)]^{(i)} \right\} \cos\theta d\theta = 0 \tag{28}$$

și :

$$\int_0^{2\pi}\left\{\sigma_0 \sum_{k=n-1}^{0}(n-k)a_k\,[\alpha\cos(\theta+\varphi)]^{(k)} + f[\alpha\cos(\theta+\varphi)]^{(i)}\right\}\sin\theta d\theta = 0 \quad (29)$$

Relațiile (28) și (29) reprezintă două ecuații cu trei necunoscute $\alpha, \varphi, \sigma_0$. Alegem pe φ (de exemplu, $\varphi=0$) și păstrăm sistemul în α și σ_0. Acest sistem va furniza amplitudinea α în primă aproximație și prima corecție de perioadă prin σ_0[5].

4. Exemple

4.1. *Sisteme autooscilante de ordinul trei.*

Fie un sistem autooscilant de ordinul trei ($n=3$). Dacă presupunem că $i = 0$, ecuația (1) devine :

$$\dddot{x} + a_2\ddot{x} + a_1\dot{x} + a_0 x + \varepsilon f(x) = 0. \quad (30)$$

Condiția (28) pentru $\varphi = 0$, devine :

$$3\sigma_0 a_0 \int_0^{2\pi}\cos^2\theta d\theta - 2\sigma_0 a_1 \alpha\omega \int_0^{2\pi}\sin\theta\cos\theta d\theta -$$

$$- \sigma_0 a_2 \alpha\omega^2 \int_0^{2\pi}\cos^2\theta d\theta + \int_0^{2\pi} f(\alpha\cos\theta)\cos\theta d\theta = 0, \quad (31)$$

După efectuarea calculului primelor trei integrale se obține :

$$3\sigma_0 a_0 - \sigma_0 a_2\omega^2 + \frac{1}{\pi\alpha}\int_0^{2\pi} f(\alpha\cos\theta)\cos\theta\, d\theta = 0 \quad (32)$$

Folosind notația (5), relația (32) devine :

$$3\sigma_0 a_0 - \sigma_0 a_2\omega^2 + p(\alpha) = 0 \quad (33)$$

Condiția (29) pentru $\varphi=0$ devine

$$3\alpha\sigma_0 a_0 \int_0^{2\pi}\cos\theta\sin\theta\, d\theta - 2\sigma_0 a_1\omega\alpha\int_0^{2\pi}\sin^2\theta\, d\theta -$$

$$- \sigma_0 a_2\alpha\omega^2\int_0^{2\pi}\cos\theta\sin\theta\, d\theta + \int_0^{2\pi} f(\alpha\cos\theta)\sin\theta\, d\theta = 0 \quad (34)$$

După efectuarea calculului primelor trei integrale se obţine :

$$2\sigma_0 a_1\omega - \frac{1}{\pi\alpha}\int_0^{2\pi} f(\alpha\cos\theta)\sin\theta\, d\theta = 0 \tag{35}$$

Folosind notaţia (6), relaţia (35) devine :

$$2\sigma_0 a_1\omega + q(\alpha) = 0 \tag{36}$$

Adunăm relaţia (36) multiplicată prin s cu relaţia (33) ; ţinind cont de notaţia (8), se obţine pentru $s \equiv j$

$$W(\alpha,j) + \sigma_0(2ja_1\omega - a_2\omega^2 + 3a_0) = 0 \tag{37}$$

Funcţia de transfer a părţii liniare a sistemului descris de ecuaţia (30) este :

$$H(\lambda) = \frac{1}{P(\lambda)} = \frac{1}{\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0} \tag{38}$$

Calculăm expresiile :

$$P(1/\lambda) = \frac{1}{\lambda^3} + \frac{a_2}{\lambda^2} + \frac{a_1}{\lambda} + a_0 \tag{39}$$

$$\frac{d}{d\lambda}[\lambda^3 P(1/\lambda)] = a_2 + 2a_1\lambda + 3a_0\lambda^2 \tag{40}$$

$$\frac{1}{\lambda^2}\frac{d}{d\lambda}[\lambda^3 P(1/\lambda)] = \frac{a_2}{\lambda^2} + \frac{2a_1}{\lambda} + 3a_0 \tag{41}$$

Pentru $1/\lambda = j\omega$, relaţia (41) devine :

$$\frac{1}{\lambda^2}\frac{d}{d\lambda}[\lambda^3 P(1/\lambda)]_{(1/\lambda=j\omega)} = 2ja_1\omega - a_2\omega^2 + 3a_0 \tag{42}$$

iar condiţia (37) ia forma :

$$W(\alpha,j) + \sigma_0 K_3(1/j\omega) = 0 \tag{43}$$

unde am notat :

$$K_3(\lambda) = \frac{1}{\lambda^2}\frac{d}{d\lambda}[\lambda^3/H(1/\lambda)] \tag{44}$$

Relaţia (43) reprezintă condiţia necesară şi suficientă de existenţă a unei familii de soluţii periodice într-un sistem autonom neliniar de ordinul al treilea descris de ecuaţia (30).

4.2. *Sisteme autooscilante de ordinul doi.*

În cazul unui sistem autooscilant de ordinul doi ($n=2$), presupunînd $i = 0$, ecuația (1) devine :

$$\ddot{x} + a_1\dot{x} + a_0 x + \varepsilon f(x) = 0 \tag{45}$$

Condițiile (28) și (29) devin :

$$2a_0\sigma_0 + p(\alpha) = 0 \tag{46}$$

și

$$a_1\sigma_1\omega + q(\alpha) = 0 \tag{47}$$

Adunăm relația (47) multiplicată prin s cu relația (46) și obținem pentru $s = j$.

$$W(\alpha,j) + \sigma_0(2a_0 + ja\omega_1) = 0 \tag{48}$$

Funcția de transfer a părții liniare a sistemului descris de ecuația (45) este :

$$H(\lambda) = \frac{1}{P(\lambda)} = \frac{1}{\lambda^2 + a_1\lambda + a_0} \tag{49}$$

Deoarece

$$\frac{\lambda^2}{H(1/\lambda)} = 1 + a_1\lambda + a_0\lambda^2 \tag{50}$$

se obține : pentru $1/\lambda = j\omega$

$$\left\{\frac{1}{\lambda}\frac{d}{d\lambda}[\lambda^2/H(1/\lambda)]\right\}_{1/\lambda=j\omega} = 2a_0 + ja_1\omega \tag{51}$$

În acest fel, condiția (48) ia forma :

$$W(\alpha,j) + \sigma_0 K_2(1/j\omega) = 0 \tag{52}$$

unde am notat :

$$K_2(\lambda) = \frac{1}{\lambda}\frac{d}{d\lambda}[\lambda^2/H(1/\lambda)] \tag{53}$$

Relația (53) reprezintă condiția necesară și suficientă de existență a unei familii de soluții periodice într-un sistem autonom neliniar de ordinul al treilea descris de ecuația (45).

5. Concluzii

S-au dedus condițiile (28) și (29) de existență a unei familii de soluții periodice într-un sistem autonom neliniar guvernat de ecuația (1).

Pentru cazul sistemelor de ordinul al treilea și de ordinul al doilea (cu $i=0$) s-au dedus condițiile (43) și (52) care sînt exprimate cu ajutorul funcției de transfer a părții liniare și al funcției de descriere a părții neliniare.

Relațiile (43) și (52) pot fi generalizate în cazul sistemelor de ordinul n sub forma :

$$W(\alpha,j) + \sigma_0 K_n(1/j\omega) = 0 \tag{54}$$

unde :

$$K_n^{(\lambda)} = \frac{1}{\lambda^{n-1}} \frac{d}{d\lambda} [\lambda^n / H(1/\lambda) \tag{55}$$

$$H(\lambda) = \frac{1}{\lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \ldots + a_0} \tag{56}$$

Cercetările noastre din domeniul teoriei oscilațiilor electrice continuă studiile întreprinse cu mulți ani în urmă în Facultatea de Electronică și Telecomunicații de prof. dr. doc. ing. G. Cartianu [7], [8] prof. dr. doc. ing. Edm. Nicolau [9], [10] și prof. dr. doc. ing. M. Drăgănescu [11], [12] și continuate de studii mai recente datorate prof. dr. ing. M. Petrescu [13] și prof. dr. ing. R. Piringer [14] ș.a. De asemenea, ne-am bazat pe lucrările prof. dr. doc. A. Halanay de la Universitatea București.

Catedra de electronică aplicată
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Rozenvasser, E. I.*, Kolebaniia nelineinih sistem. Izd. Nauka, Moskva, 1969
2. *Vavilov, A. A.* : Ciastotnie metodî rasceta nelineinih sistem. Omd. Leningrad, 1970
3. *Murgan, A. T.* : Studiul sistemelor autonome cu mai multe grade de libertate, teză de doctorat 1973.
4. *Malkin, I. G.* : Metodî liapunova i puancare y teorii nelineinih kolebanii Gostehizd, 1949
5. *Malkin*, I. G. : Nekotorie zadic teorii nelineinih kolebanii, Gosudarstv. Izd. Tehn. Teoret. Lit., Moskva, 1956.
6. *Halanay, A.* : Teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale. Ed. Acad. R.S.R., București, 1963
7. *Cartianu, G.* : Circuitele electrice la limita de stabilitate, Bul. științific al Acd. R.S.R., I, 3, febr. 1949, p. 1—11.
8. *Cartianu, G.* :Uber das Stabilitätsproblem der linearen und michtlinearen elektrischen Kreise, Ztscht. Hochsch, F. Elektrotechn., Ilmenau, 3, 1957, p. 105—109
9. *Nicolau, Edm.* : Un nou criteriu de stabilitate și aplicarea lui la tratarea unitară a oscilatorilor cu tuburi electronice, Bul. științific al Acad. R.S.R., III, I, Ian. 1951, p. p. 135—147.
10. *Nicolae, Edm.* : Stabilitatea oscilatorilor electronici, Bul. științific al Acad. R.S.R., VI, 3, martie, 1954, p. 691—697.
11. *Drăgănescu, M.* : Generalizarea formulei lui Barkhausen la oscilatoarele electronice, Automatica și Electronica, 1, 3, mai-iunie, 1957, p. 112—115
12. *Drăgănescu, M.* : Stabilitatea statică a circuitelor electrice neliniare, Automatica și Electronica, 2, 2, febr. 78—85, 1958
13. *Petrescu, M.* : Studiul oscilațiilor libere în circuitul LC cu capacitatea neliniară a joncțiunii p-n cu ajutorul planului fazelor, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București, XXVII, 3, mai-iunie 1965
14. *Piringer, R.* : Considerations Concerning the Berkhausen Criterion for Feedback Oscillators, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej'j București XXVIII, 2, 1966, 129—143.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVII — 1975, Numărul 3
BUCUREȘTI

TRANSPORTURI

C.Z. :656.1

O CONTRIBUȚIE LA CALCULUL DE TRACȚIUNE AL AUTOMOBILULUI *)

AUREL P. STOICESCU

În lucrarea de față se prezintă o metodă analitică originală de determinare a puterii maxime a motorului atît pentru autoturisme, cît și pentru autocamioane, ținîndu-se seama și de condiția ca să fie învinsă o anumită rezistență specifică maximă a drumului în etajul de priză directă.

1. Exprimarea analitică a caracteristicii exterioare

Este unanim admis că momentul motor are o variație parabolică în funcție de turație [5, 6, 13]. Deci puterea motorului va fi dată de expresia

$$P = P_m\left[\alpha\frac{n}{n_p} + \beta\left(\frac{n}{n_p}\right)^2 - \gamma\left(\frac{n}{n_p}\right)^3\right]. \tag{1}$$

Plecînd de la relația (1) și punînd condițiile

$$P(n_P) = P_m,\ M(n_M) = M_{max},\ dM/dn_M = 0, \tag{2}$$

se obține un sistem de trei ecuații cu trei necunoscute α, β și γ, prin a cărui rezolvare rezultă [5]:

$$\alpha = \frac{s^2 - C_a(2s-1)}{(s-1)^2},\quad \beta = \frac{2s(C_a-1)}{(s-1)^2},\quad \gamma = \frac{C_a-1}{(s-1)^2} \tag{3}$$

Potrivit condițiilor puse, curba puterii trece prin punctul (P_m, n_P), în care însă, în cazul general, curba algebrică nu-și atinge maximul, așa cum ar fi natural.

Ecuația caracteristicii în domeniul puterilor mari va fi

$$P = P_m\left[\alpha'\frac{n}{n_P} + \beta'\left(\frac{n}{n_P}\right)^2 - \gamma'\left(\frac{n}{n_P}\right)^3\right], \tag{4}$$

cu condițiile

$$P(n_P) = P_m,\quad dP/dn_P = 0,\quad M(n_M) = M_{max}.$$

---

* Lucrare prezentată la a XXV-a sesiune științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic București, din 21—23 decembrie 1972

Procedînd ca și la ecuația (1), rezultă

$$\alpha' = \frac{2s^2-3s+C_d}{(s-1)^2}, \quad \beta' = \frac{3-2C_a-s^2}{(s-1)^2}, \quad \gamma' = \frac{2-(s+C_a)}{(s-1)^2}. \tag{5}$$

Dacă s-ar utiliza ecuația (1) cu coeficienții dați de (3) în rezolvarea problemelor ce comportă cunoașterea caracteristicior în zona puterilor mari, ar trebui ca în punctul (P_m, n_P) curba să atingă maximul, ceea ce conduce la condiția

$$(s-1)(s+2C_a-3) = 0. \tag{6}$$

Întrucît întotdeauna $(s-1) \neq 0$, condiția precedentă ia forma

$$C_a = 1{,}5 - 0{,}5\ s. \tag{7}$$

Este interesant de observat că între C și s există o relație cu caracter *statistic* chiar în forma (7) [10]. Totuși există motoare ale căror caracteristici nu satisfac relația (7), astfel încît utilizarea numai a coeficienților dați de (3) ar conduce la erori însemnate, așa cum arată calcule numerice elementare.

Se poate arăta că folosind relația (1) se obține

$$\min (\max P(n)) = P_m$$

pentru $n = n_P$, în același timp fiind satisfăcută condiția (7).

2. Determinarea rezistenței specifice maxime în priză directă

Ecuația de mișcare a automobilului, în priză directă, pentru regimul uniform se poate pune sub forma

$$\frac{270\ P_m \eta_t \zeta}{V_{max}} \left[\alpha + \beta\zeta \cdot \frac{V}{V_{max}} - \gamma\zeta^2 \left(\frac{V}{V_{max}} \right)^2 \right] = \psi G_a + \frac{kAV^2}{13}. \tag{8}$$

Din relația de mai sus se deduce expresia lui ψ. Calculînd apoi valoarea maximă a rezistenței specifice totale a drumului și valoarea vitezei corespunzătoare acestui maxim, se obțin următoarele expresii:

$$\psi_m^d = \frac{270\ P_m \eta_t \alpha \zeta}{G_a V_{max}} + \frac{\left(\frac{135\ P_m\ \eta_t \beta \zeta}{V_{max}^2} \right)^2}{G_a \left(\frac{kA}{13} + \frac{270\ P_m\ \eta_t\ \gamma\ \zeta^3}{V_{max}^3} \right)}, \tag{9}$$

$$V_{cd} = \frac{\frac{135\ P_m \eta_t \beta\ \xi^2}{V_{max}^2}}{\frac{kA}{13} + \frac{270\ P_m \eta_t \gamma \zeta^3}{V_{max}^3}}. \tag{10}$$

3. Determinarea puterii maxime a motorului

Relația (9) permite rezolvarea problemei enunțate la început. Totuși, nu întotdeauna se poate obține direct valoarea puterii maxime P din relația amintită, fiind necesară considerarea a două situații :

a) punctul de funcționare al motorului, la regimul de viteză maximă a automobilului în palier, se găsește pe caracteristica exterioară, fie că motorul este sau nu prevăzut cu regulator-limitator de turație ;

b) punctul de funcționare de la a) se găsește pe caracteristica de regulator a regulator-limitatorului de turație.

Se observă că dacă se adoptă o anumită valoare pentru ζ, în limitele recomandate, precum și valoarea lui ψ_m^d, impusă prin tema de proiectare, din relația (9) se poate calcula P_m. Dar în cazul a) puterea P_m se află într-un anumit raport față de puterea furnizată de motor la viteza maximă a automobilului, care este determinat tocmai de ζ. Din acest motiv ζ nu poate fi ales arbitrar și rezolvarea pe calea indicată nu ar fi corectă. De aceea, în situația a) rezolvarea problemei se va efectua după metoda prezentată în continuare.

Puterea furnizată de motor la deplasarea automobilului cu viteza maximă este :

$$P_{V\max} = \eta_t^{-1}\left(\frac{G_a\,\psi_0}{270}\cdot V_{\max} + \frac{kA}{3\,500}\cdot V_{\max}^3\right). \tag{11}$$

Dacă se ține seamă de relația (4), în condițiile de la a) se poate scrie

$$P_{V\max} = P(\zeta),$$

care conduce la relația

$$P_m = \frac{P_{V\max}}{\zeta(\alpha' + \beta'\zeta - \gamma'\zeta^2)}. \tag{12}$$

Introducînd pe P_m dat de relația de mai sus în (9) și efectuînd grupări convenabile de termeni se obține expresia finală :

$$\psi_m^d = K\left(\alpha\xi + \frac{0{,}25\,\beta^2\xi^2\zeta^2}{\gamma\xi\zeta^2 + \rho}\right), \tag{13}$$

cu următoarele notații :

$$K = \frac{270\,P_{V\max}\,\eta_t}{G_a V_{\max}}, \qquad \rho = \frac{\dfrac{kA\,V_{\max}^2}{13}}{G_a\psi_0 + \dfrac{kA\,V_{\max}^2}{13}}, \qquad \xi = \frac{1}{-\alpha'\zeta^2 + \beta'\zeta + \gamma'}. \tag{14}$$

Se observă că la proiectare se pot calcula, urmînd indicațiile cunoscute, α, β, γ, α', β', γ', ρ și K. Dacă se ține seamă că ψ_m^a este dat, prescris prin temă, rezultă că relația (13) este de fapt o ecuație în ζ, care urmează să se determine.

Din (13), după transformările necesare, se obține următoarea ecuație de gradul al patrulea în ζ:

$$L(\zeta) = A\zeta^4 + B\zeta^3 + C\zeta^2 + D\zeta + E = 0, \tag{15}$$

unde

$$A = \gamma'(-\rho\gamma' + \gamma)\psi_m^a, \quad B = \beta'(-\gamma + 2\gamma'\rho)\psi_m^a,$$

$$C = -[\rho(\beta'^2 - 2\alpha'\gamma') + \alpha'\gamma)\psi_m^a + K[(\alpha\gamma + 0{,}25\beta^2) - \alpha\gamma'\rho], \tag{15'}$$

$$D = \beta'\rho(-2\alpha'\psi_m^a + \alpha K), \; E = \alpha'\rho(-\alpha'\psi_m^a + \alpha K).$$

Un interes deosebit prezintă studiul rădăcinilor ecuației (15) astfel încît să se ofere indicații privitoare la natura și la marginile acestora, pentru a se ști de la început dacă ele convin sau nu situației date. Însă, în cazul general, cînd s și C sînt arbitrari (în limitele respective), studiul acesta este practic imposibil de efectuat. Totuși, se poate indica o margine inferioară pentru ψ_m^a. Într-adevăr, din (13) rezultă

$$\psi_m^a > K\,\alpha\,\xi \geqslant K\,\alpha\,\xi_{\min}.$$

Ținînd seamă de expresia lui ξ se obține.

$$\psi_m^a > K\frac{4\alpha\gamma'}{4\alpha'\gamma' + \beta'^2} = \psi_{\min}. \tag{16}$$

Aceasta înseamnă că dacă rezistența specifică maximă în priză directă prescrisă în tema de proiectare este mai mică decît ψ dat de (16), atunci ea va fi sigur învinsă, oricare ar fi valoarea lui ζ.

În continuare se examinează cazul automobilelor cu motor cu carburator, a căror caracteristică exterioară se exprimă cu ajutorul formulei lui Leiderman [9], foarte mult folosită, datorită aproximării suficient de exacte pe care o realizează. În aceste condiții

$$\alpha = \beta = \gamma = \alpha' = \beta' = \gamma' = 1,$$

ar studiul ecuației (15) se simplifică în mare măsură.

În acest studiu interesează în ce condiții rădăcinile sînt cuprinse fie între 0,80 și 1,00, fie între 1,00 și 1,30, precum și numărul rădăcinilor în fiecare din cele două intervale. Intervalele arătate sînt în strînsă legătură cu tipul automobilului respectiv, adică autocamion sau autoturism

Întrucît încercarea de a folosi teorema lui Descartes nu conduce la rezultate satisfăcătoare, s-a aplicat teorema Budan-Fourier [3]. Aici

apare o dificultate legată de faptul că la stabilirea semnelor lui $L(\zeta)$ și ale derivatelor sale $L^{(k)}(\zeta)$, $k \in \{1, 2, 3, 4\}$, trebuie să se țină seamă de existența a doi parametri ψ_m^d/K și ρ. Din acest motiv s-a făcut reprezentarea grafică în planul $(\rho, \psi/K)$ a curbelor $L(\zeta)=0$, $L^{(R)}(\zeta)=0$, $k \in \{1,2,3,4\}$, pentru $\zeta=0$, $\zeta=0{,}80$ și $\zeta=1{,}0$. Aceste curbe împart planul respectiv în domenii, în care este ușor să se determine semnele polinoamelor arătate mai sus. Așadar, în fiecare domeniu se poate determina variația de semne în șirul respectiv și apoi numărul de rădăcini în intervalul considerat.

Avînd în vedere cele de mai sus, precum și ecuațiile curbelor ce delimitează domeniile respective, condițiile de existență a rădăcinilor se exprimă astfel:

— rădăcina între 1 și 1,30 cînd

$$\frac{\rho + 1{,}25}{\rho + 1} < \frac{\psi_m^d}{K} < \frac{2{,}30\rho + 2{,}1125}{0{,}372\rho + 1{,}1031} = \psi_d''; \tag{17}$$

— rădăcina între 0,8 și 1 cînd

$$\frac{1{,}16\rho + 0{,}80}{1{,}345\rho + 0{,}7424} < \frac{\psi_m^d}{K} < \frac{\rho + 1{,}25}{\rho + 1}; \tag{18}$$

— rădăcina sau rădăcinile mai mici ca 0,80 cînd

$$\frac{\psi_m^d}{K} < \frac{1{,}16\rho + 0{,}80}{1{,}34\rho + 0{,}7424} = \psi_d'. \tag{19}$$

Se mai arată că la valori mari ale lui ζ corespund valori mari pentru rezistența specifică maximă în priză directă și invers.

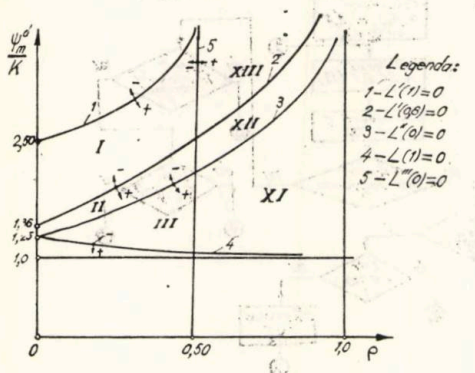


Fig. 1

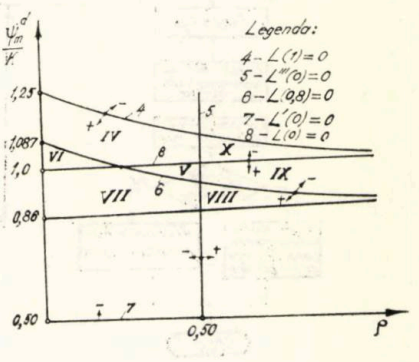


Fig. 2

Dacă prin tema de proiectare se dă o valoare a rezistenței specifice astfel ca să fie îndeplinită condiția (19), înseamnă că ea va fi învinsă oricare ar fi valorile lui $\zeta > 0{,}80$.

În cazul b) enunțat mai înainte, rezolvarea problemei este mai simplă, așa cum de altfel s-a și arătat. În această situație se alege ζ, acest raport determinînd turația de intervenție a regulatorului (bineînțeles cînd se cunoaște n_M). Astfel toate mărimile din (9) cu excepția lui P sînt cunoscute. Din relația (9), după transformări adecvate, se obține următoarea ecuație în P_m

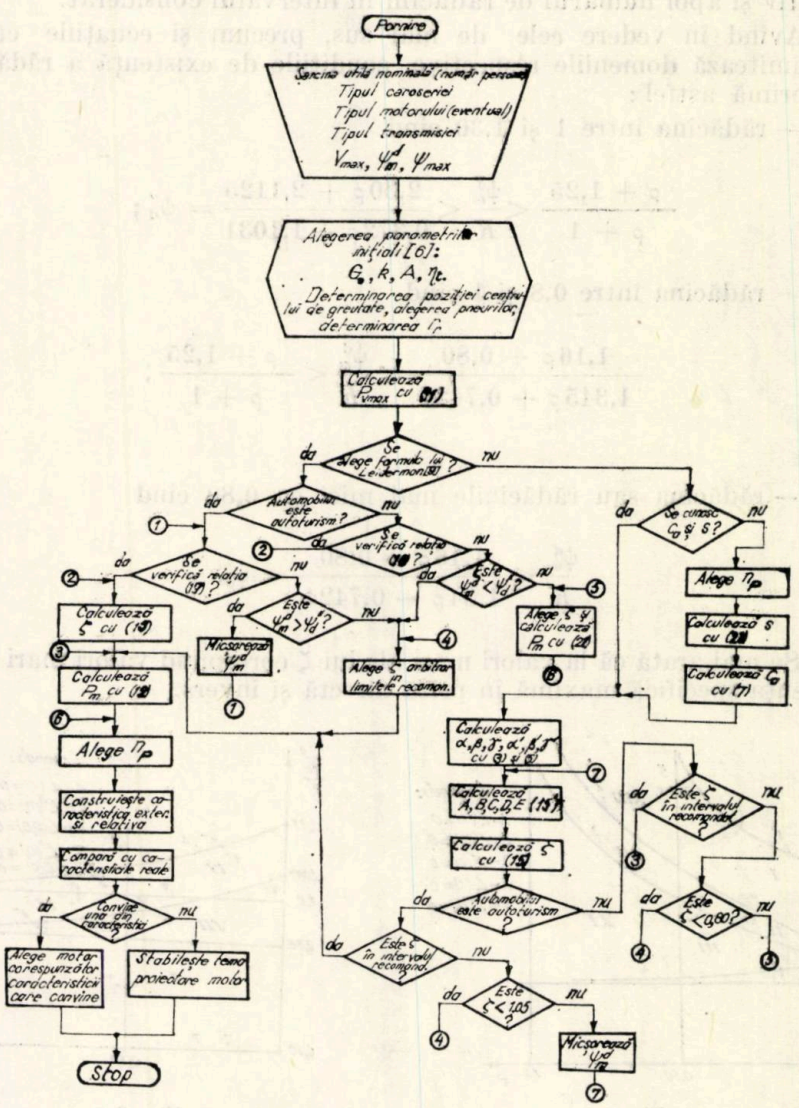


Fig. 3

$$P^2 + \mu P_m - \nu = 0, \tag{20}$$

în care s-au notat:

$$\mu = \frac{G_a V_{max}}{270\eta_t \zeta(0{,}25\beta^2+\alpha\gamma)}\left(\frac{\alpha}{\zeta^2\gamma}\cdot\frac{kAV_{max}^2}{13\,G_a}-\psi_m^d\right), \tag{20'}$$

$$\nu = \frac{k\,A\,G_a V_{max}^4}{9{,}46\cdot 10^5\cdot\zeta^4\cdot\eta_t^2(0{,}25\beta^2+\alpha\gamma)}.$$

Evident, se va reține rădăcina pozitivă. Prin urmare soluția va fi

$$P_m = 0{,}5\,(-\mu+\sqrt{\mu^2+4}\,). \tag{21}$$

Natural va trebui ca soluția obținută să satisfacă condiția

$$P_m \geqslant \frac{P_{V max}}{\zeta(\alpha'+\beta'\zeta-\gamma'\zeta^2)}. \tag{22}$$

Se înțelege că în cazul formulei lui Leiderman va trebui să se verifice în prealabil condițiile (18) și (19) și numai după aceea, dacă este necesar, se va utiliza relația (21).

În cazul general, cînd $\alpha\neq\alpha'$, $\beta\neq\beta'$, $\gamma\neq\gamma'$, va trebui să se examineze ecuația (15) și dacă $\zeta>1$ se va folosi relația (21). Eventual se poate începe cu ecuația (21) verificînd condiția (22).

Dacă ea nu este satisfăcută se trece la rezolvarea ecuației (15). Totuși, pe această cale nu sîntem siguri că ζ a fost astfel ales ca P să aibă valoarea minimă.

Este de observat că metoda prezentată mai sus se poate aplica în toate situațiile cînd caracteristica exterioară se exprima sub forma (1) sau (4), chiar dacă pentru determinarea coeficienților respectivi se folosesc alte căi decît cea indicată în lucrarea de față (de pildă, prin prelucrarea cu metoda celor mai mici pătrate a datelor experimentale obținute la stand). În acest caz se va ține seama că $\alpha=\alpha'$, $\beta=\beta'$, $\gamma=\gamma'$.

Din analiza efectuată în lucrare se evidențiază rolul deosebit pe care îl are *caracteristica exterioară relativă* a motorului de automobil, definită prin funcția $P/P_m = f(n/n_P)$, întrucît automobilul echipat cu motoare diferite, dar cu aceeași putere maximă și aceeași caracteristică relativă, prezintă aceleași performanțe în regim uniform.

Pentru o mai bună apropiere de situația reală se pot folosi rezultatele cercetărilor statistice privind caracteristicile exterioare ale motoarelor de automobil, așa cum sînt cele din [9]. Potrivit acestor date se poate scrie relația

$$s = k_s\cdot n_P^{02}, \tag{23}$$

unde k_s este un coeficient dependent de tipul motorului ($k_s = 0{,}075\div 0{,}100$ — pentru motoare cu carburator cu difuzor variabil, $k_s = 0{,}100\div 0{,}125$ — pentru motoare cu carburator cu una sau mai multe camere, $k_s = 0{,}125\div$

0,150 — pentru motoare de automobile de sport şi curse). Avînd valoarea lui s din (32), coeficientul C_a se determină cu relaţia (7).

Pentru o mai clară reprezentare a procesului calculelor de determinare a puterii maxime şi a raportului de transmitere al angrenajului în unghi s-a întocmit schema logică de calcul din fig. 3

ANEXA

Notaţiile folosite în lucrare

n — reprezintă turaţia arborelui cotit al motorului, rot/min;
n_M — turaţia corespunzătoare cuplului maxim, rot/min;
n_P — turaţia corespunzătoare puterii maxime, rot/min;
$n_{V\max}$ — turaţia corespunzătoare vitezei maxime a automobilului în priză directă, rot/min;
P — puterea efectivă a motorului, CP;
P_m — puterea efectivă maximă a motorului, CP;
M — cuplul motor, kgf.m;
$M_{\max}$ — cuplul motor maxim, kgf.m;
M_m — cuplul motor corespunzător turaţiei de putere maximă, kgf.m;
$C_a = M_{\max}/M_m$ — indicele de adaptabilitate;
$s = n_M/n_P$ — coeficientul de elasticitate;

$$\zeta = \frac{n_{V\max}}{n_P} —$$

G_a — greutatea totală a automobilului, kgf;
A — aria secţiunii transversale maxime a automobilului, m^2;
k — coeficientul aerodinamic al automobilului, $kgf.m^{-4}.s^2$;
V — viteza automobilului, km/h;
$V_{\max}$ — viteza maximă a automobilului în priză directă, la deplasarea în palier, km/h;
ψ — rezistenţa specifică totală a drumului;
ψ_m^d — rezistenţa specifică totală maximă învinsă în priză directă;
V_{cd} — viteza critică în priză directă, km/h;
η_t — randamentul tansmisiei.

Catedra de material rulant şi autovehicule rutiere
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Aleşcenko, K. I., Raskin, A.M.* K voprosu rascéta maximalnoi moşcinosti dvigatelea proektiruemogo avtomobilea, în Avtomobilnaia promîşlennost, XXX, nr. 1, 1964.
2. *Ciudakov, E. A.* Teoriia avtomobilea, Maşghiz, Moskva, 1950.
3. *Demidovici, B. P.* şi *Maron, I. A.* Osnovî vîcislitelnoi matematiki, Nauka, Moskva, 1966.
4. *Falkevici, B. S.* Teoriia avtomobilea, Maşghiz, Moskva, 1963.
5. *Ghenbom, B. B.* Ob analiticeskom metode opredelenia vremeni i puti razgona avtomobilea, în Avtomobilnaia promîşlenost, XXX, nr. 12, 1964.
6. *Ghiulai, C.* Mecanica automobilului, Editura tehnică, Bucureşti, 1965.
7. *Iakóvlev, N. A.* şi *Divakov, N. V.* Teoriia avtomobilea, Vîşşaia şkola, Moskva, 1962.
8. *Ilarionov, V. A.* Ekspluataţionnie svoistva avtomobilea, Maşino stroenie, Moskova, 1966.
9. *Muraniev, D. V.* Priblijenîi rascet vneşnei harakteristiki cetîrehtaktnogo avtomobilnogo dvigatelea, în Avtomobilnaia promîşlennost, XXXII, nr. 1, 1966.
10. *Untaru, M.* ş.a. Automobile, E.D.P., Bucureşti, 1968.
11. *Vihert, R.P.* ş.a. Construkţiia i rascet avtotraktornîh dvigatelei, Maşinostroenie, Moskva, 1964.
12. *Vzorov, V. A.* Oţenocinîe parametrî karbiuratornîh dvigatelei na primere evropeiskih legkovîh avtomobilei, în Avtomobilnaia promîşlennost, XXXI, nr. 10, 1964.
13. *Zimelev, G. V.* Teoriia avtomobilea, Maşghiz, 1959.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu trei fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Buletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в три годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов, „Bulletin de Mathèmatiques et de Physique pures et appliquèes и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно -исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel q'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea pentru „Buletinul Institutului")

Tiparul executat la Întreprinderea Poligrafică „Informaţia" c. 472

1976 MAR -2